МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГОУ «БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В.Г.Голощапов, Л.М.Тархова, В.Г.Урманов

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие

Уфа
Издательство БГАУ
2008

УДК 504
ББК 22.15
Н 36

Рецензент: доцент кафедры начертательной геометрии и черчения Уфимского государственного авиационного технического университета, канд.техн.наук доц. Мартынова О.Г.

Голощапов В.Г., Тархова Л.М., Урманов В.Г.

Задачник по начертательной геометрии. Учебное пособие. Уфа

Изд-во БГАУ.2008.-72

Учебное пособие предназначено для организации учебного процесса на практических занятиях по курсу начертательной геометрии.

Приведены задачи которые могут быть использованы как в аудиторных условиях так и для самостоятельного решения студентами сельскохозяйственных вузов направлений 110300, 190600, 140100, 260600, 260200, 260300, 260500, 050500.

УДК 504
ББК 22.15
Н 36

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

В курсе начертательной геометрии решению задач уделяется особое внимание. Решение задач является наилучшим средством более глубокого и всестороннего изучения теоретических положений курса.

Сборник задач предназначен как для решения задач во время практических занятий, так и для самостоятельной подготовки студентов специальностей очного и заочного обучения ФГОУ ВПО «Башкирский государственный аграрный университет»

Содержание работы и последовательность расположения материала подчинены обеспечению формирования у студента глубокого и цельного представления о методе проецирования и получению практических навыков при решении инженерных задач.

В сборнике использованы некоторые задачи, разработанные на кафедре «Начертательная геометрия и графика» ФГОУ ВПО «Башкирский государственный аграрный университет», где много лет работают авторы.

1 ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В деле подготовки высококвалифицированных инженеров графические дисциплины (начертательная геометрия, инженерная графика, техническое черчение, САПР) имеют большое значение.

При изучении начертательной геометрии студенты развивают свое пространственное воображение, без которого затруднено не только проектирование, но и освоение многих инженерных дисциплин.

Решая любую задачу начертательной геометрии, очень важно по описанию задачи или по ее графическому заданию в виде чертежа ясно представить в своем воображении расположение в пространстве всех заданных геометрических элементов. Пользуясь изучаемыми методами, правилами и приемами нужно составить план решения задачи, а затем перейти к ее решению.

При подготовке к занятиям по учебнику начертательной геометрии необходимо уточнить в записях лекций все формулировки, более четко и тщательно оформить все рисунки чертежа. Перед практическими занятиями следует решить самостоятельно домашние задачи предыдущей темы, восстановить в памяти лекционный материал, ознакомиться с содержанием задач очередной темы, подготовить ответы на поставленные в ней контрольные вопросы и решить упражнения.

На практических занятиях задачи, в большинстве случаев, решаются студентами самостоятельно, а преподаватель дает руководящие указания к составлению плана решения задачи. Следовательно, только при регулярной подготовке к каждому занятию студенты смогут решать в аудитории все задачи, помещенные в этом сборнике.

В процессе изучения дисциплины «Начертательная геометрия» студент должен прослушать курс лекций, решить задачи в тетради на практических занятиях, выполнить расчетно-графические работы.

После успешной защиты расчетно-графических работ и решения всех задач в тетради по практическим занятиям, студент получает допуск к экзамену.

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ, РЕШАЕМЫХ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

Общие рекомендации о порядке изучения курса начертательной геометрии изложены в учебниках (1,2,3). В дополнении к указанным следует особо обратить внимание на следующее:

1. Прежде чем приступить к решению задач рекомендуется предварительно повторить разделы курса элементарной геометрии «Планиметрия» и «Стереометрия».
2. Уяснить алгоритм решения каждой задачи.

3. Изучение теоретического материала не должно быть умозрительным, а сопровождаться выполнением графических иллюстраций и даже моделей.

4. Уяснить выводы и положения теории по каждой теме, кратко записать последовательность графических построений, используя принятую терминологию и систему обозначений.

Задачи должны выполняться в отдельной тетради в клетку для практических занятий, причем количество задач на каждом листе должно быть не более двух.

Оформление задач должно быть сделано с помощью чертежных инструментов, выполнение от руки воспрещается.

Видимые линии выполняются сплошными, толщиной примерно 0,5 мм, невидимые – штриховыми линиями, толщиной 0,25 мм, линии связи, оси проекций и вспомогательные построения – тонкими сплошными, толщиною 0.1-0,15 мм. Построения выполняются карандашом. В целях большой выразительности рекомендуется: обвести заданные элементы черным цветом, вспомогательные построения – синим, искомые элементы – красным. Надписи и буквенные обозначения выполнять стандартным шрифтом. Выполнение задач шариковой ручкой воспрещается.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ТЕРМИНЫ

A, B, C, ***D****,*…или ***1, 2, 3, 4,***… - обозначение точки; прописные буквы латинского алфавита или арабские цифры.

о – изображение точки (области расположения точки); круг диаметром 2-3 мм тонкой линией от руки.

a, b, c, d,… - линия в пространстве; строчные буквы латинского алфавита.

Г, Σ, Δ,… -плоскости, поверхности; прописные буквы греческого алфавита.

α, β, γ, δ, … - углы; строчные буквы греческого алфавита.

П **–** плоскость проекций (картинная плоскость); прописная буква (пи) греческого алфавита.

AB – прямая, проходящая через точки *A* и *B*.

[AB] – отрезок, ограниченный точками *A* и *B*.

[***AB***) – луч, ограниченный точкой *A* и проходящий через точку ***B.***

/***AB*** / – натуральная величина отрезка [**AB**] (равная оригиналу).

/***A****a* / – расстояние от точки *A* до линии *a*.

/***AΣ*** / – расстояние от точки *A* до плоскости ***Σ*** .

/***ab*** / – расстояние между линиями *a* и ***b.***

/*ГΔ* / - расстояние между поверхностями *Г* ***и*** *Δ.*

≡- совпадение (*A*≡*B* – точки *A* и *B* совпадают).

‖ - параллельны.

⊥ - перпендикулярны.

∩ - пересечение.

∈ - принадлежит, является элементом множества.

^ - угол, например *a*^***b*** – угол между прямыми *a* и ***b.***

∠***α*** - угол ***α*** (или число в градусах**)**.

∠*ABC* – угол с вершиной в точке *B.*

Изображение знаков должно выполняться в соответствии с принятыми стандартами оформления технической и научной документации.

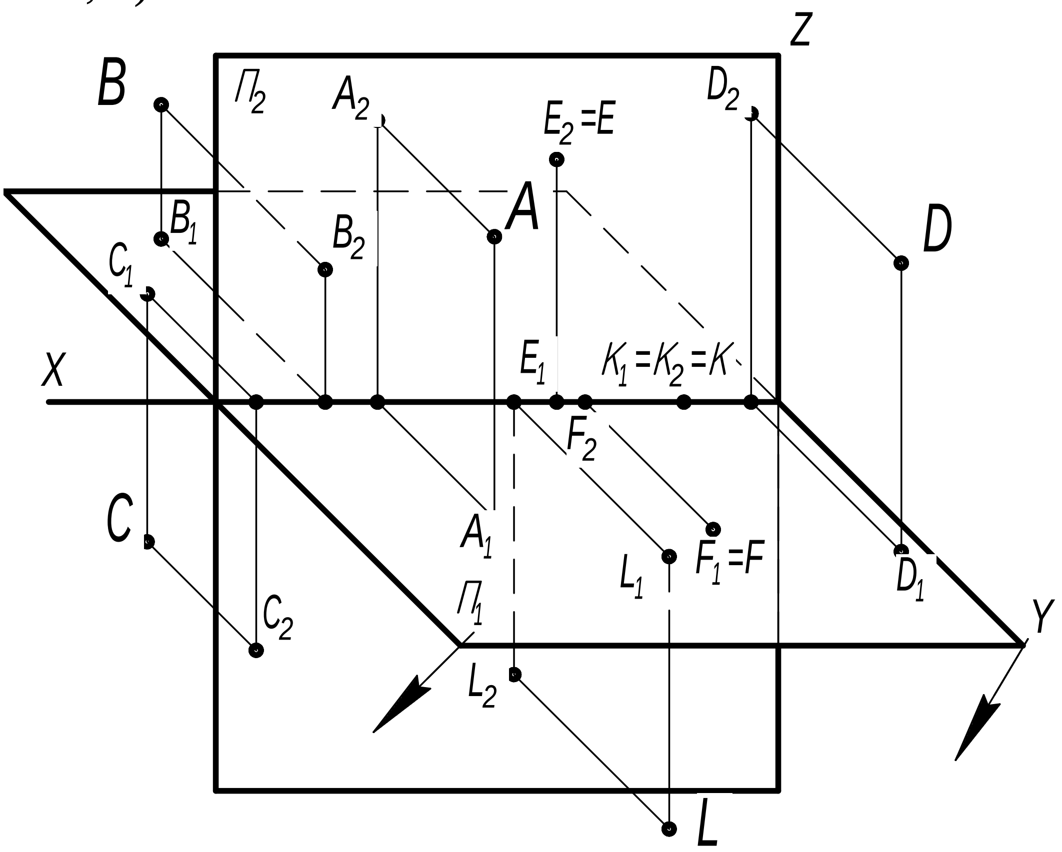
ТЕМА 1
КОМПЛЕКСНЫЙ ЧНОТЕЖ МОНЖА (ТОЧКА, ПРЯМАЯ). ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Вопросы самоконтроля

1. В чем сущность чертежа Монжа?
2. Какие чертежи называются обратимыми?
3. Какие задачи называются позиционными и метрическими?
4. Какие задачи называются элементарными позиционными?
5. В чем суть способа прямоугольного треугольника?
6. Какие прямые называются прямыми общего и частного положений?
7. Как разделить отрезок в заданном отношении?
8. Что называется следом прямой?

УПРАЖНЕНИЯ

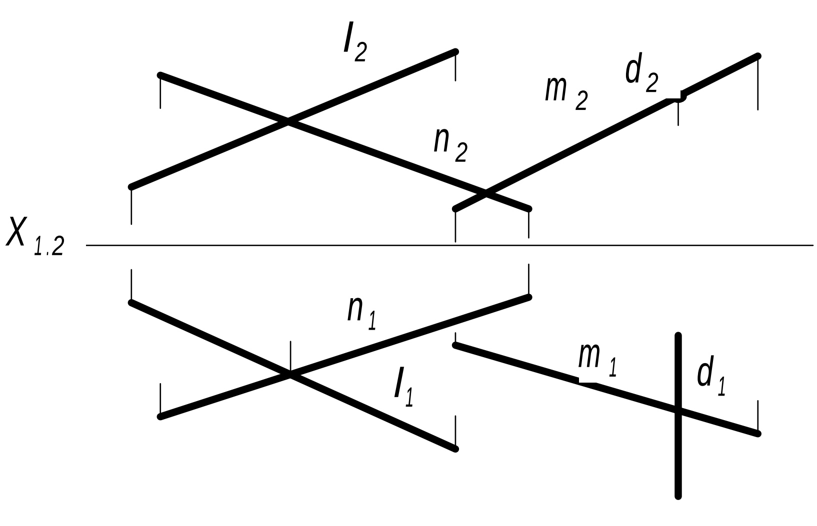
1.1 Построить комплексный чертеж точек 1) *A и K*; 2) *B и* ***L***; 3) *C и E*; 4) ***D*** *и* ***F***.



1.2 Построить комплексный чертеж прямой *AB: A(15,30,10), B(50,10,15)*.

1.3 Указать, пользуясь символикой, взаимное положение прямых ***l, m,*** *n и d*.

Прямые	***l*** и ***n***	***l*** и ***m***	***m*** и ***n***	***d*** и ***m***
Взаимное положение				



ЗАДАЧИ

1.4 Запишите координаты некоторой точки, принадлежащей плоскости $П_1$. Какая координата равна нулю в этом случае? Постройте комплексный чертеж этой точки.

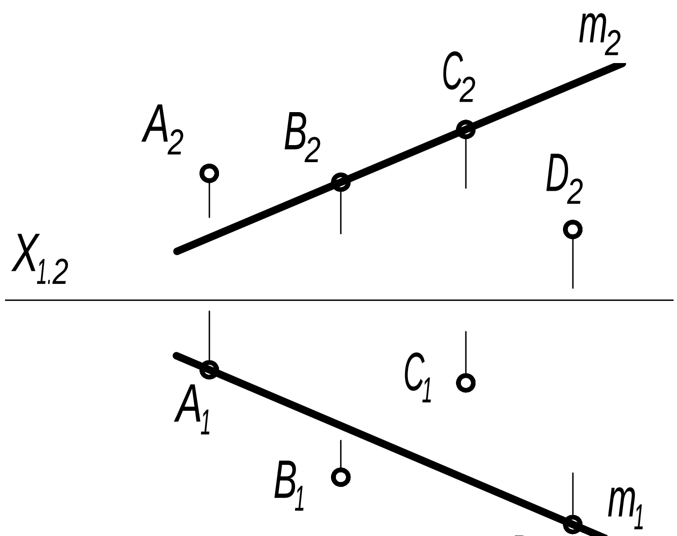
1.5 Постройте чертеж Монжа двух конкурирующих точек относительно $П_1$, $П_2$, $П_3$.

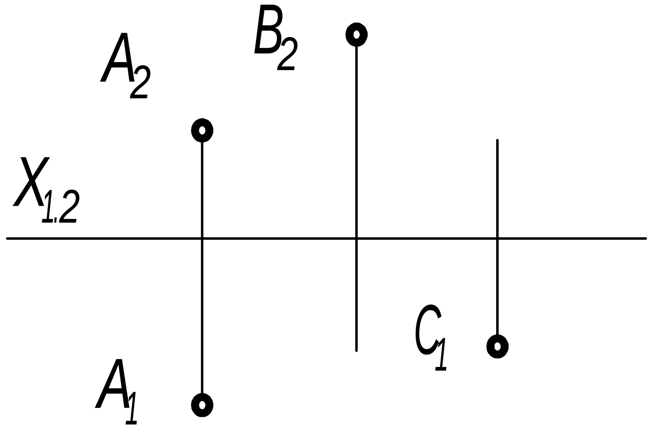
1.6 Постройте эпюр ломанной линии, состоящий из четырех отрезков уровня и проецирующих прямых.

1.7 Постройте чертеж Монжа **4** точек и отрезка прямой, принадлежащих ***1, 2, 3, 4*** четвертям пространства, в том числе, плоскостям и осям проекций.

1.8 Определите положение точек *A*, *B*, *C*, ***D*** относительно прямой ***m***.

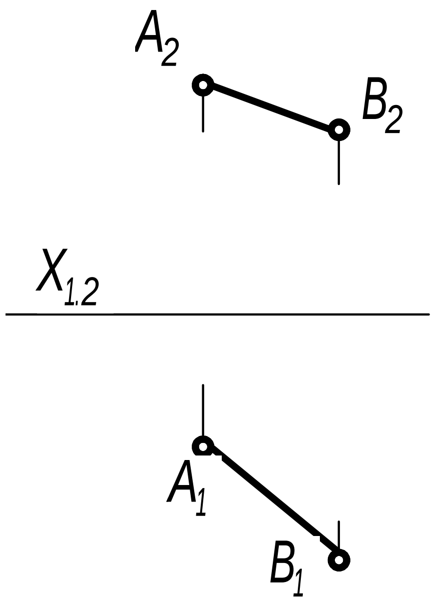
1.9 Постройте проекции отрезка фронтали *AB* и отрезка горизонтали *BC*.



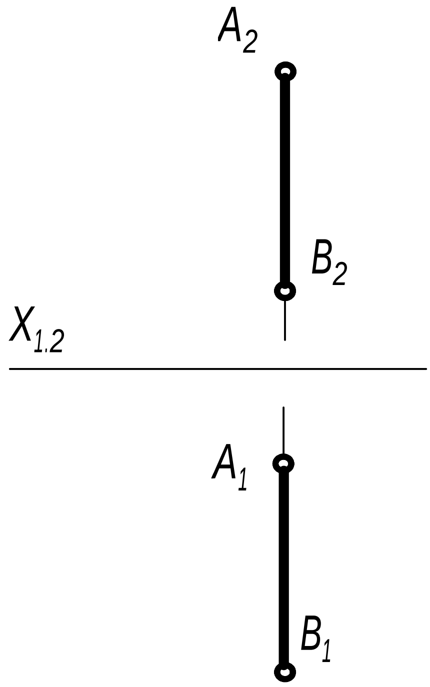


1.11 Даны точки *A(80,30,40)*, *B(60, 20, 0)*, *C(**20,15,35**)*. Постройте: а) точку *E*, которая находится над точкой ***A*** на расстоянии 15 мм; б) точку ***N*** под точкой *B* на расстоянии 20 мм; точку *M* перед точкой *C* на расстоянии 10 мм.

1.12 Разделить отрезок *AB* точкой *C* в отношении: *AC : CB = 2 : 3*



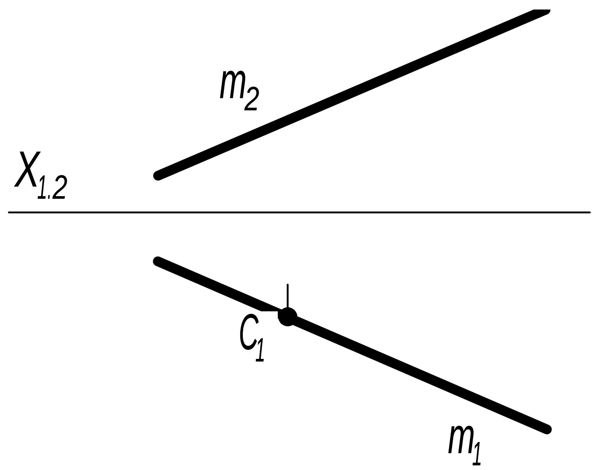
а)



б)

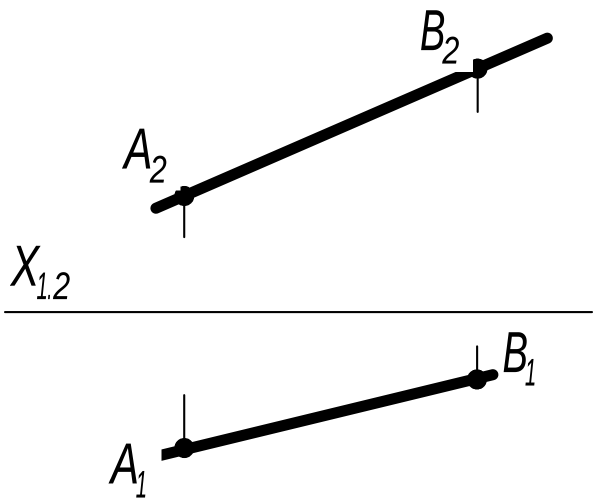
1.13 Определить длину отрезка *AB*: *A (40, 10,20)*, *B (10, 20, 40)* и углы наклона его к плоскостям проекций.

1.14 На прямой m построить отрезок ***CD*** длиной 45 мм. Определить и записать разность координат точки ***D*** относительно точки *C*.

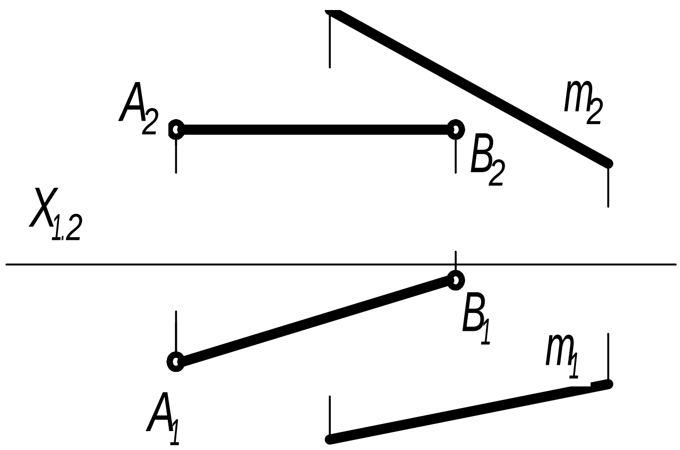


Y_D-Y_C= Z_D-Z_C=

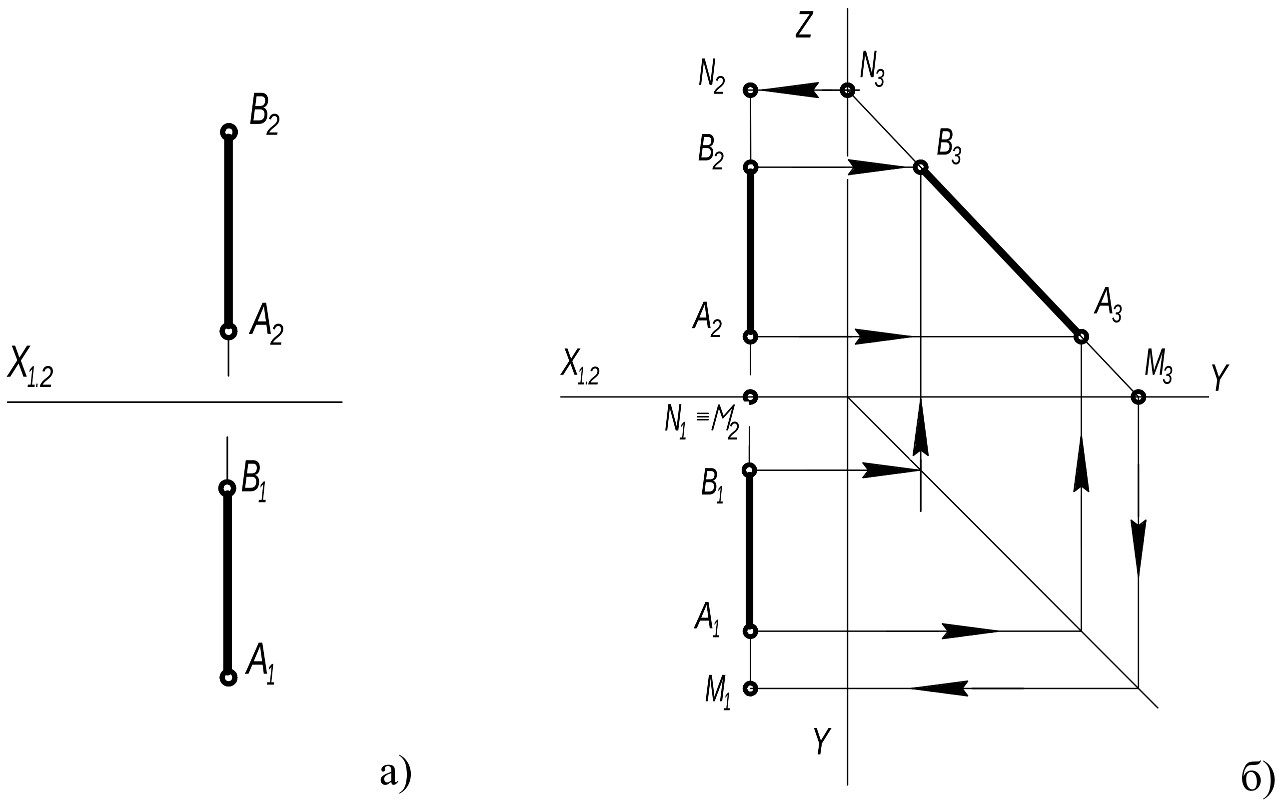
1.15 Построить следы прямой, проходящей через точки *A* и *B*, и указать, через какие четверти пространства она проходит.



1.16 Построить равнобедренный треугольник с основанием равным *AB* и с вершиной *C* на прямой ***m***.



Пример. Построить следы профильной прямой *AB* (рисунок 1.1а) и указать, через какие четверти пространства она проходит.



а) б)

Рисунок 1.1 Построение следов профильной прямой ***AB***

Решение

Из построения (рисунок 1.1б) следует, что горизонтальная проекция N_1 фронтального следа прямой и фронтальная проекция M_2 горизонтального следа совпадают в точке пересечения проекций прямой с осью X. Для построения точек M_1 и N_2 находим сначала профильные проекции M_3 и N_3. Для этого продолжаем профильную проекцию A_3 B_3 до пересечения с осями Y и Z. Получив проекции M_3 и N_3, находим M_1 и N_2.

Из расположения проекций M_1 и M_2, N_1 и N_2 следует , что точка M (горизонтальный след прямой) лежит на переднем поле плоскости Π_1, а точка N –(фронтальный след прямой) - на верхнем поле плоскости Π_2, Прямая проходит через вторую, первую и четвертую четверти.

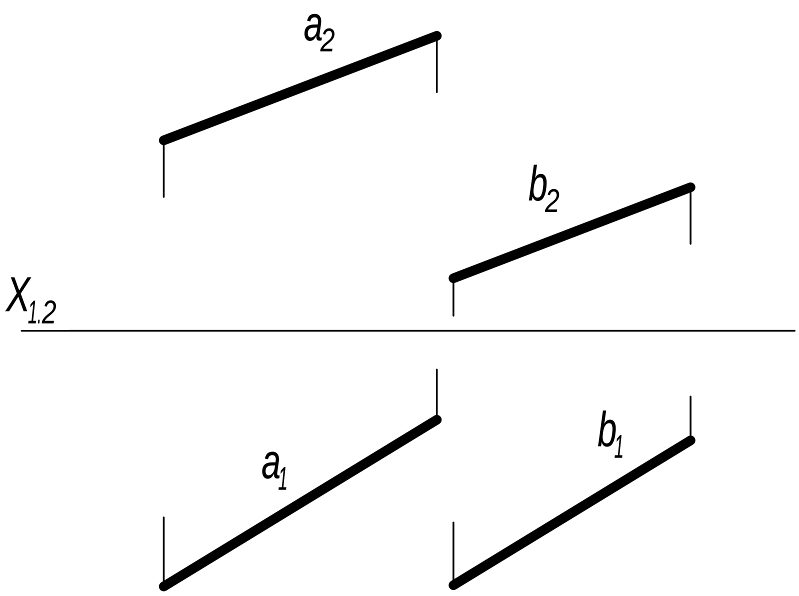
ТЕМА 2
КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ МОНЖА (ПЛОСКОСТЬ)

Вопросы самоконтроля

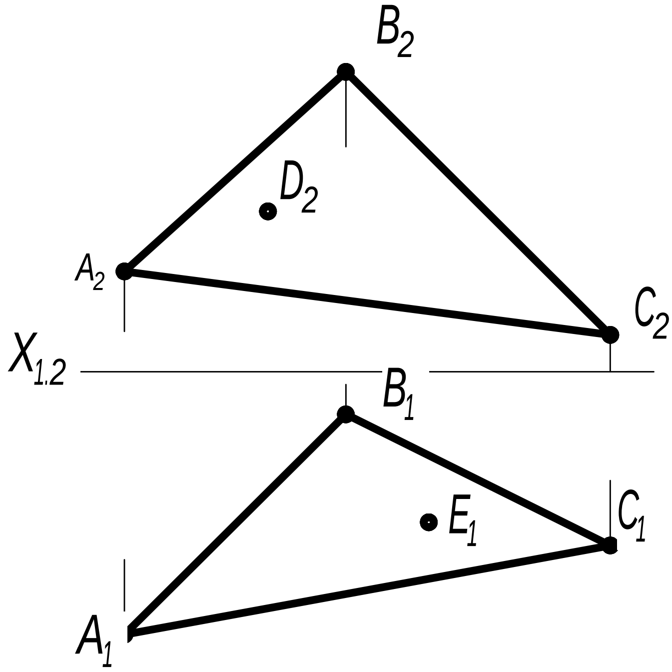
1. Как задается плоскость на комплексном чертеже?
2. Какие плоскости называются плоскостями общего и частного положений?
3. Какие линии плоскости называются горизонталями и фронталями, линиями наибольшего наклона?
4. Если дана одна из проекций прямой, принадлежащий плоскости, как построить ее вторую проекцию?
5. Как построить точку, принадлежащую данной плоскости?
6. Как провести плоскость через прямую или точку? Как через прямую провести проецирующую плоскость?
7. Что называется следом плоскости?

УПРАЖНЕНИЯ

2.1 В плоскости Θ ($a \parallel b$) провести фронталь на расстоянии равном: а) 10мм; б) 20мм; в) 0 мм от плоскости Π_2.

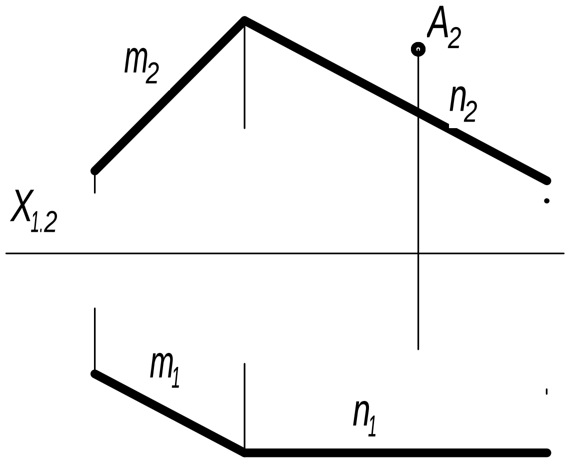


2.2 В плоскости P (ΔABC) провести горизонталь через заданные точки D, E, B.

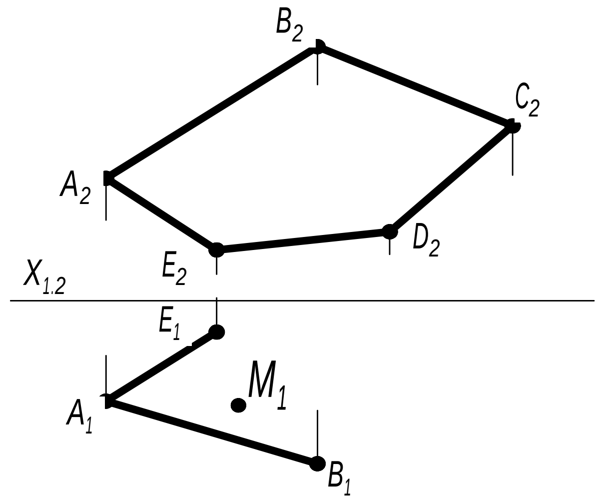


ЗАДАЧИ

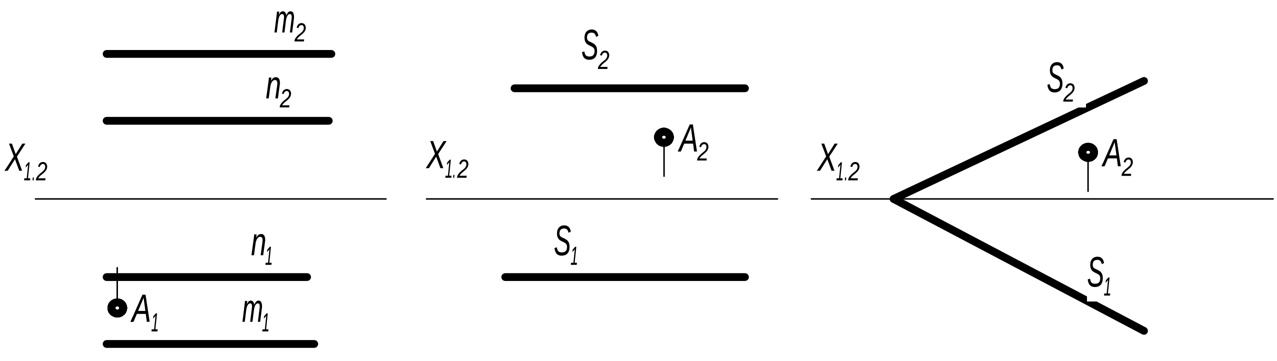
2.3 Постройте в плоскости $\sum(m \cap n)$ горизонталь и фронталь, проходящие через точку *A*.



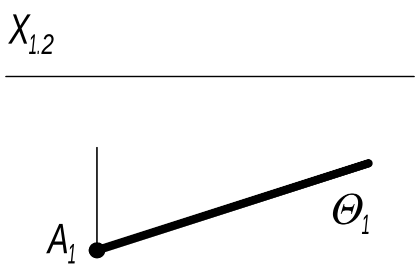
2.4 Построить недостающую проекцию плоского пятиугольника *ABCDE* и точки *M*, лежащей в этой плоскости.



2.5 Построить недостающую проекцию точки *A* в заданных плоскостях.

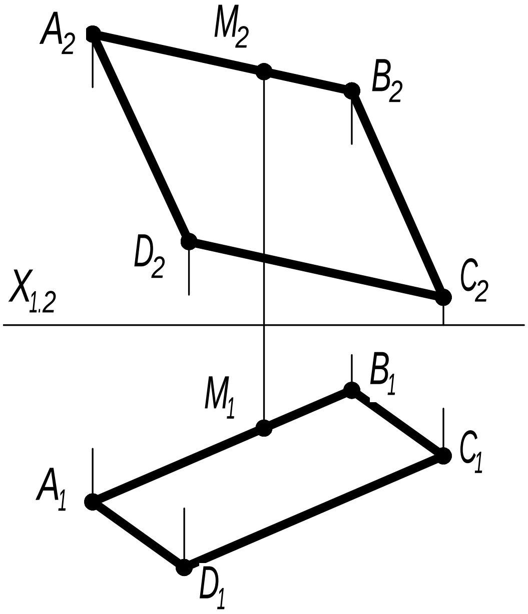


2.6 В плоскости Θ (Θ_1) построить равнобедренный треугольник *ABC* с основанием *AC*= 50мм, лежащим в плоскости Π_1. Высота треугольника равна 40 мм.

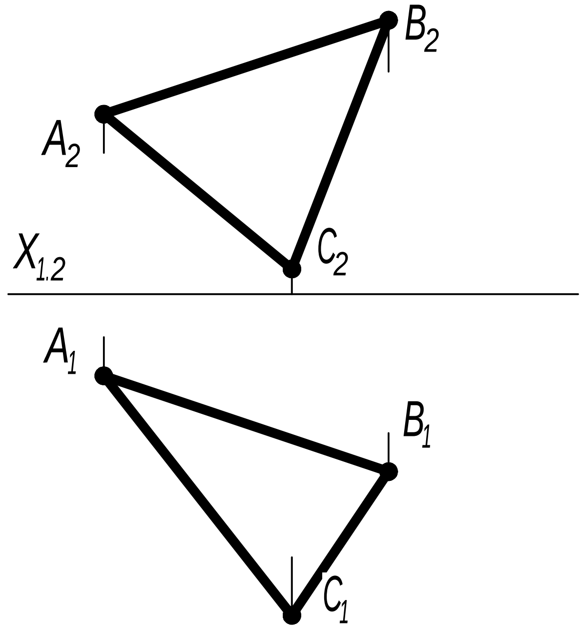


2.7 Построить произвольную трехгранную пирамиду, грани которой являются плоскостями частного положения, а основание – квадратом.

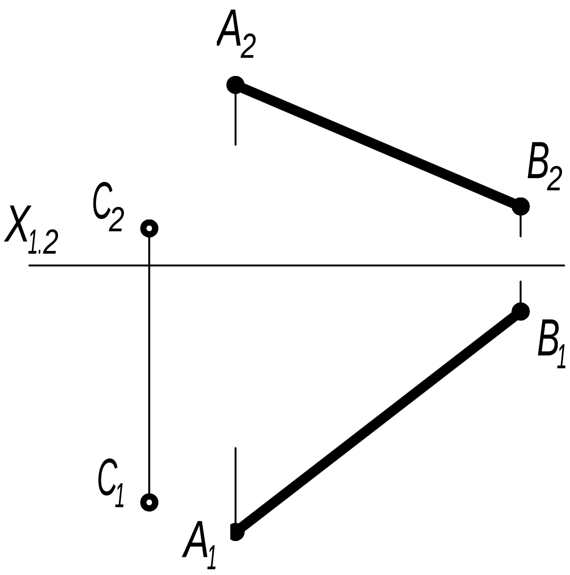
2.8 Определить длину пути шарика M, катящегося по плоскости $ABCD$, и угол наклона этой плоскости к Π_1.



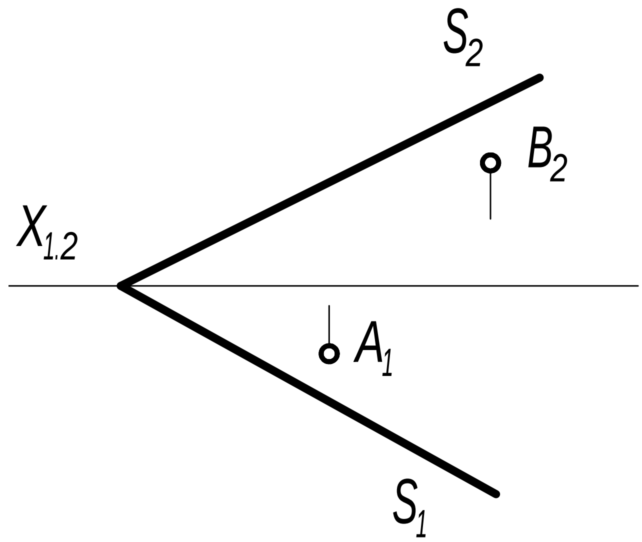
2.9 Определить угол наклона плоскости P (ΔABC) к Π_2.



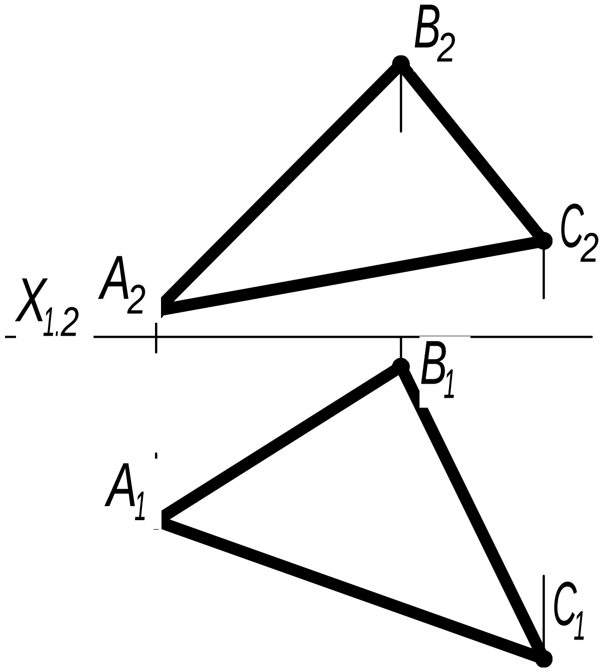
2.10 В плоскости Θ (C,AB) построить произвольный треугольник, стороны которого параллельны плоскостям проекций.



2.11 По двум разноименным проекциям точек A и B в плоскости Σ построить отрезок прямой AB, принадлежащий плоскости Σ.



2.12 Определить углы наклона заданной плоскости к плоскостям проекций: $П_1$ и $П_2$.



2.13 Постройте следы плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми *AB* и *AC*. Заданы координаты *A*(75,**32,13**); *B*(32,**21,45**); *C*(28,**41,12**).

Пример. Построить следы плоскости, заданной параллельными прямыми *AB* и *CD* (рисунок 2.1).

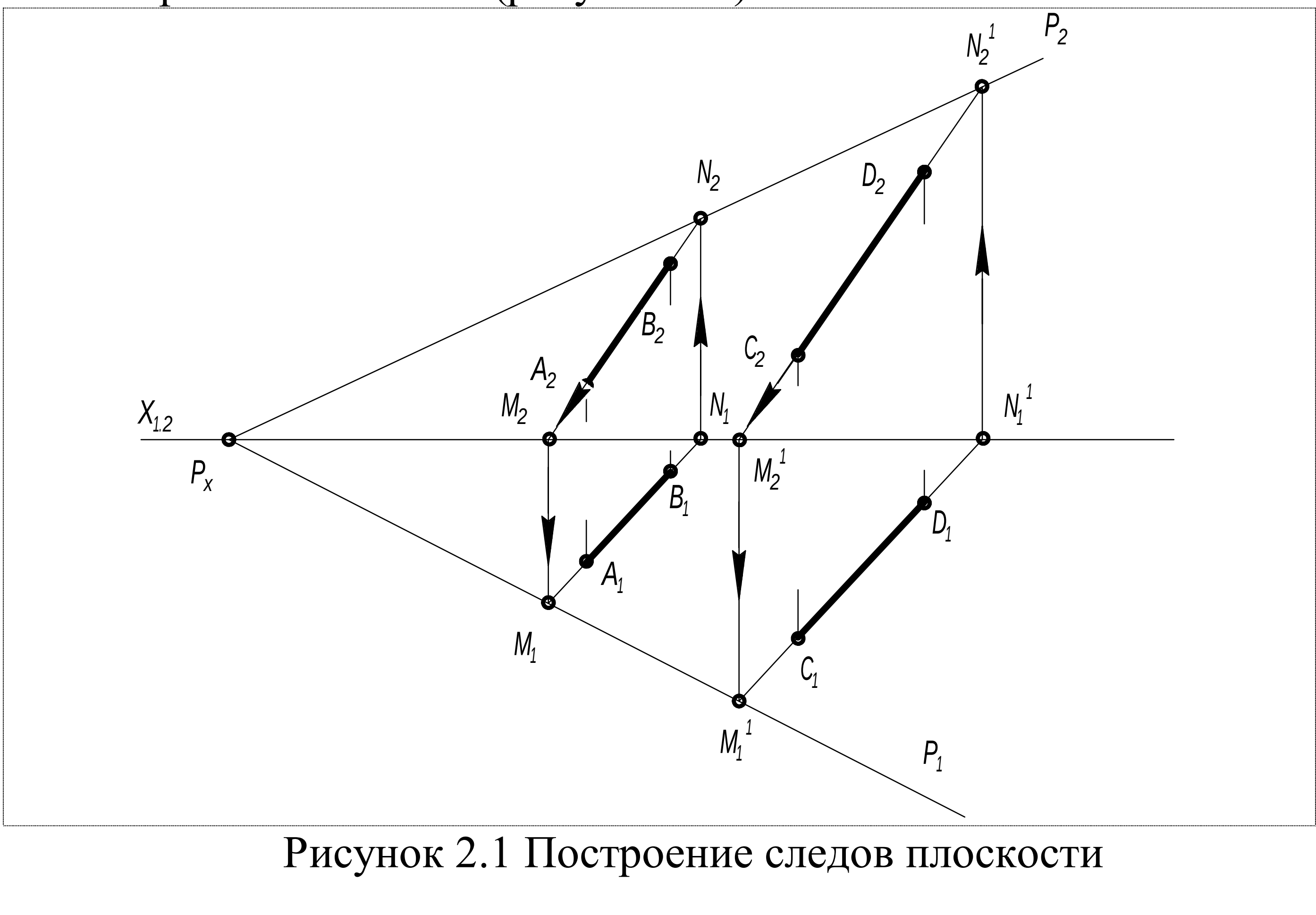


Рисунок 2.1 Построение следов плоскости

Решение

Если прямая лежит в плоскости, то следы прямой лежат на одноименных с ними следах заданной плоскости, Чтобы построить следы заданной плоскости надо построить следы прямых AB и CD. Фронтальный след P_2 пройдет через фронтальные следы прямых, т.е. точки N и N^1, а горизонтальный - через следы M и M^1. Строим следы прямых AB и CD. Через точки M_1 и M_1^1 проходит горизонтальный след P_1, а через точки N_2 и N_2^1 - фронтальный след P_2. Если построения выполнены точно, то оба следа пересекаются в точке P_x на оси X_{12}.

ТЕМА 3
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

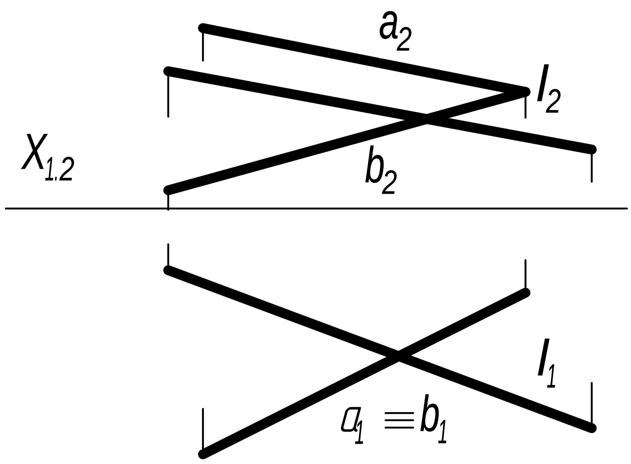
Вопросы самоконтроля

1. Какое взаимное положение могут занимать в пространстве две плоскости? Прямая и плоскость?
2. Какие задачи называются позиционными?
3. В чем суть методики решений 1-й и 2-й основных позиционных задач?
4. Как построить точки пересечения прямой с проецирующей плоскостью?
5. Как построить линию пересечения плоскости общего положения с проецирующей плоскостью?
6. Как определить видимость элементов геометрических фигур на комплексном чертеже?

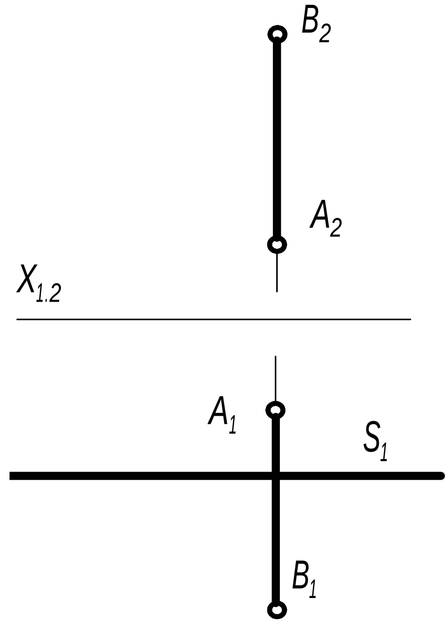
УПРАЖНЕНИЯ

3.1 Построить точку $K(K_1,K_2)$ пересечения прямой с заданными проецирующими плоскостями.

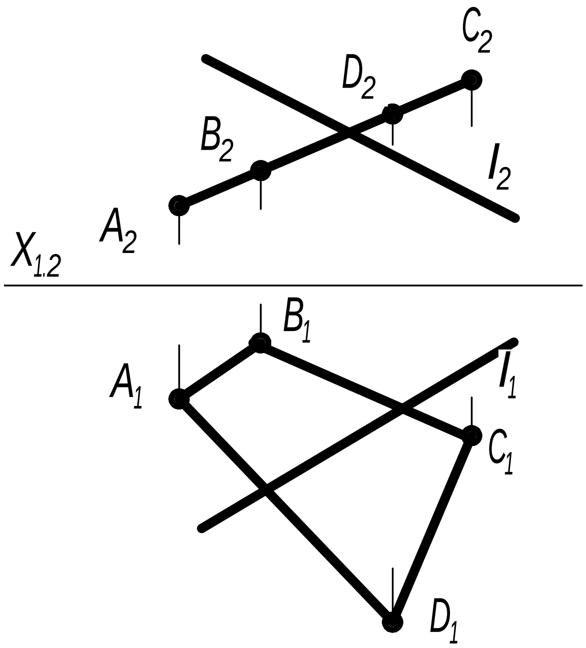
1)



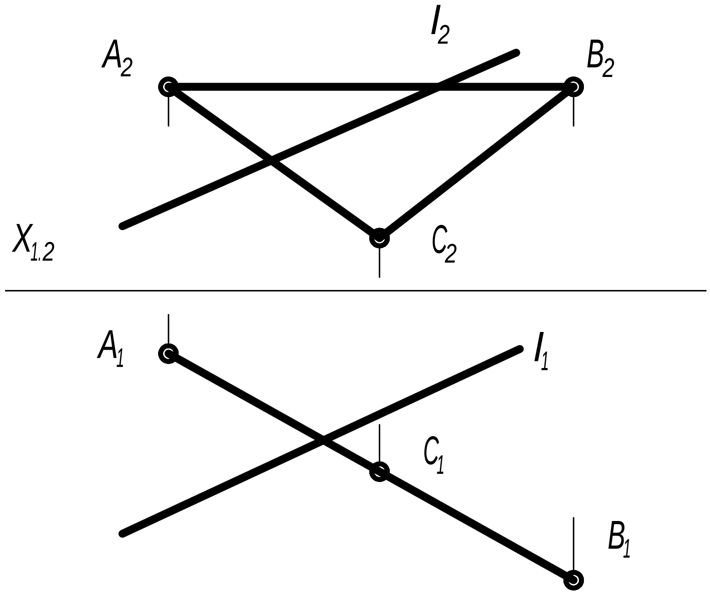
2)



3)

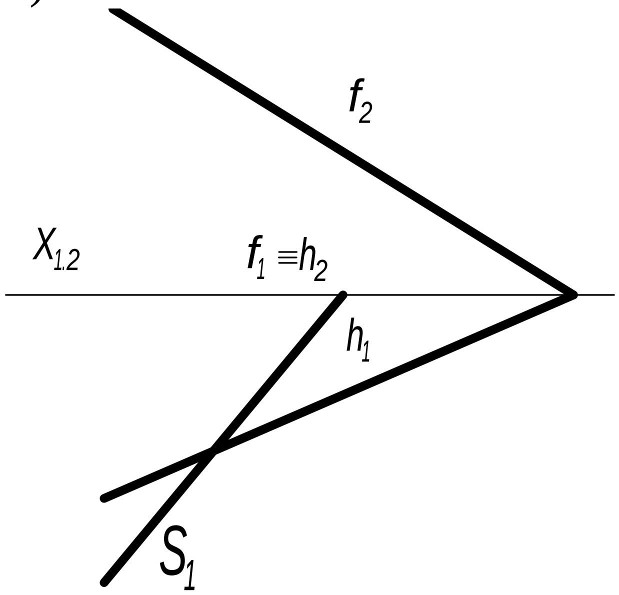


4)

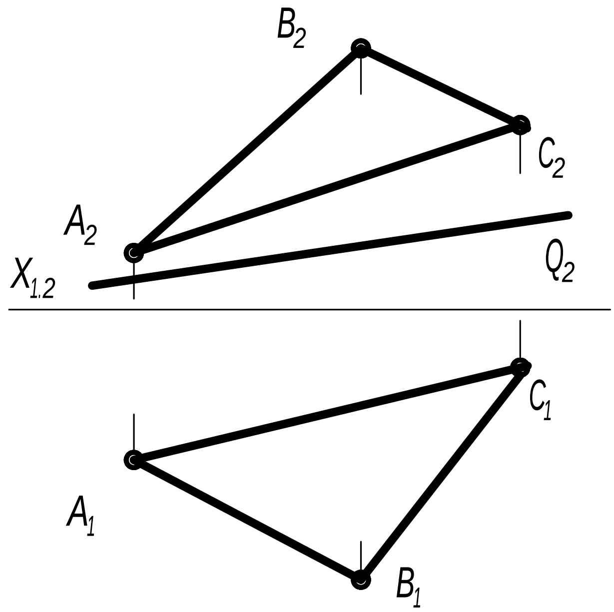


3.2 Построить линию пересечения двух плоскостей.

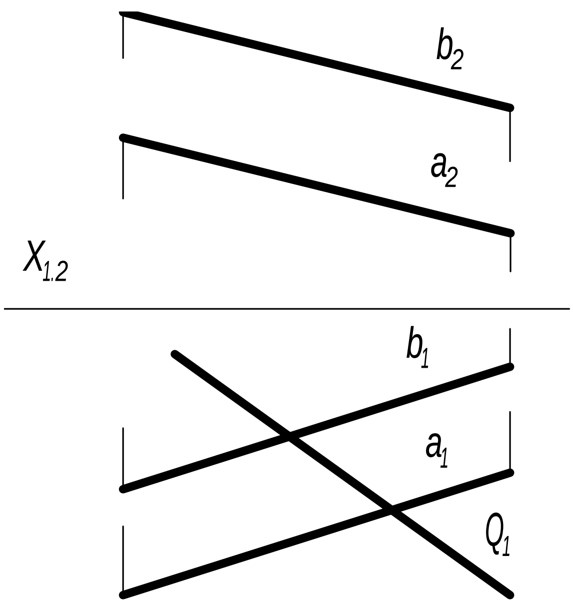
1)



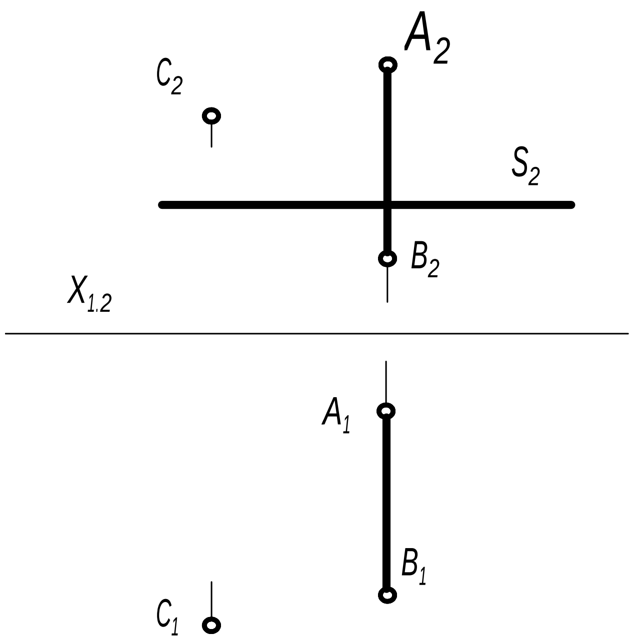
2)



3)



4)



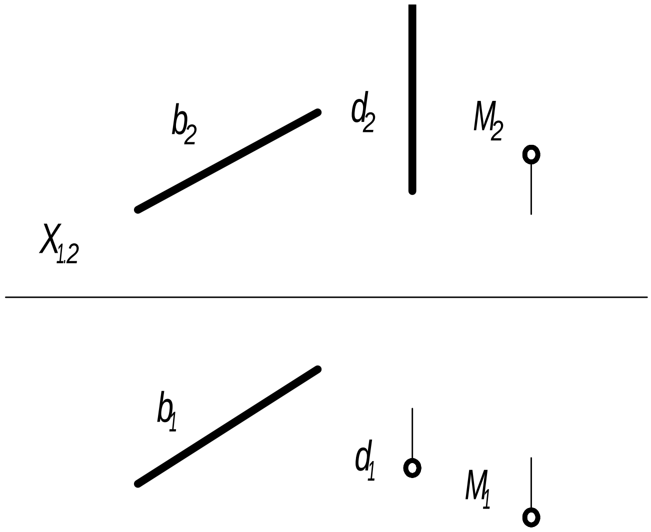
ЗАДАЧИ

3.3 Построить проекции прямой ***t***, проходящий через точку *M* и пересекающей две скрещивающиеся прямые:

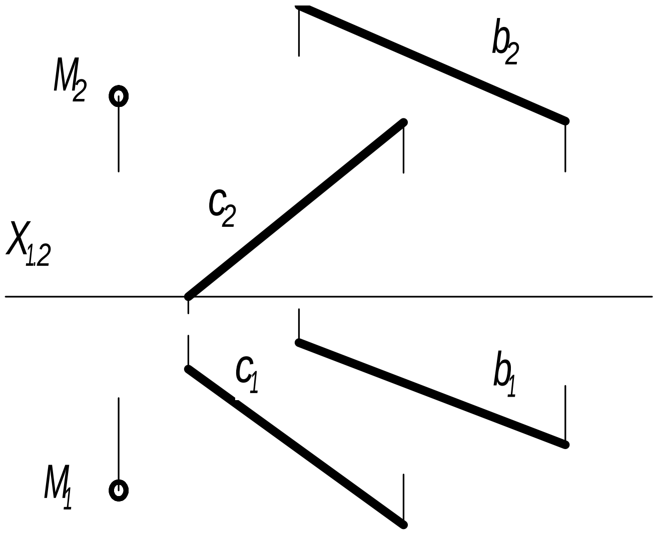
а) ***b***- общего положения и ***d*** – горизонтально проецирующая;

б) ***b*** и *c* общего положения.

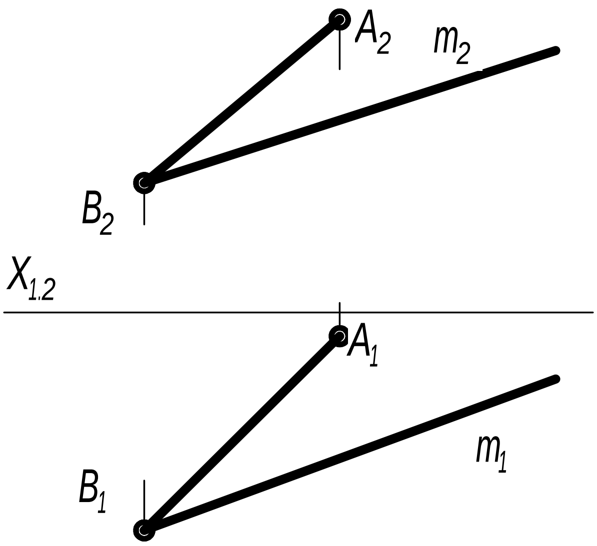
1)



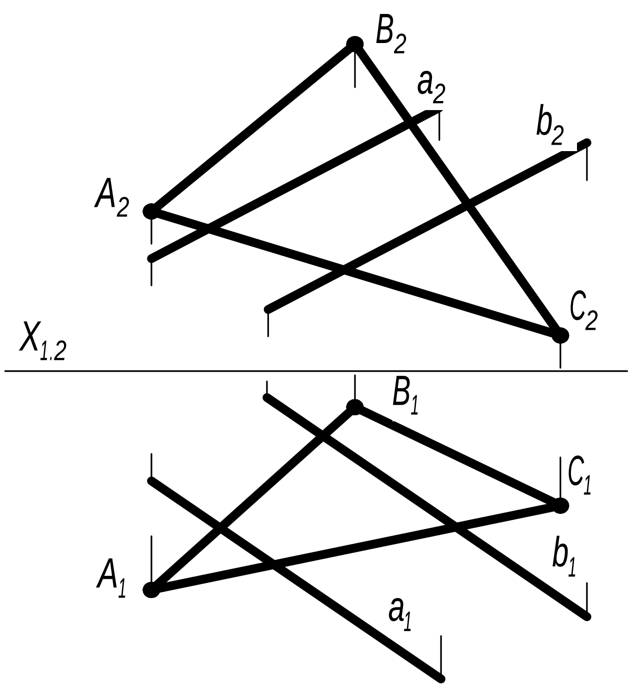
2)



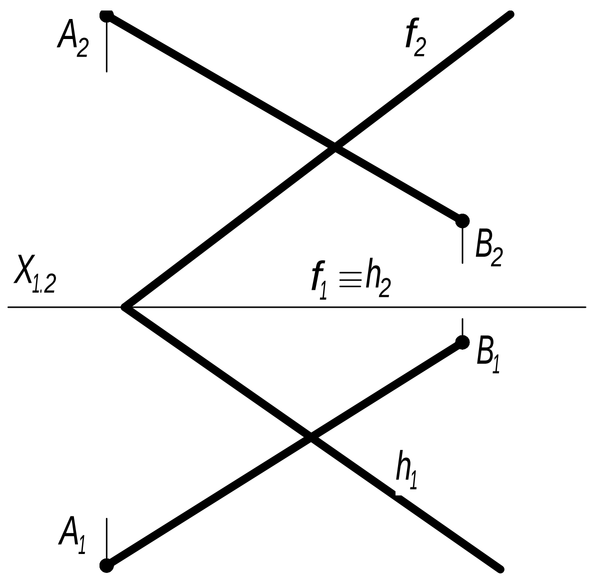
3.4 Построить проекции прямоугольника ABC, AB – гипотенуза. Катет BC принадлежит прямой m. Составьте алгоритм решения.



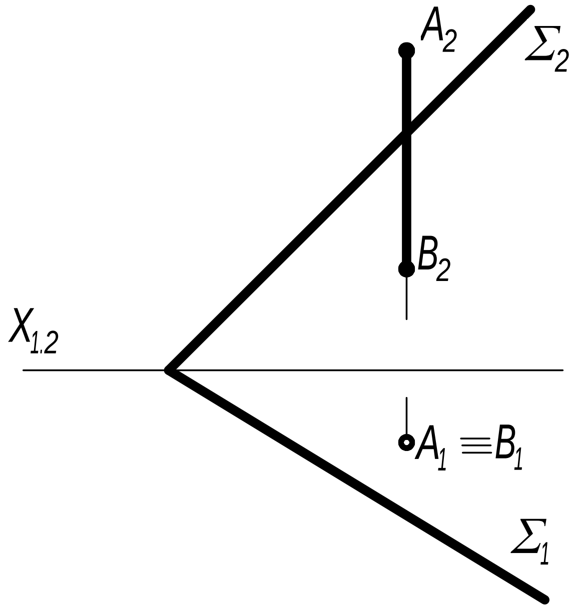
3.5 Построить линию пересечения двух плоскостей $P(\Delta ABC)$ и $\Theta(a \parallel b)$. Определить видимость плоскостей.



3.6 Построить точку $K(K_1, K_2)$ пересечения прямой AB с заданной плоскостью. Определить видимость прямой.

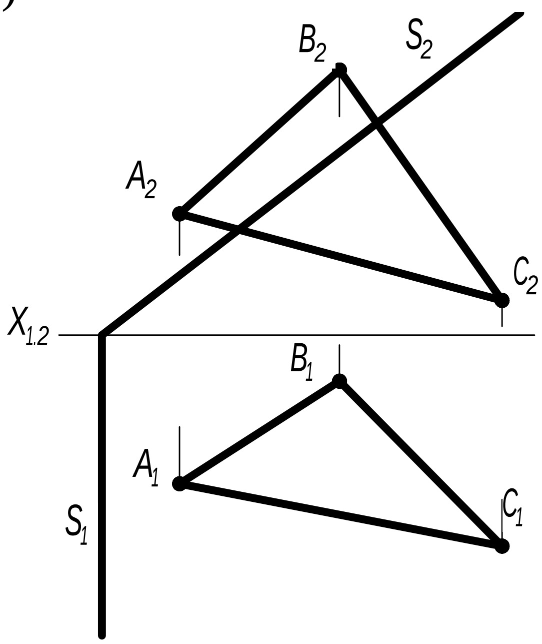


3.7 Построить точку пересечения вертикальной прямой AB с плоскостью общего положения, заданной следами.

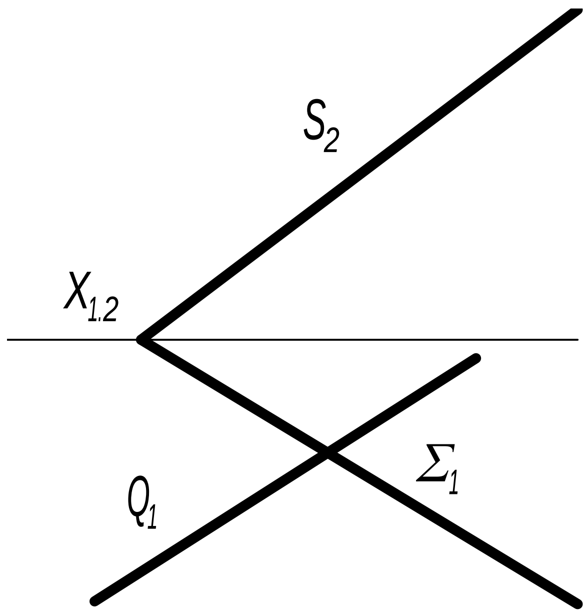


3.10 Построить линию пересечения двух плоскостей общего положения с проецирующей плоскостью.

1)



2)

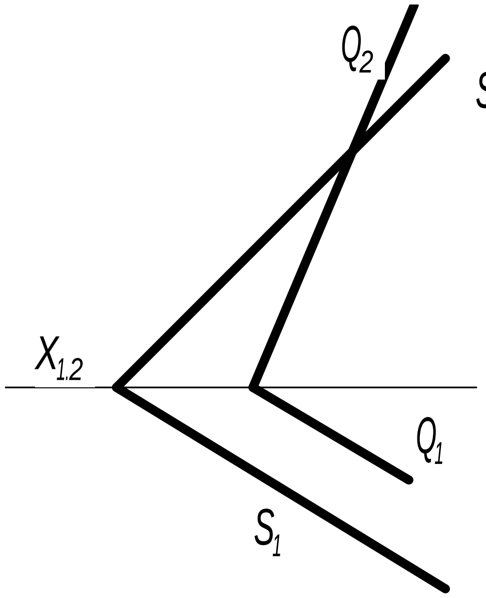


3.8 Построить сферу с центром в точке *O*, касательную к плоскости, заданной треугольником *ABC*. Составьте алгоритм решения. Даны координаты: *A(60, 8, 30)*; *B(50,* ***35, 50)***; *C(20,15,0)*; *O(0, 30,* ***40)***.

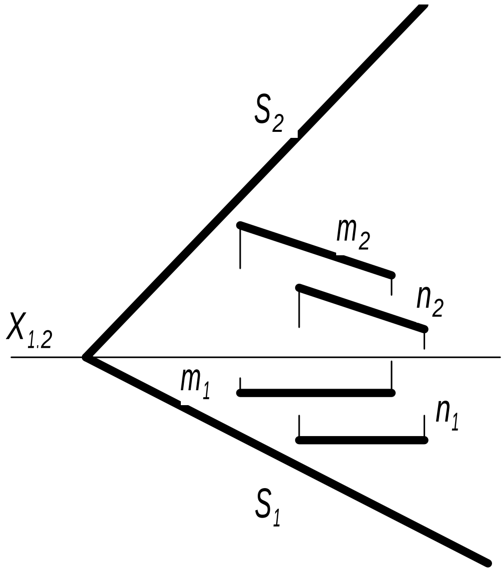
3.9 Построить проекции точки *K* пересечения отрезка прямой *DE* с плоскостью *Σ(ΔABC)* и определить видимость участков прямой линии, разделенной точкой пересечения. Заданы координаты: *A(80,20,5)*; *B(40,0,40)*; *C(35,35,15)*; ***D(75,30, 30)***; *E(15,10,0)*.

3.11 Построить линию пересечения плоскостей.

1)



2)



Пример. Построить линию пересечения плоскостей ***Σ*** и ***Θ*,** у которых $\Sigma_1 \parallel \Theta_1$ (рисунок 3.1).

Решение

В данном случае горизонтальные следы плоскостей параллельны. Это значит, что искомая прямая параллельна плоскости $П_1$ и для плоскостей ***Σ*** и ***Θ*** является горизонталью. Чтобы построить эту горизонталь достаточно построить одну принадлежащую ей точку. Используем точку ***N*** пересечения следов Σ_2 и Θ_2. (рисунок 3.1) Построив проекции N_2 и N_1 проводим $A_2 N_2$ параллельно оси $X_{1,2}$, а $A_1 N_1$ –параллельно следам Σ_1 и Θ_1.

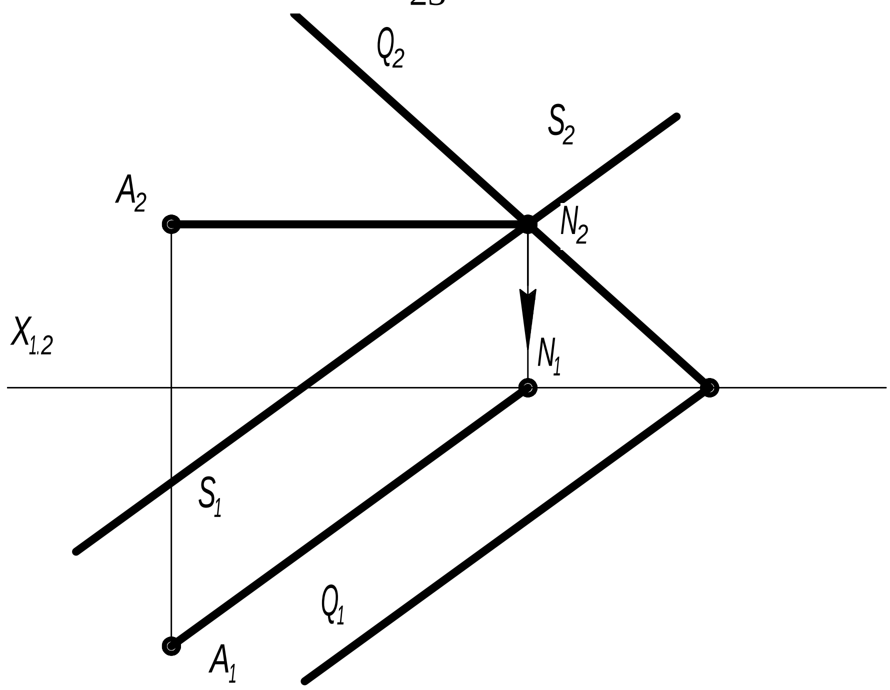


Рисунок 3.1 Построение линии пересечения плоскостей

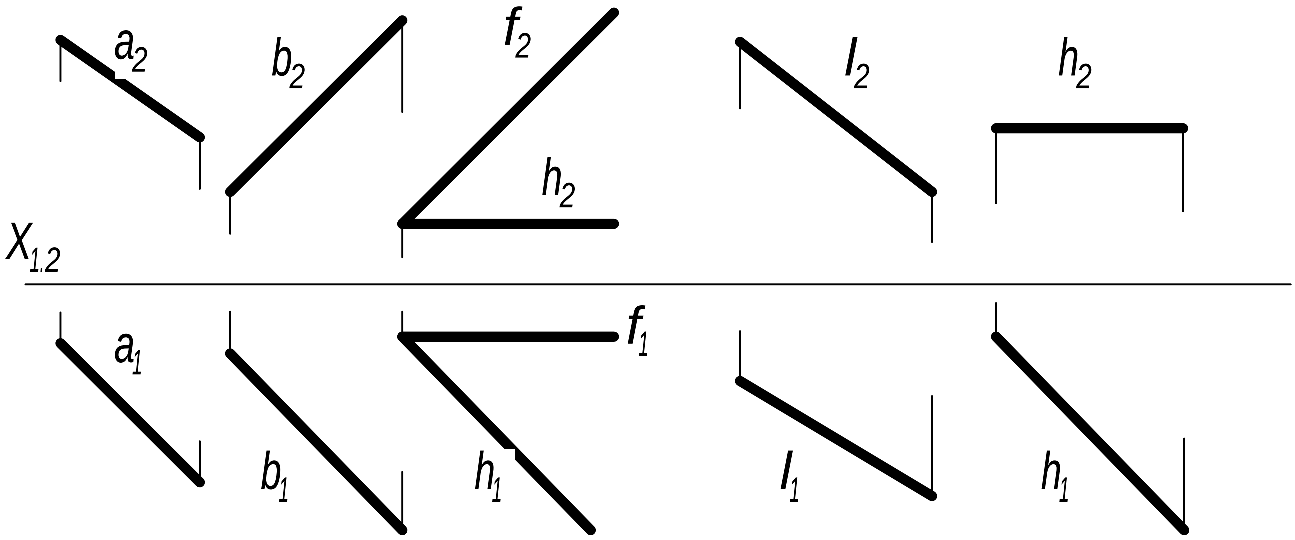
ТЕМА 4
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

Вопросы самоконтроля

1. Как построить прямую, параллельную данной плоскости?
2. Как определяется взаимная параллельность двух плоскостей?
3. В чем сущность теорем проецирования прямого угла?
4. Как располагаются на комплексном чертеже проекции перпендикуляра к заданной плоскости общего положения?
5. Какие прямые и плоскости называются взаимно перпендикулярными?

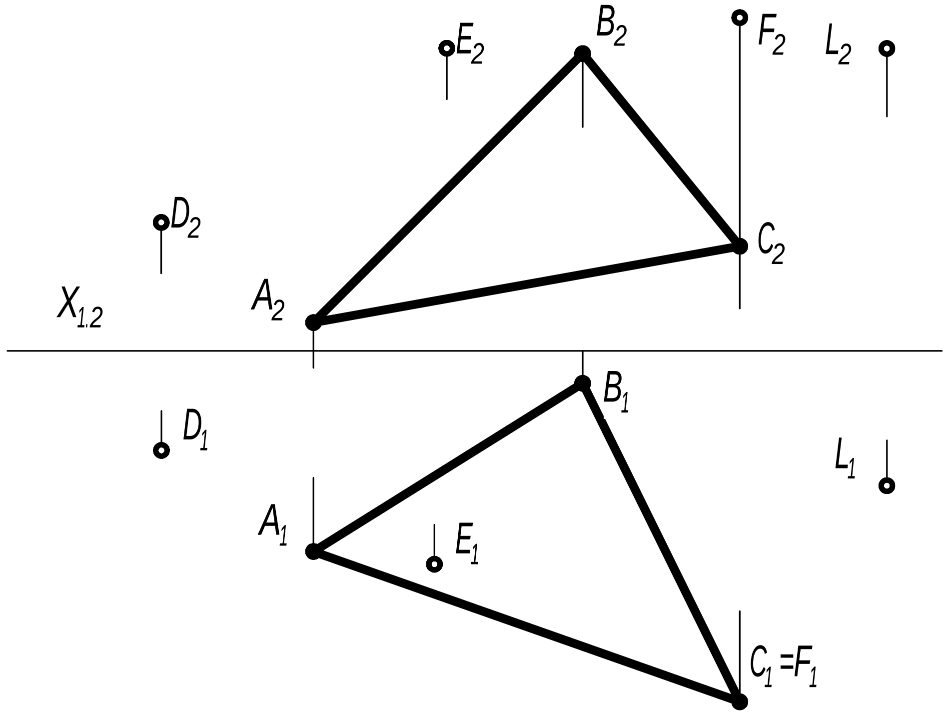
УПРАЖНЕНИЯ

4.1 Определить, параллельна ли заданной плоскости P(f∩h) прямая: 1) ***a***; 2) ***b***; 3) ***l;*** 4) ***h***.

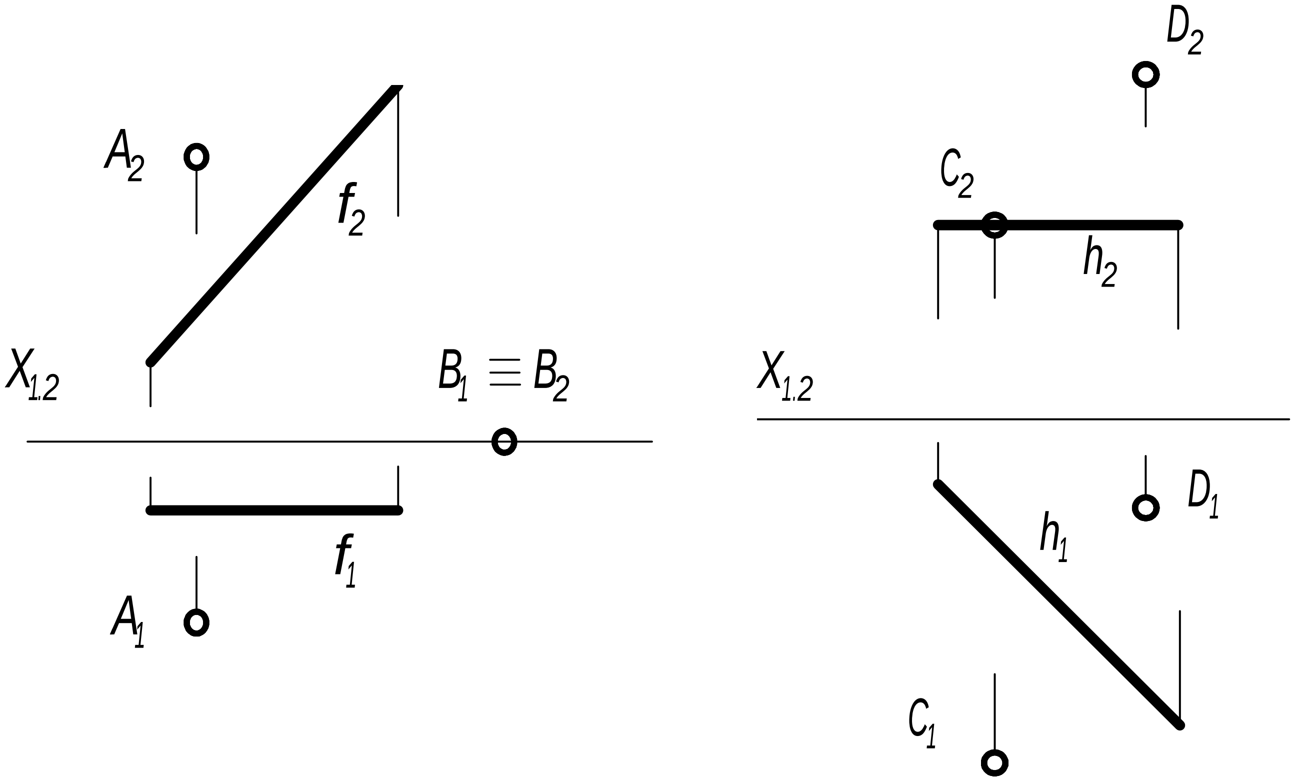


4.2 Провести плоскость *P(a∩в)*, параллельную заданной плоскости ***Θ(***∆*ABC****)***, через точку:

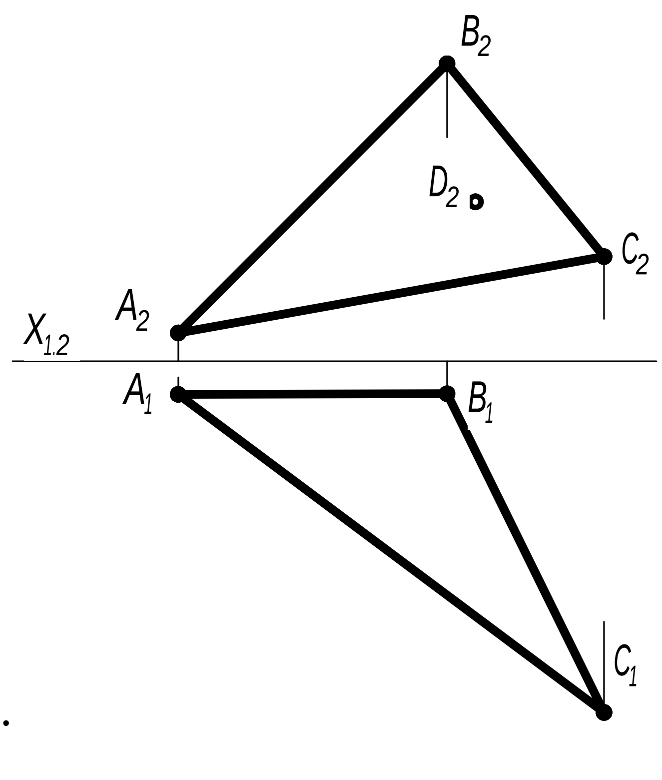
1)***D***; 2) *E*; 3) ***F***; 4) ***L***.



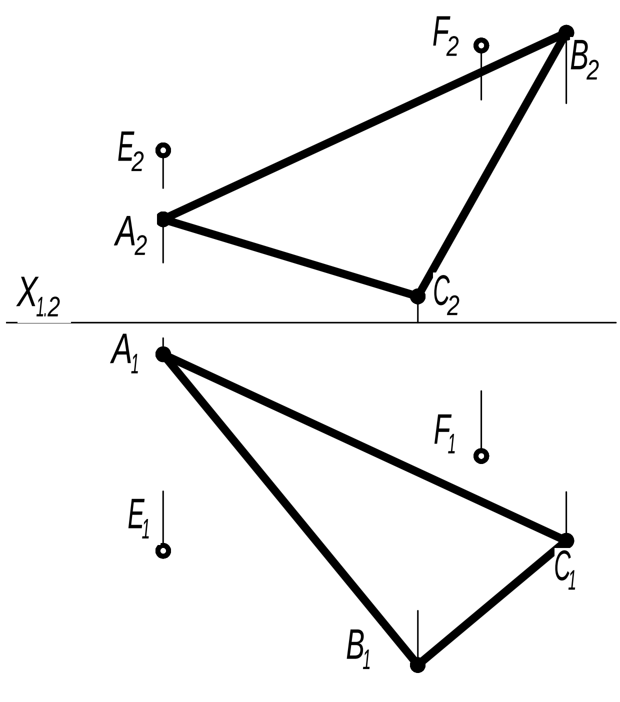
4.3 Определить длину перпендикуляра, опущенного на прямую $f(f_1, f_2)$ из точек A и B; на прямую $h\ (h_1, h_2)$ из точек C и D.



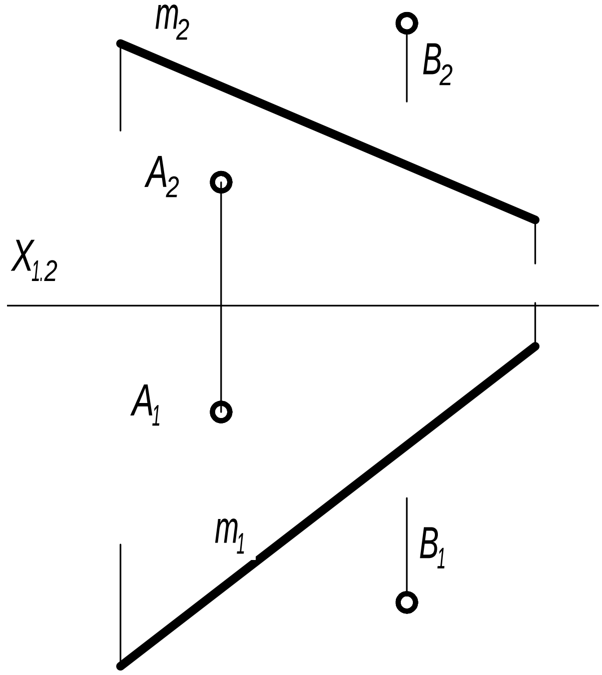
4.4 Восстановить перпендикуляр к заданной плоскости $P(\Delta ABC)$ в точках A и D данной плоскости.



4.5 На заданную плоскость опустить перпендикуляр из точек E и F.

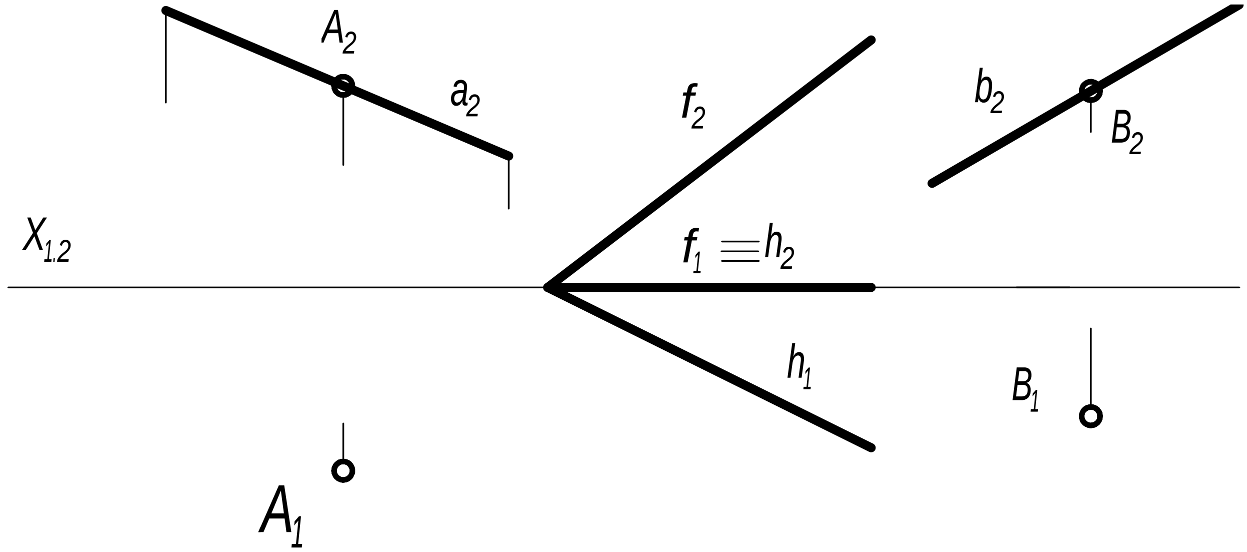


4.6 Провести плоскость, перпендикулярную прямой m через заданную точку : 1)A ; 2)B.

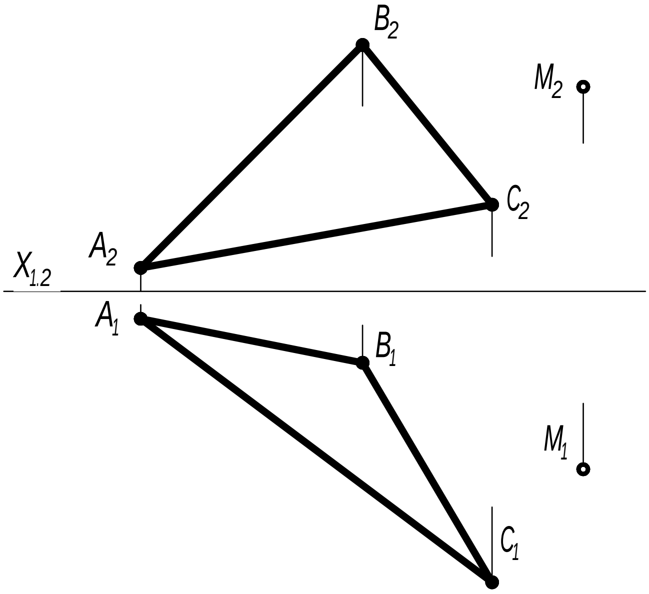


ЗАДАЧИ

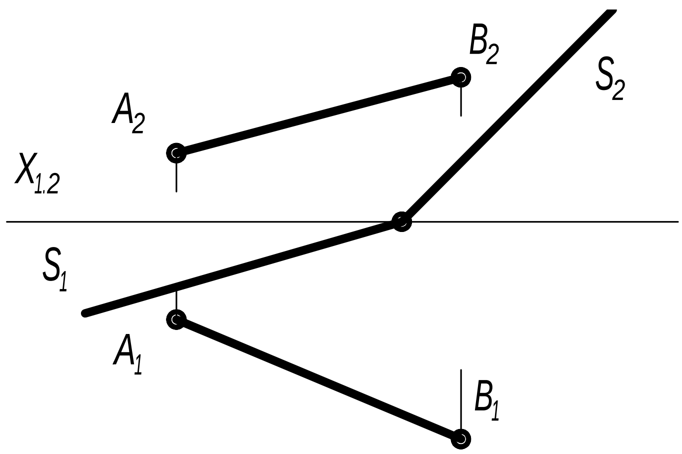
4.7 Построить недостающие проекции прямых a и b, проходящие соответственно через точки A и B и параллельных данной плоскости.



4.8 Через точку M провести прямую, параллельную соответственно: плоскости $P(\Delta ABC)$ и плоскости Π_1.

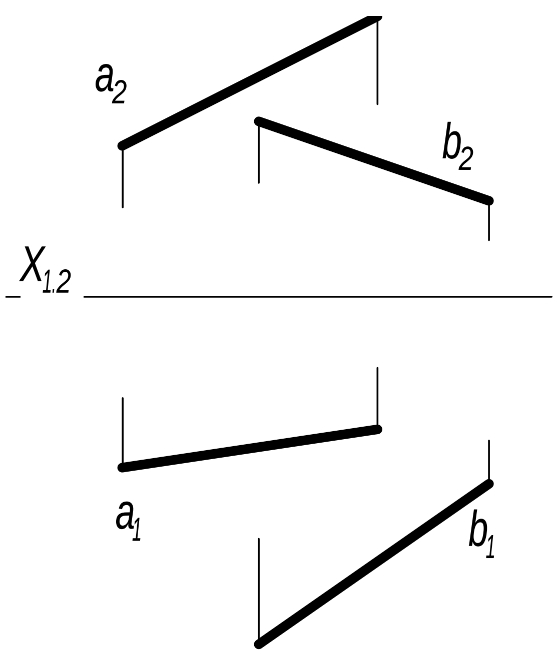


4.9 Определить параллельна ли прямая AB заданной плоскости Σ .

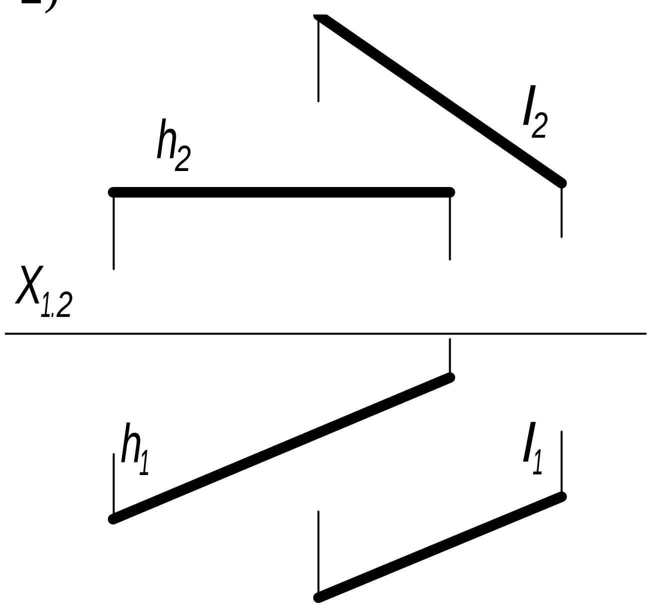


4.10 Через две скрещивающиеся прямые провести две параллельные плоскости.

1)

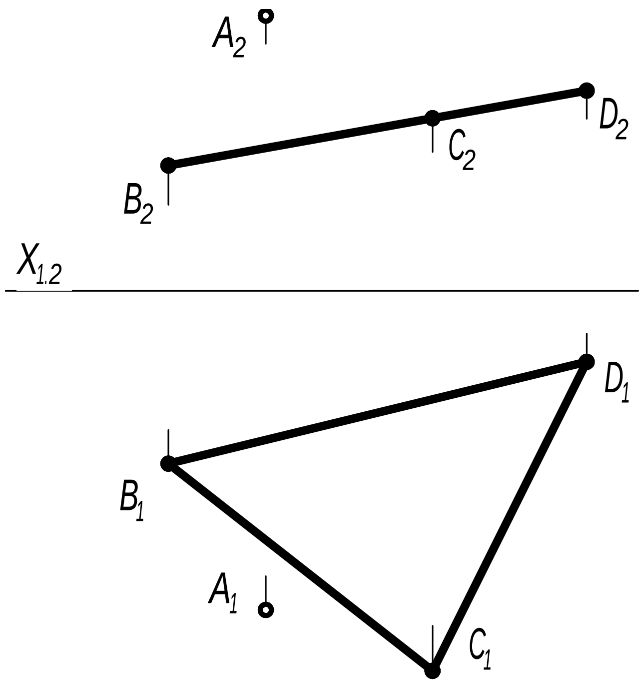


2)

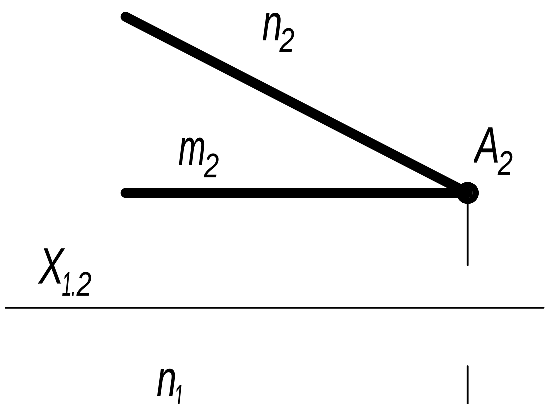


4.11 Через точку A провести плоскость, параллельную плоскости общего положения, заданную любым способом.

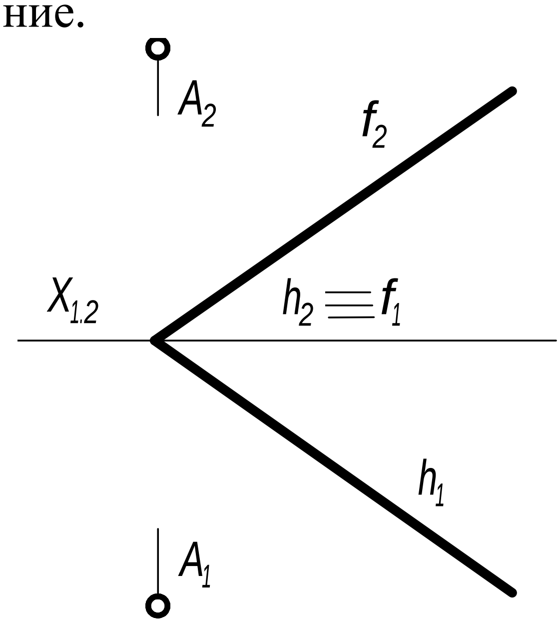
4.12 Из точки A провести перпендикуляр к плоскости $\Sigma(\triangle ABC)$ и определить его основание и длину.



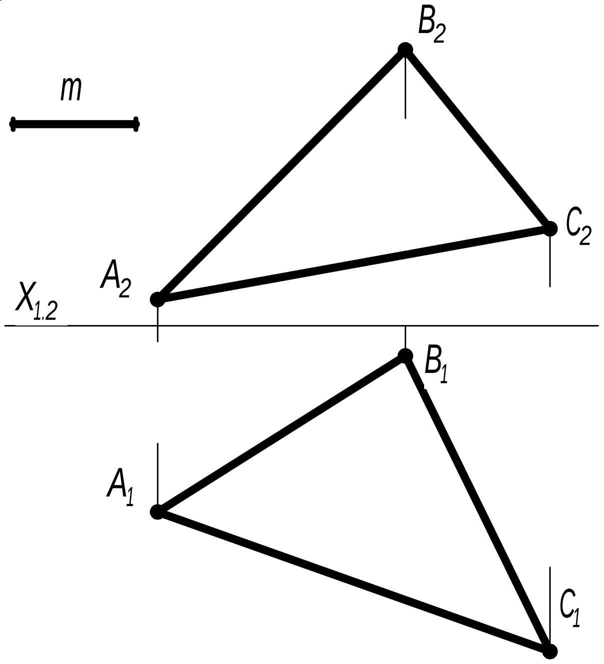
4.13 Построить в точке A перпендикуляр к плоскости $\Sigma(m \cap n)$.



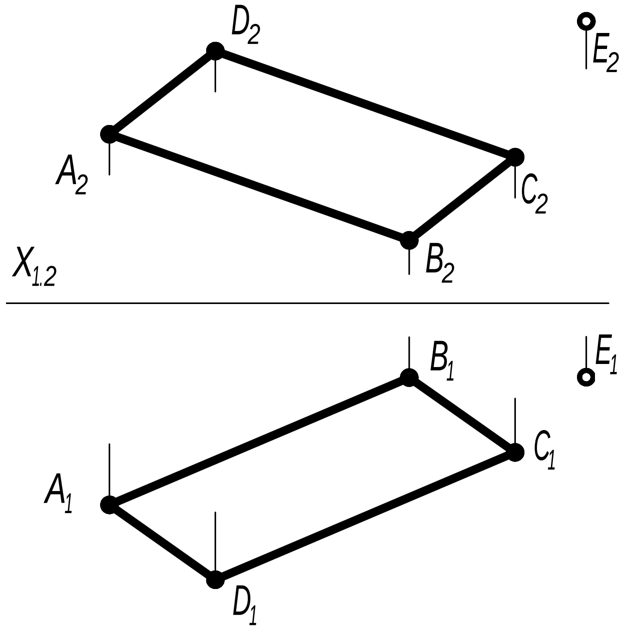
4.14 Из данной точки A провести прямую, перпендикулярную плоскости, заданной следами и найти его основание.



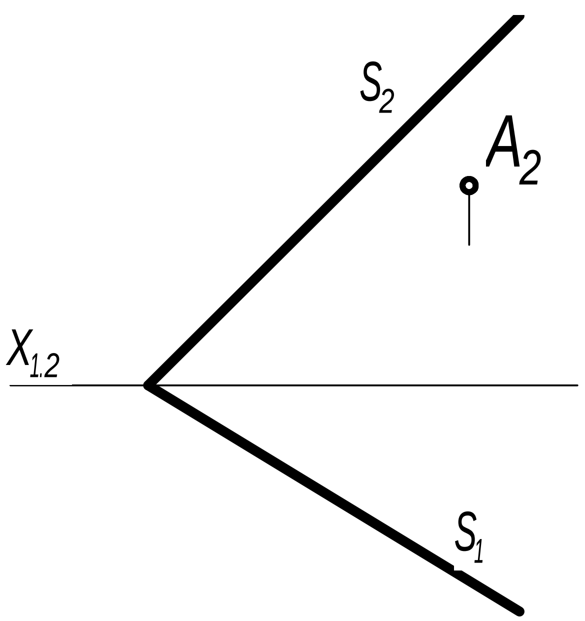
4.15 Из точки A восстановить перпендикуляр к плоскости Г(ΔABC) и отложить на нем отрезок длиной $\boldsymbol{m}$.



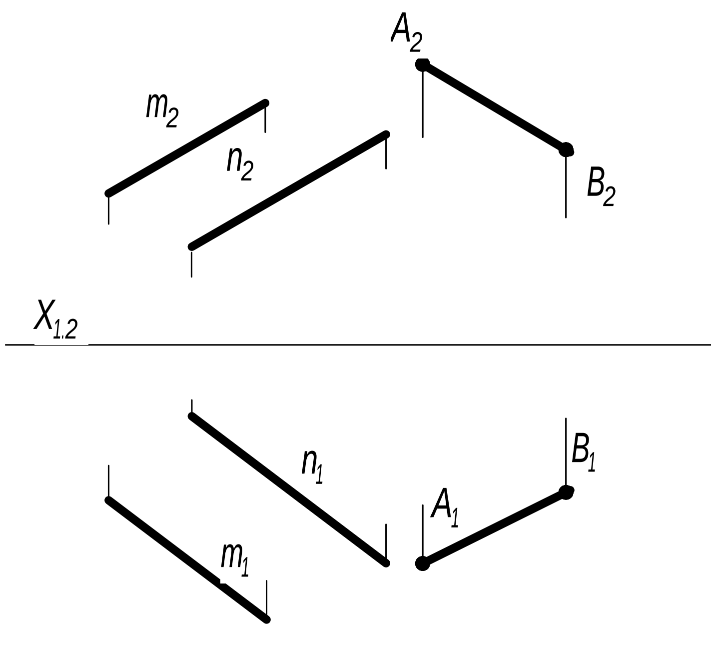
4.16 Определить расстояние от точки E до заданной плоскости $ABCD$.



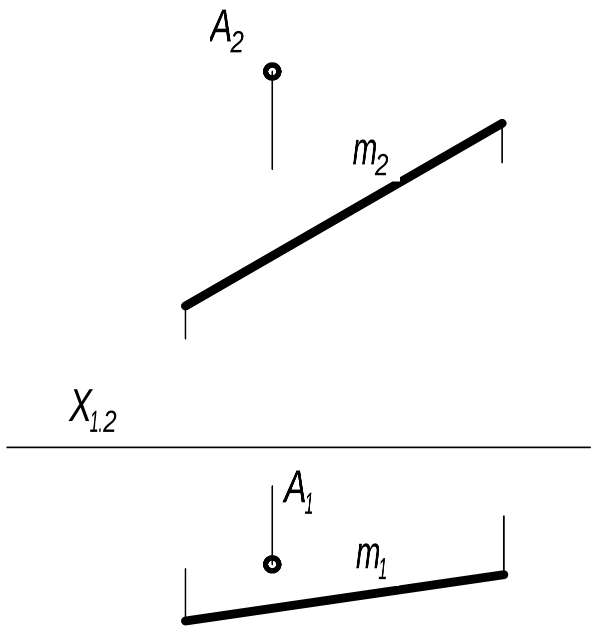
4.17 В точке A плоскости Σ восстановить перпендикуляр к плоскости длиной 35 мм.



4.18 Через прямую AB провести плоскость Θ, перпендикулярную к заданной плоскости $\Sigma(m \parallel n)$.



4.19 Определить расстояние от точки A до прямой $\boldsymbol{m}$.



Пример. Определить параллельна ли прямая AB плоскости P (рисунок 4.1).

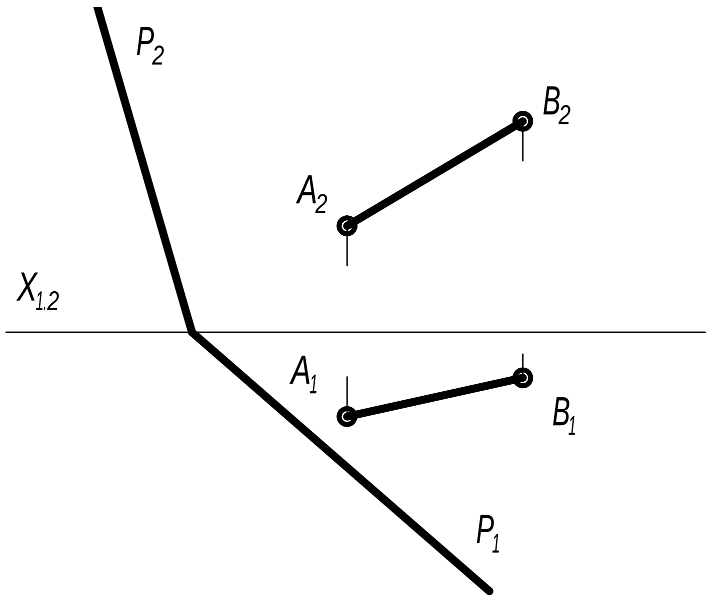


Рисунок 4.1Условие к примеру.

Решение

Для определения, параллельна ли прямая AB плоскости P, надо попытаться провести в этой плоскости прямую параллельно данной. Проводим фронтальную проекцию $\boldsymbol{C_2\,D_2}$ параллельно $A_2\,B_2$. Строим горизонтальную проекцию $\boldsymbol{C_1\,D_1}$, соблюдая условие, что прямая $\boldsymbol{CD}$ лежит в плоскости P (рисунок 4.2).

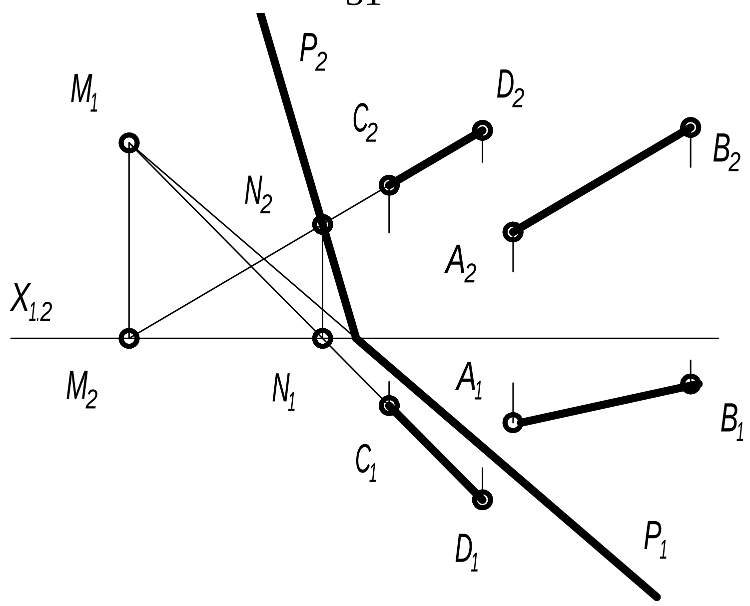


Рисунок 4.2 Определение параллельности прямой и плоскости

Так как построенная проекция $C_1 D_1$ оказалась не параллельна $A_1 B_1$, то прямые AB и CD не параллельны, а это значит, что прямая AB и плоскость P не параллельны.

ТЕМА 5
СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

Вопросы самоконтроля

1. В чем состоит принцип преобразования комплексного чертежа способом замены плоскостей?

2. Перечислите основные задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций.

3. Назовите обязательное условие расположения каждой новой плоскости проекций.

4. В чем сущность способа плоскопараллельного перемещения и вращения вокруг оси?

5. В чем принципиальное различие способов замены плоскостей проекций, плоскопараллельного движения и вращения вокруг оси?

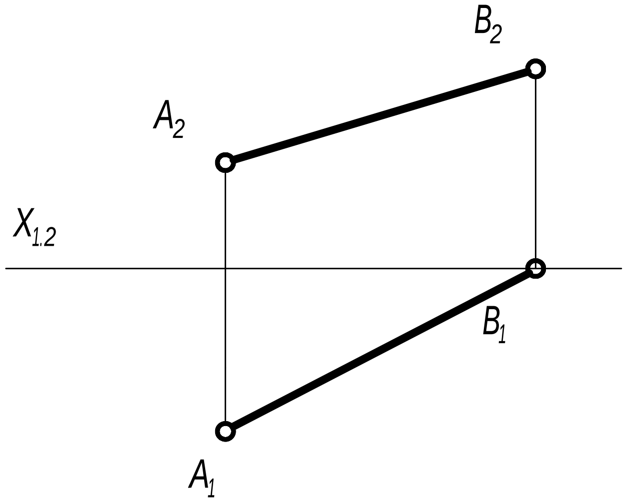
6. Какие задачи решаются способом плоскопараллельного движения и вращения вокруг оси?

7. Какие основные задачи решаются способом вращения вокруг линии уровня?

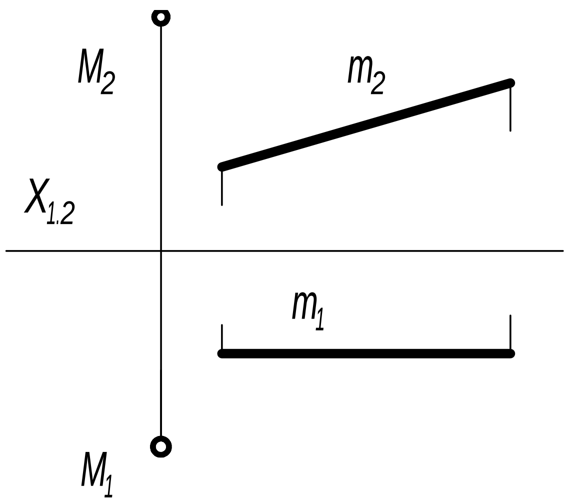
УПРАЖНЕНИЯ

5.1 Способом замены плоскостей проекций определить:

а) длину заданного отрезка и углы наклона его к $П_1$ и $П_2$

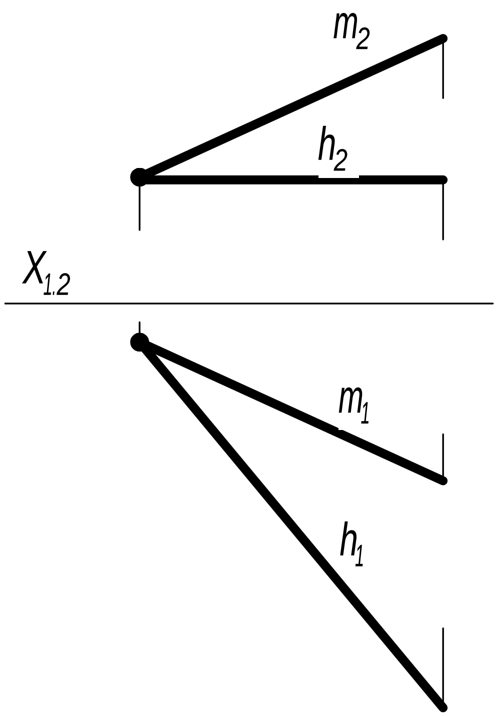


б) расстояние от заданной точки M до прямой $m(m_1, m_2)$

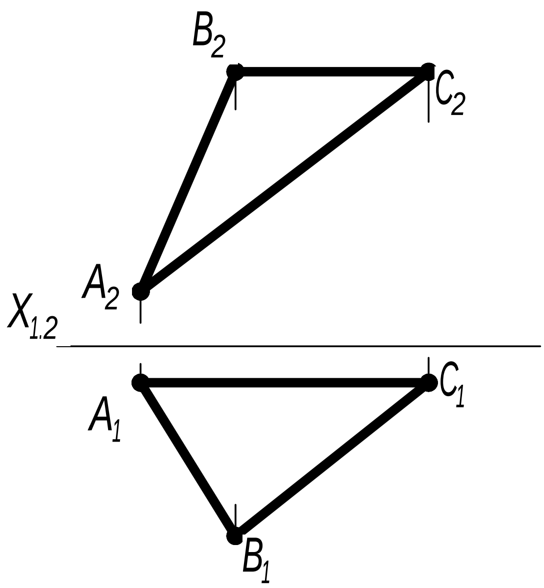


5.2 Преобразовать заданную плоскость в проецирующую:

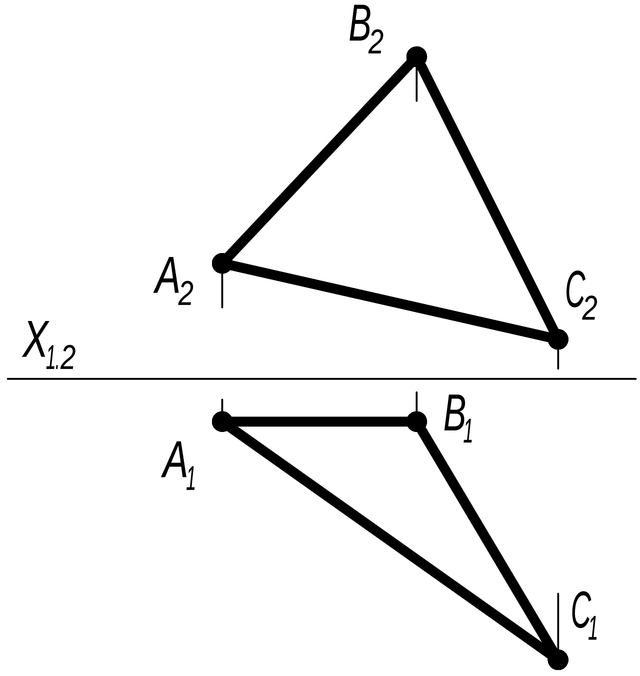
а) путем замены $П_1$.



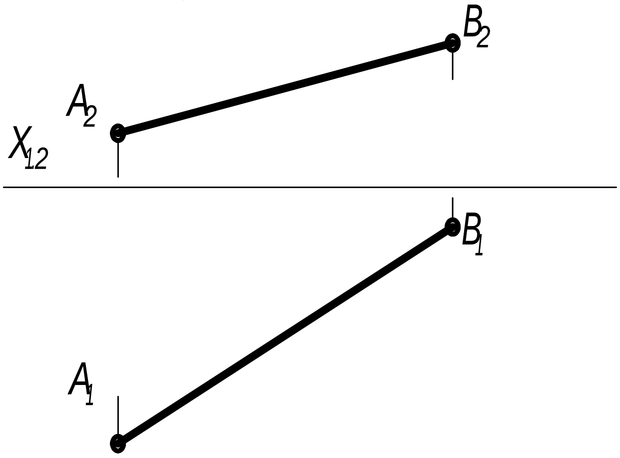
б) вращением вокруг проецирующей прямой.



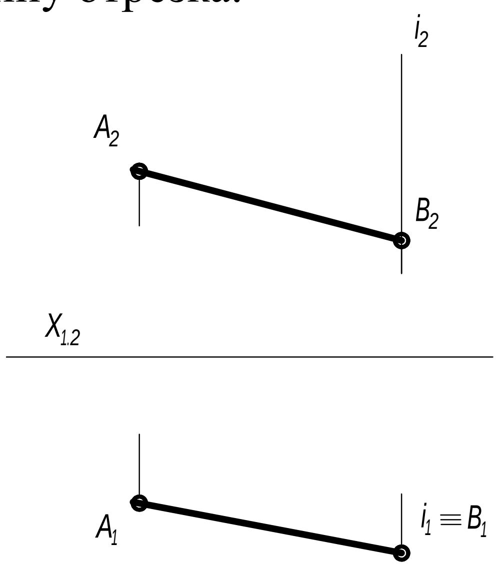
в) плоскопараллельным перемещением.



5.3 Перевести плоскопараллельным перемещением заданный отрезок в положение проецирующего. Определить его длину.



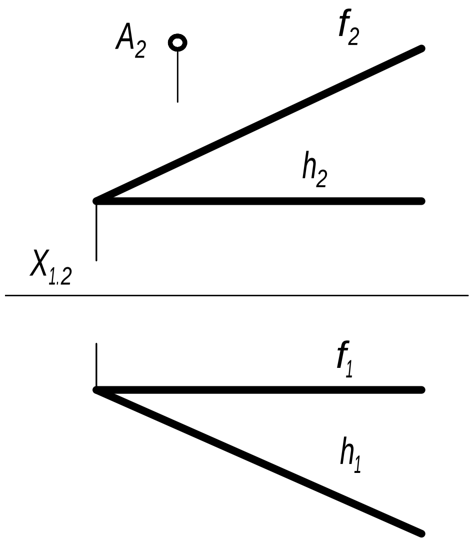
5.4 Повернуть отрезок *AB* до положения линии уровня вокруг заданной оси и замерить длину отрезка.



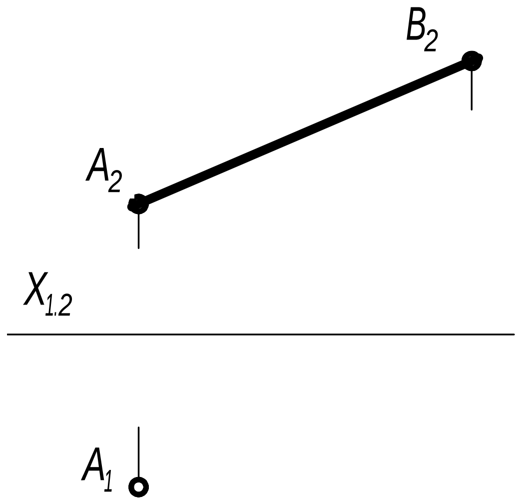
ЗАДАЧИ

Замена плоскостей проекций

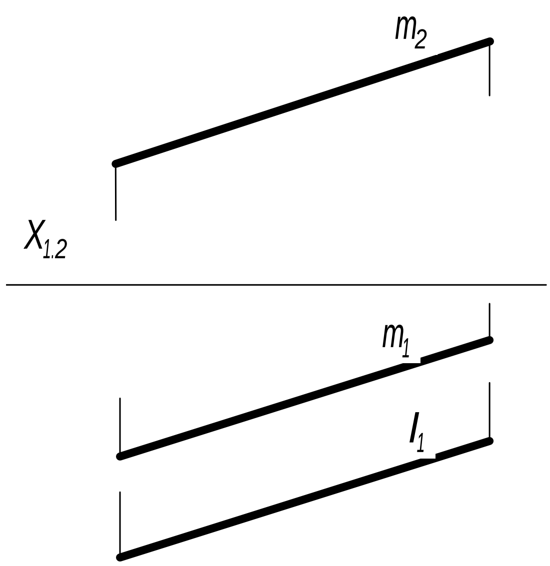
5.5 Дана фронтальная проекция точки A, удаленной от плоскости $\Sigma(f \cap h)$ на 20 мм. Построить горизонтальную проекцию точки A.



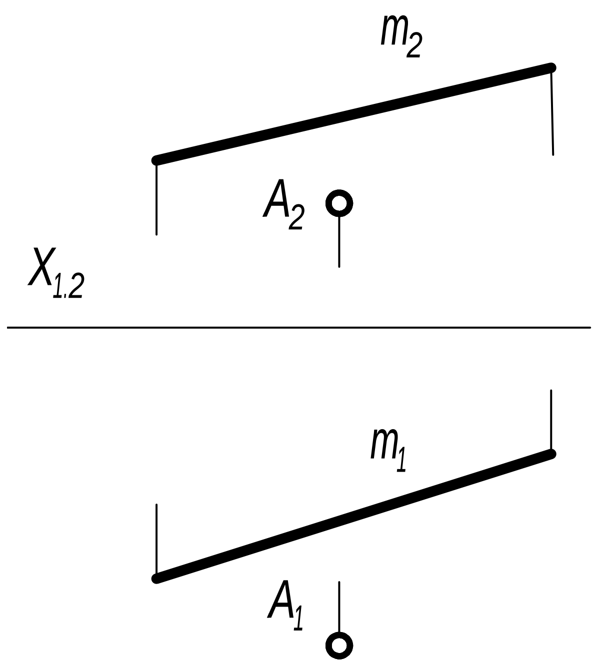
5.6 Построить горизонтальную проекцию отрезка, зная, что $|AB| = 40$ мм.



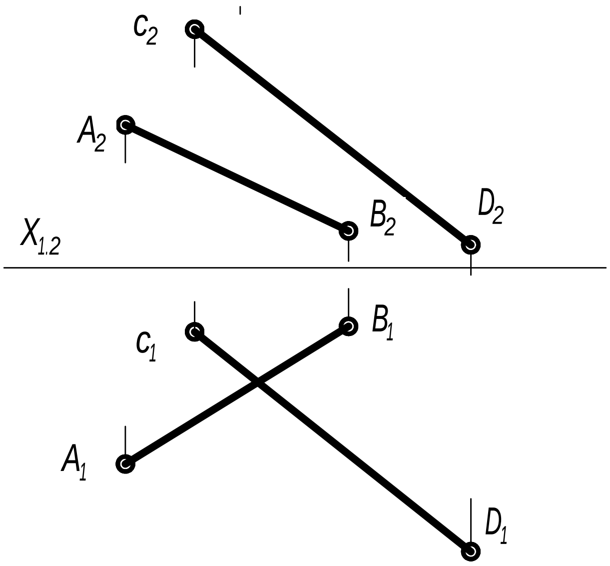
5.7 Построить недостающую проекцию прямой $l \| m$, если расстояние между ними 20 мм.



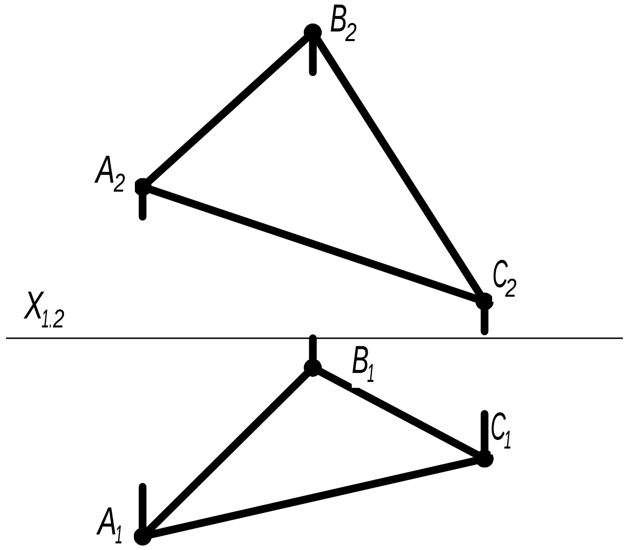
5.8 Определить расстояние от точки ***A*** до прямой m.



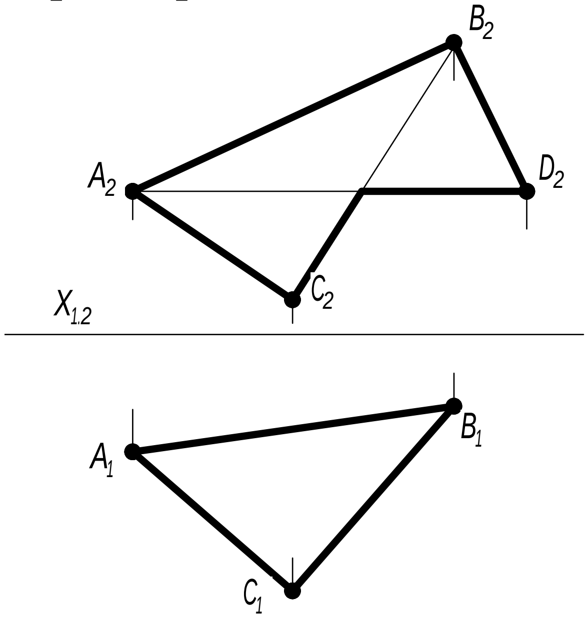
5.9 Определить кратчайшее расстояние между прямыми *AB* и ***CD***.



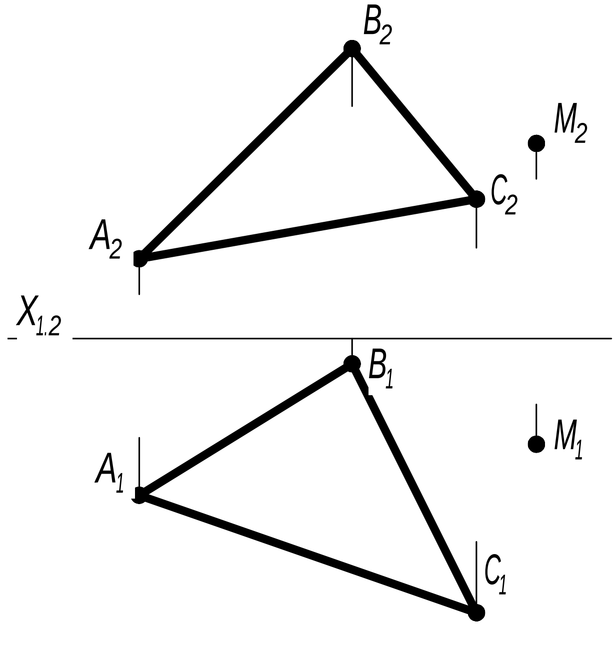
5.10 Определить угол наклона плоскости $\Theta(\Delta ABC)$ к Π_2 и натуральный вид треугольника *ABC*.



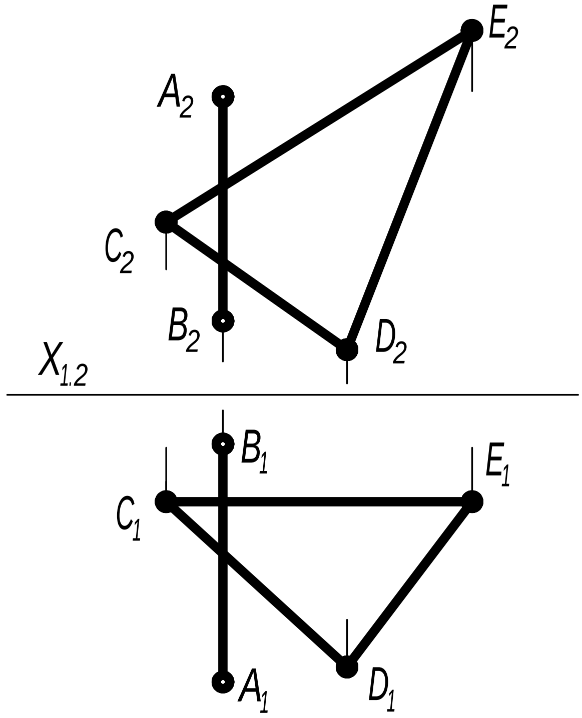
5.11 Построить горизонтальную проекцию стороны двугранного угла, если угол при ребре *AB* равен 30?.



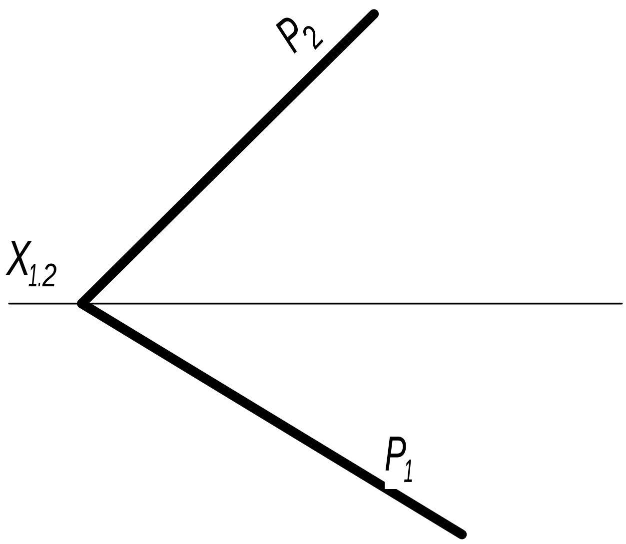
5.12 Определить расстояние от точки *M* до плоскости $P(\Delta ABC)$.



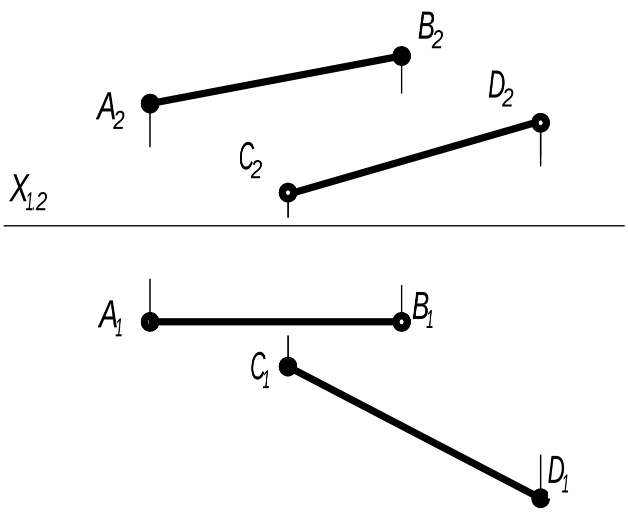
5.13 Построить точку *K* пересечения прямой *AB* с плоскостью. Определить длину отрезка *AK*.



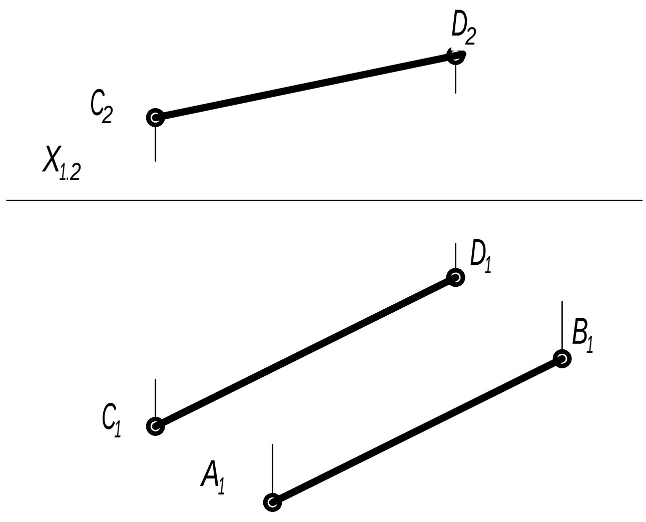
5.14 Плоскость, заданную следами, преобразовать в проецирующую.



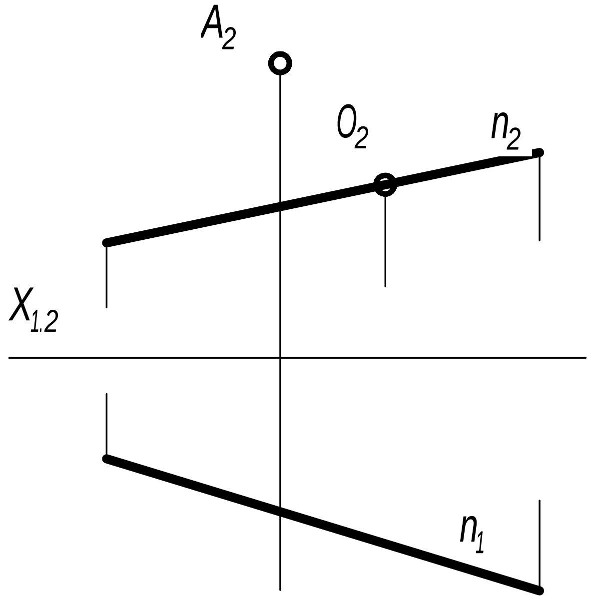
5.15 На прямой *AB* построить точку, равноудаленную от точек *C* и *D*.



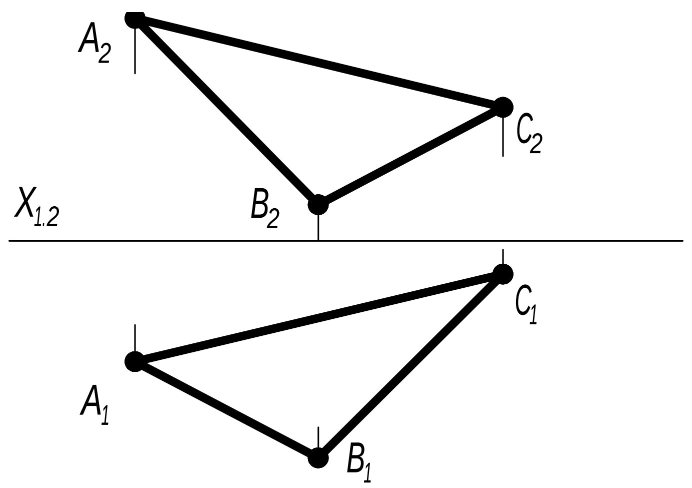
5.16 Определить фронтальную проекцию отрезка *AB*, параллельного отрезку *CD* и удаленного от него на 15 мм. Сколько решений имеет задача?



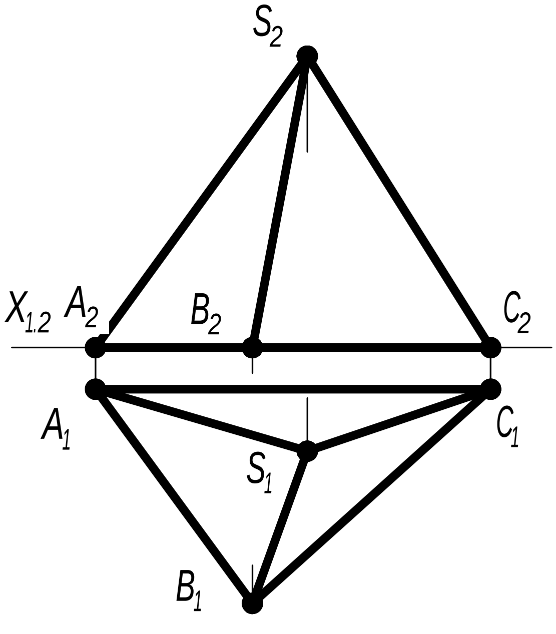
5.17 Построить проекции квадрата, диагональ *BD* которого принадлежит прямой *n*, если задана проекция A_2 вершины *A* и проекция O_2 точки *O* пересечения диагоналей квадрата.



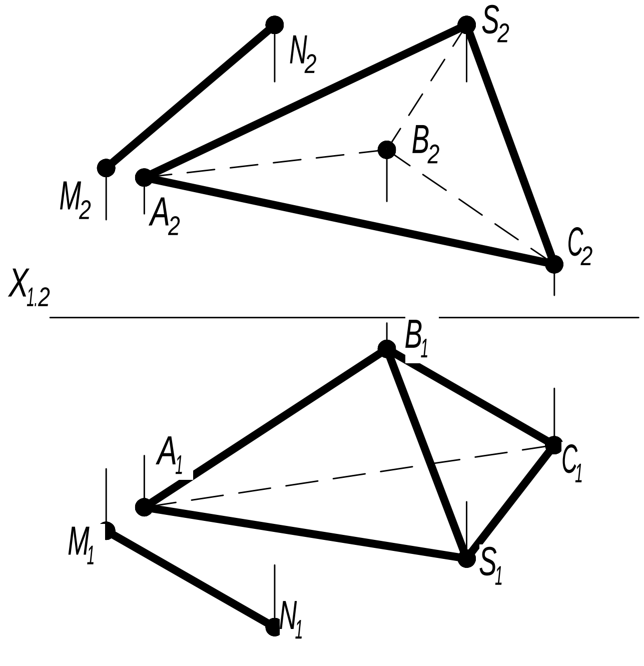
5.18 Провести проекции биссектрисы угла *C* треугольника *ABC*.



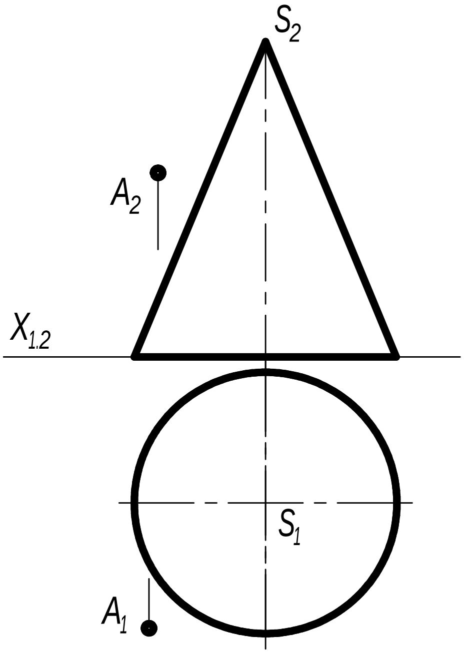
5.19 Определить натуральную величину ребер пирамиды ***S****ABC* и натуральную величину грани ***SAB***.



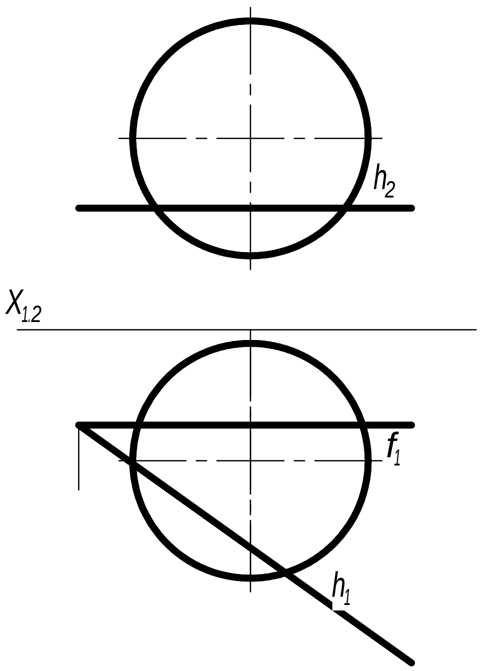
5.20 Построить проекции точки *K*, лежащей на прямой ***MN*** и равноудаленной от граней *ABC* и ***SA****C* пирамиды ***SAB****C*.



5.21 Определить расстояние от точки A до поверхности конуса.



5.22 Построить фронтальную проекцию прямой f, определяющей, плоскость P $(f \cap h)$, зная, что плоскость P рассекает сферу по окружности o 25 мм.



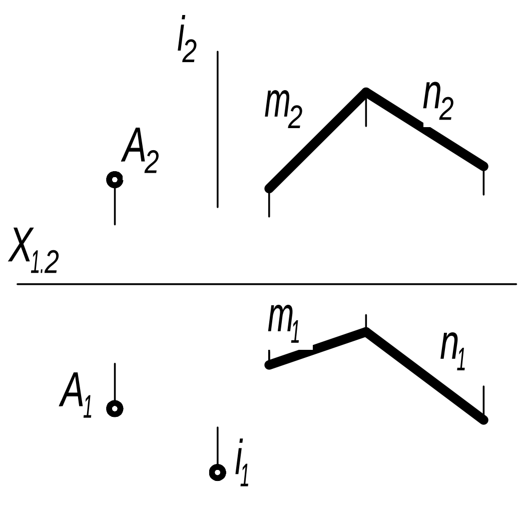
Способы плоскопараллельного движения и вращения

5.23 Определить натуральную величину отрезка ***AB*** и углы его наклона к плоскостям проекций Π_1 и Π_2. Даны координаты: $A(80,10,15)$ $B(30,40,25)$.

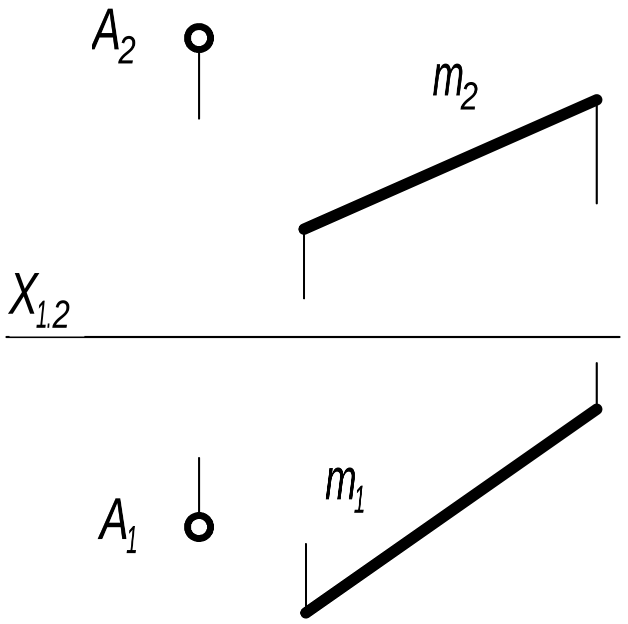
а) решить задачу плоскопараллельным движением

б) решить вращением вокруг проецирующей прямой.

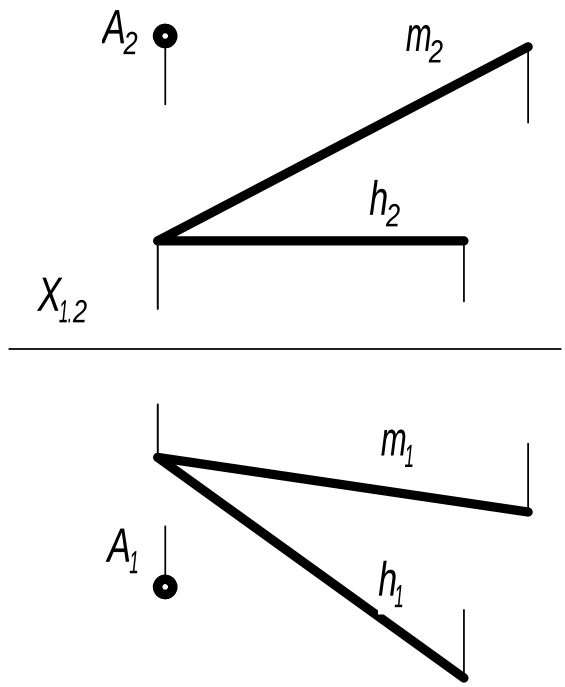
5.24 Повернуть точку A вокруг оси i до совмещения с плоскостью P $(m \cap n)$.



5.25 Определить расстояние от точки *A* до прямой ***m***.

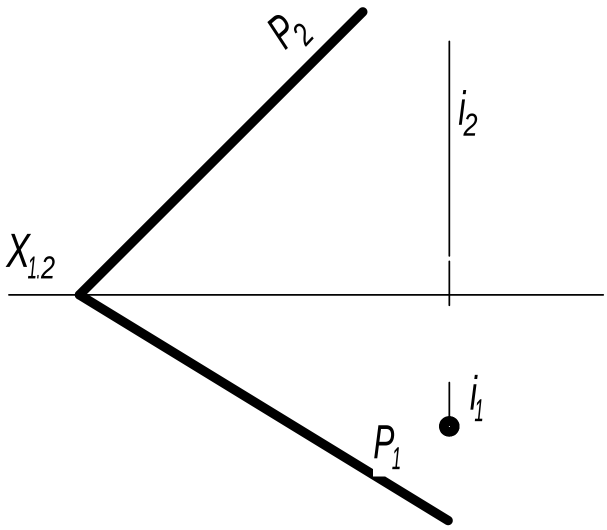


5.26 Определить расстояние от точки *A* до плоскости $\Theta(m \cap h)$.

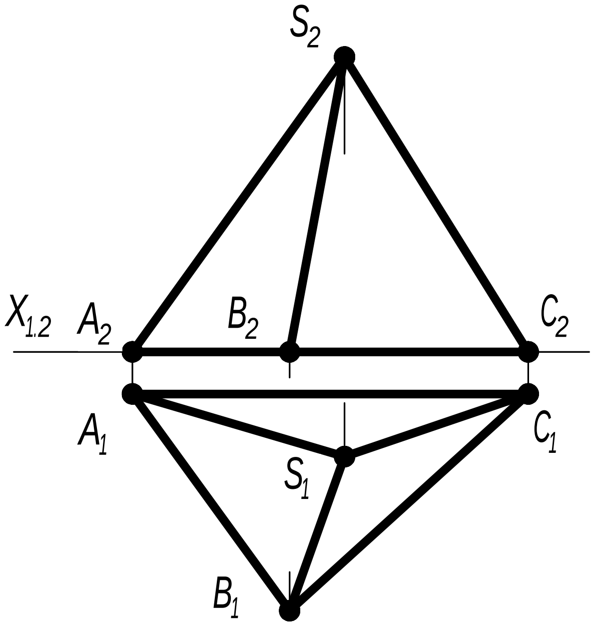


5.27 На комплексном чертеже задать плоскость общего положения треугольником *ABC*. Вращением вокруг оси, перпендикулярной плоскости $П_2$, преобразовать треугольник *ABC* в проецирующий, затем в плоскость уровня.

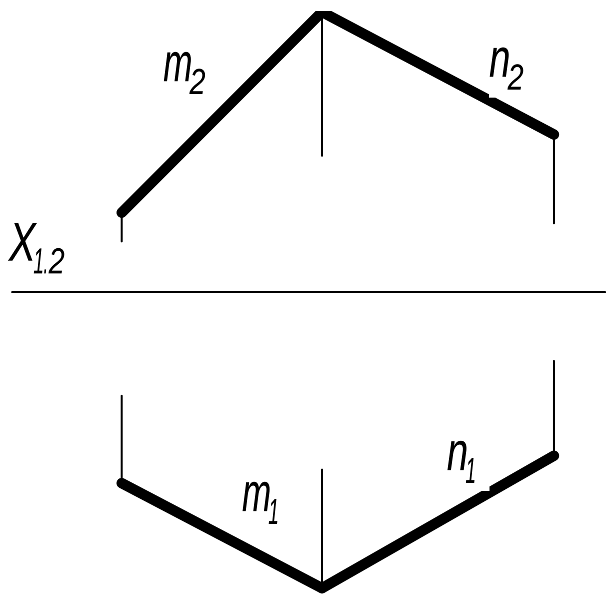
5.28 Дана плоскость *P* общего положения следами. Повернуть плоскость *P* около оси ***i***, перпендикулярную плоскости $П_1$, на угол 120?.



5.29 Определить величину ребер пирамиды $SABC$ и натуральную величину грани SAB.

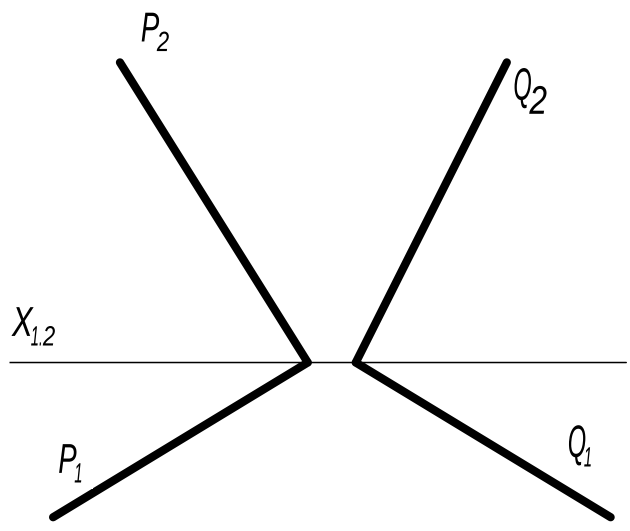


5.30 Вращением вокруг линии уровня определить угол между прямыми m и n.

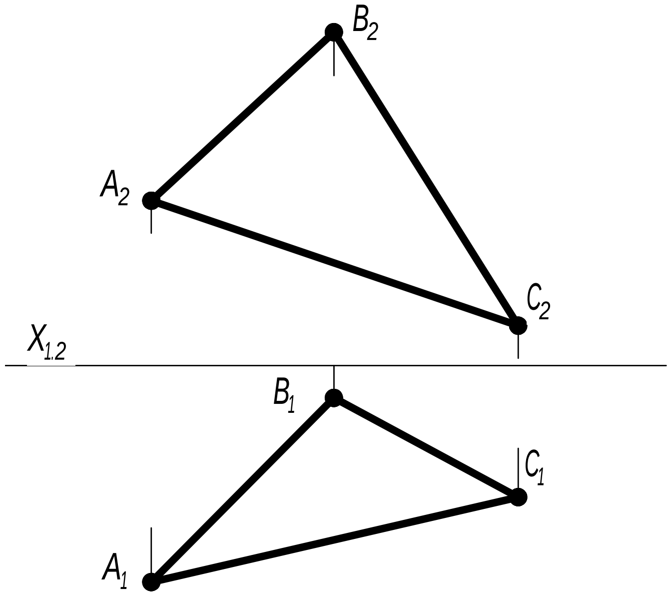


5.32 Определить угол между прямой общего положения и плоскостью общего положения.

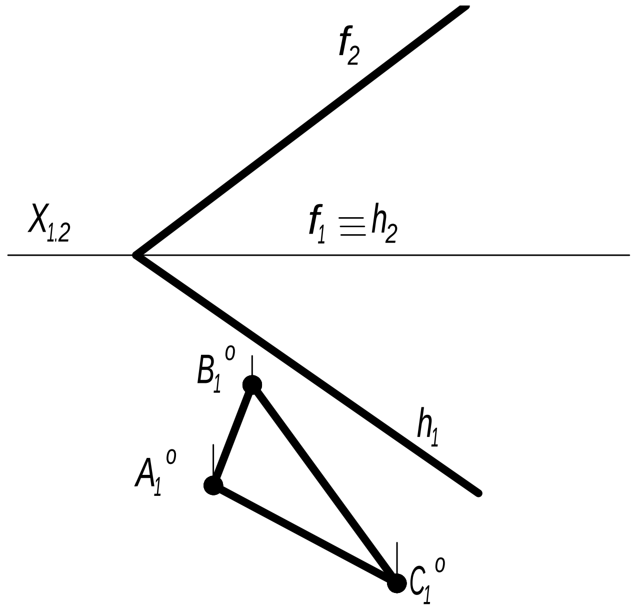
5.33 Определить величину угла между двумя плоскостями P и $\boldsymbol{\Theta}$, заданными следами.



5.34 Построить проекции центра описанной окружности треугольника ABC. Определить радиус окружности.



5.35 Построить проекции треугольника ABC, лежащего в плоскости $\Theta(f \cap h)$, если дано его совмещенное с плоскостью Π_1 положение.



Пример. Определить углы наклона прямой AB к плоскости Π_1 и Π_2(рисунок 5.1).

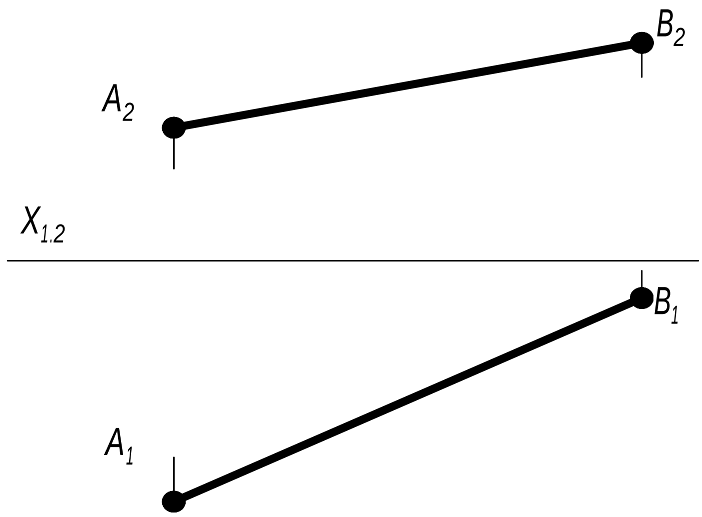


Рисунок 5.1 Условие к примеру

Решение

Если прямая параллельна пл.$П_2$, то угол $\boldsymbol{\alpha}$ между этой прямой и плоскостью $П_1$ изображается без искажения на фронтальной плоскости проекции.

Если же прямая параллельна $П_1$, то образуемый этой прямой угол $\boldsymbol{\beta}$ с пл. $П_2$ изображается без искажения на горизонтальной плоскости проекции. Поэтому, поставив заданную прямую общего положения параллельно пл. $П_2$, а затем параллельно пл. $П_1$, можно определить соответственно углы $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$.

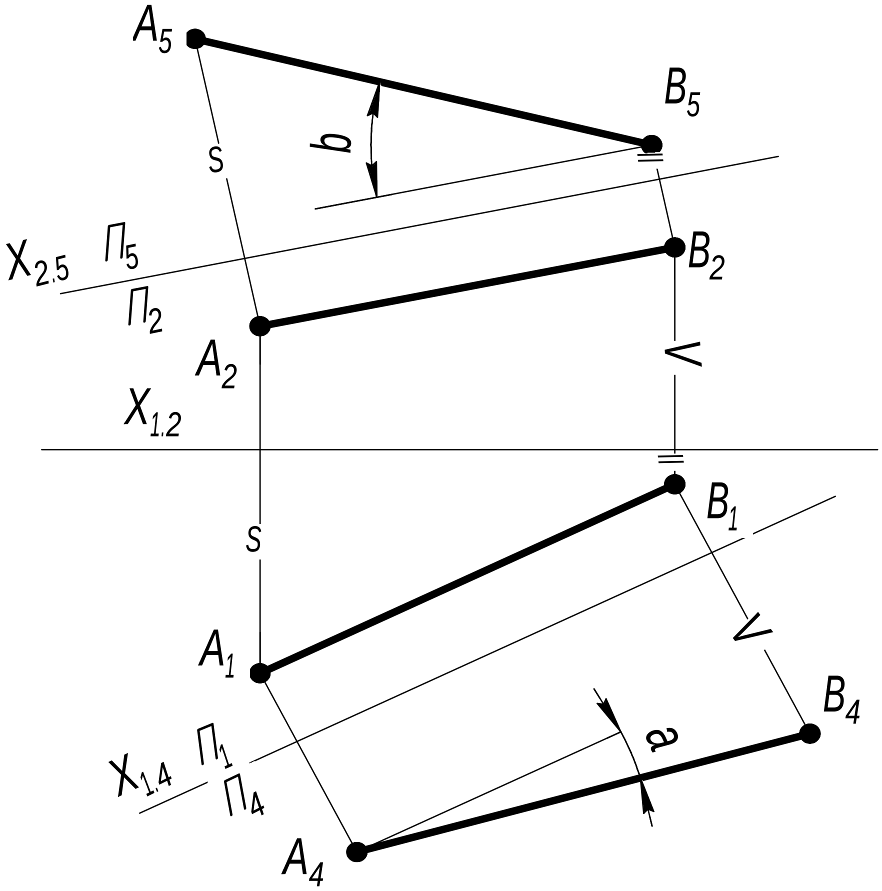


Рисунок 5.2 Определение угла наклона прямой к плоскостям $П_1$ и $П_2$

На чертеже (рисунок 5.2) показано применение способов замены плоскостей проекций для определения углов $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$. Так, для определения угла $\boldsymbol{\alpha}$ введена дополнительная плоскость $П_4$, перпендикулярная к пл. $П_1$ и параллельная AB, а для определения угла β – дополнительная плоскость $П_5 \perp П_2$ и в то же время $\parallel AB$.

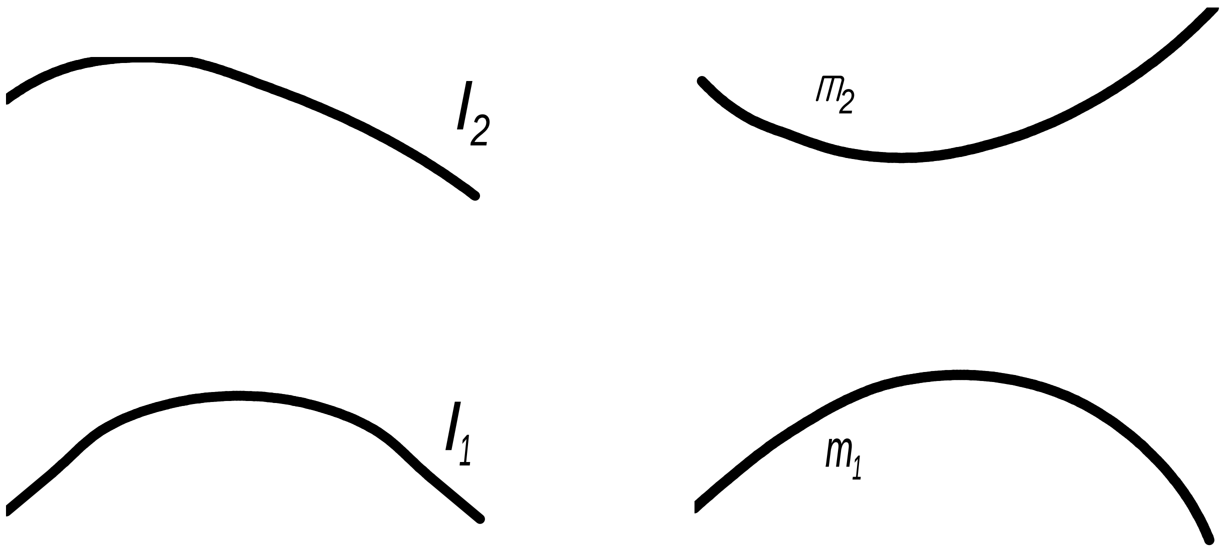
ТЕМА 6
КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

Вопросы самоконтроля

1. Перечислите способы образования кривых линий.
2. Какие точки кривой называются особыми?
3. Что называется касательной и нормалью к кривой линии?
4. Какие кривые линии называются закономерными?
5. Что называется определителем поверхности?
6. Как образуются поверхности с плоскостью параллелизма?
7. Как образуется линейчатый гиперболоид?
8. Как образуются винтовые поверхности?
9. Что называется каркасом поверхности?

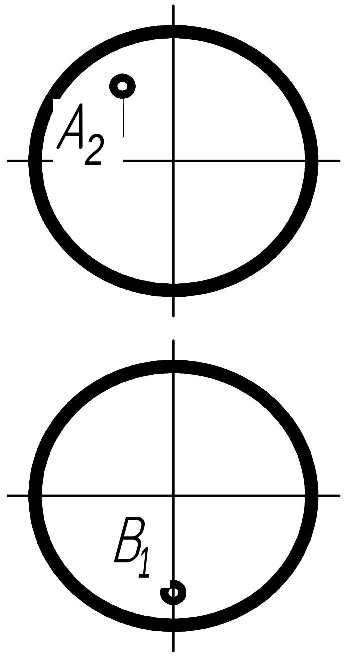
УПРАЖНЕНИЯ

6.1 Определить, какая кривая задана на чертеже, плоская или пространственная?

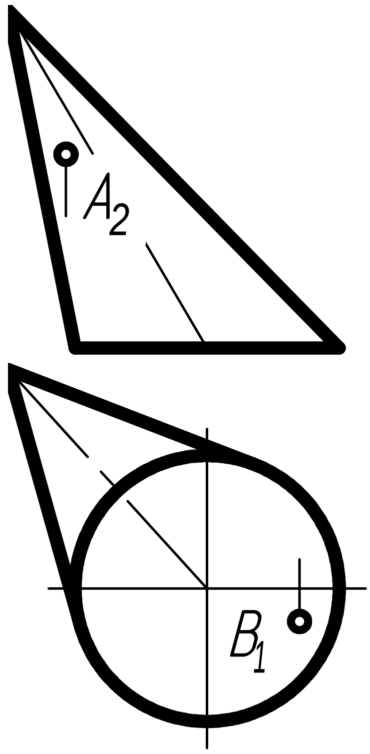


6.2. По заданной проекции видимой точки, принадлежащей поверхности найти другую проекцию этой точки.

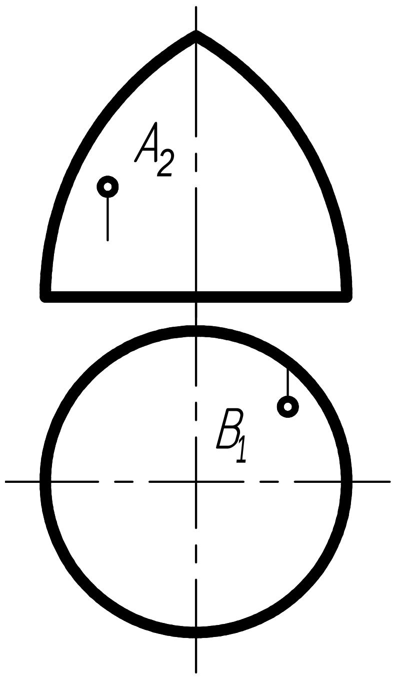
1)



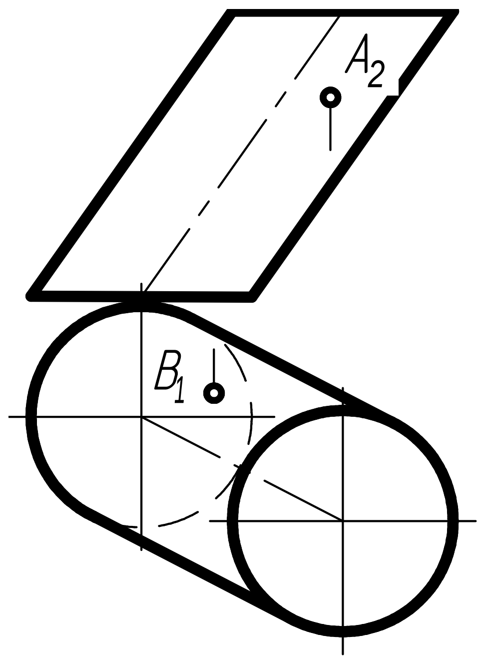
2)



3)



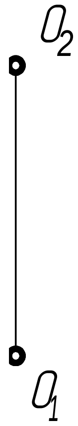
4)



6.3 Построить проекции окружности диаметром 30 мм с центром в точке O, принадлежащей:

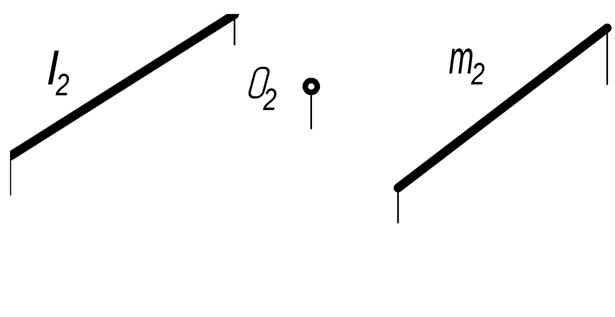
а) горизонтально-проецирующей плоскости, образующей угол 45° с плоскостью проекций Π_2;

б) фронтально-проецирующей плоскости , образующей угол 30° с плоскостью Π_1.

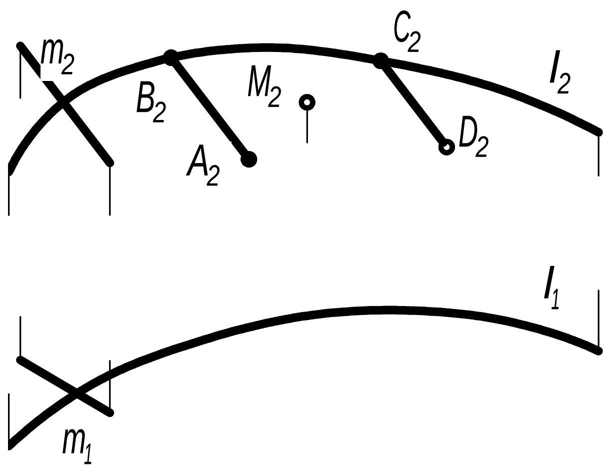


ЗАДАЧИ

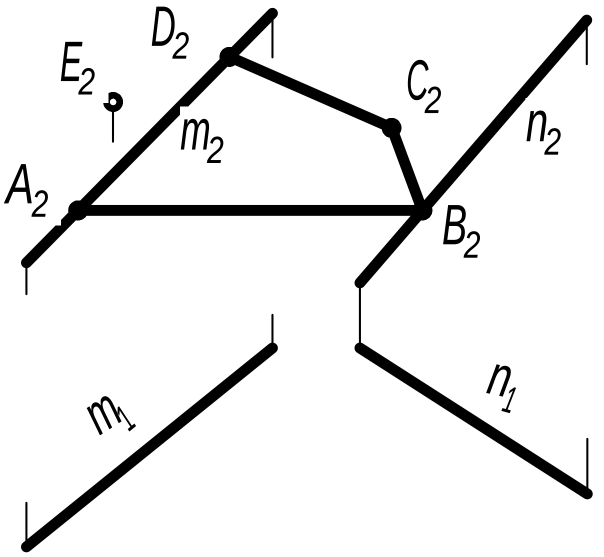
6.4 Построить проекции круга диаметром 40 мм, принадлежащего плоскости $\Theta(l \parallel n)$, если дана фронтальная проекция центра круга O_2.



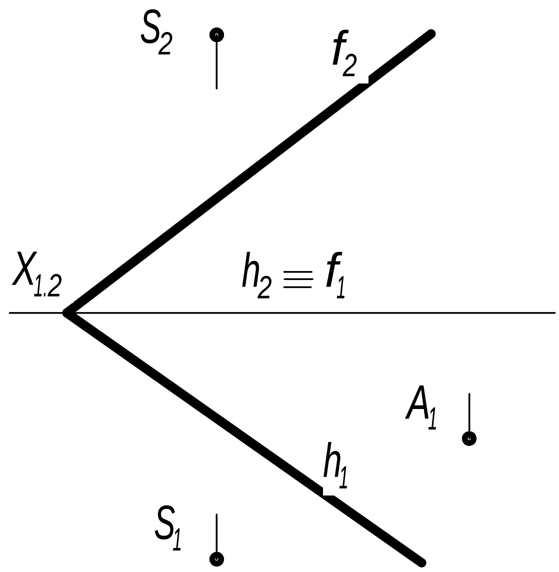
6.5 Построить горизонтальную проекцию отсека $ABCD$ цилиндрической поверхности, заданной определителем $P(l, m)$ и горизонтальную проекцию точки M, лежащей на этой поверхности.



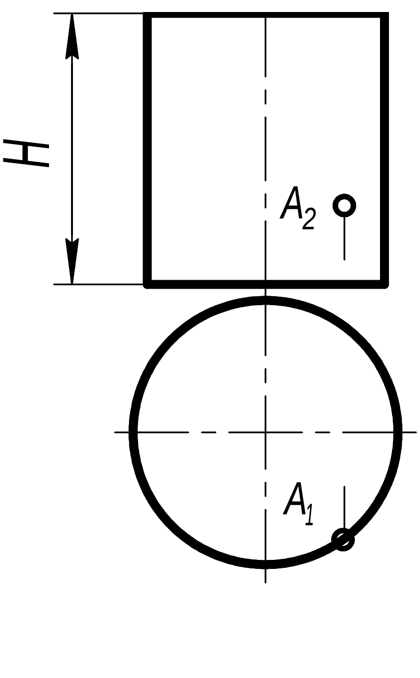
6.6 Построить очерк косой плоскости ***ABCD***, заданной направляющими ***m*** и ***n*** и плоскостью параллелизма Π_1. Определить горизонтальную проекцию точки *E*, принадлежащей плоскости.



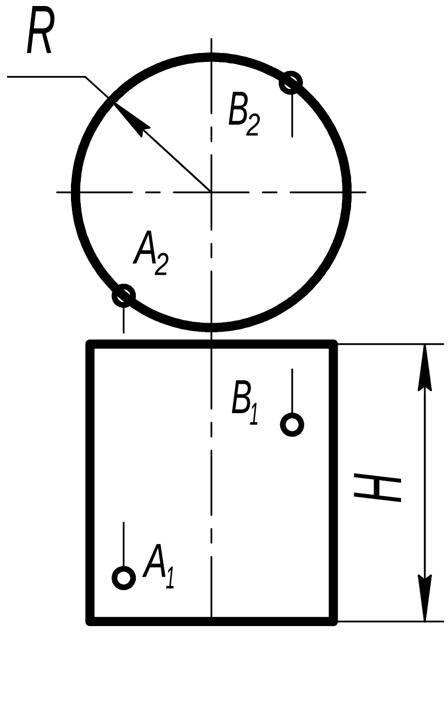
6.7 Построить проекции прямого кругового конуса, основание которого лежит на плоскости $P(f \cap h)$, а вершина в точке ***S***. Точка *A* принадлежит окружности основания конуса.



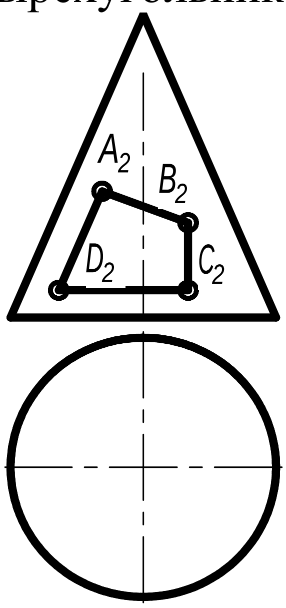
6.8 Построить проекции цилиндрической винтовой линии, проходящей через точку *A*, заданной на поверхности цилиндра. Шаг взять равным 70 мм.



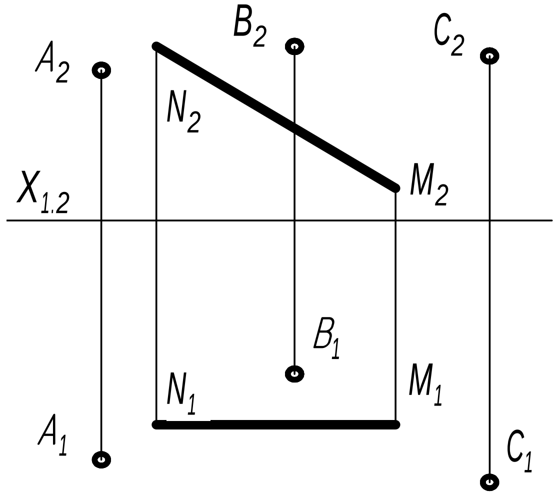
6.9 Построить проекции участка цилиндрической винтовой линии радиуса ***R*** в пределах одного шага, проходящей через точки *A* и *B*.



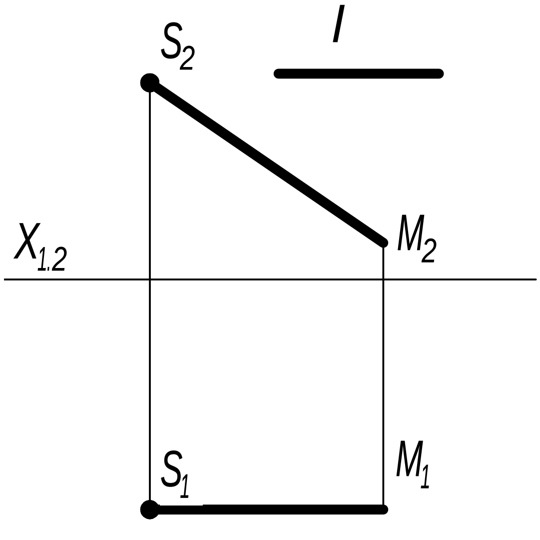
6.10. Постройте горизонтальную проекцию криволинейного четырехугольника ***ABCD***, лежащего на поверхности конуса вращения, и определите типы кривых второго порядка, дугами которых образован этот четырехугольник.



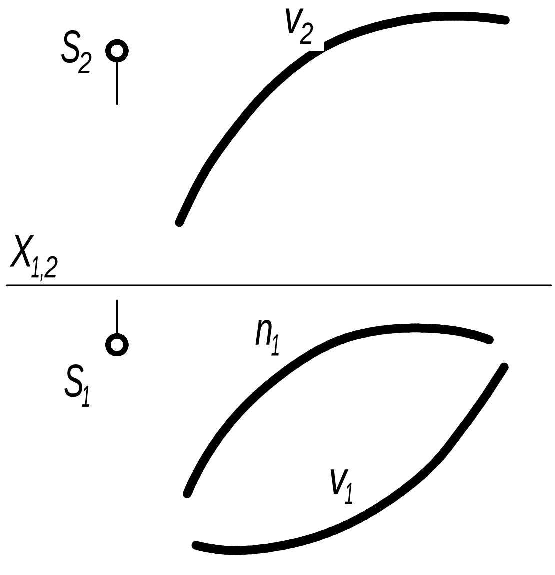
6.11. Простроить проекции тела вращения, ограниченного поверхностью тела и двумя кругами (основаниями), плоскости которых перпендикулярны к оси этого тела. Ось задана прямой ***MN***. Точки *A*, ***B*** и *C* принадлежат поверхности тела, причем точка *A* лежит на окружности одного из оснований тела, а *C* – на окружности другого основания.



6.12 Построить проекции прямого кругового конуса, ось которого лежит на прямой ***SM*** ***(SM // Π_2)***. Высота конуса равна ***l***, окружность основания касается плоскости Π_2.



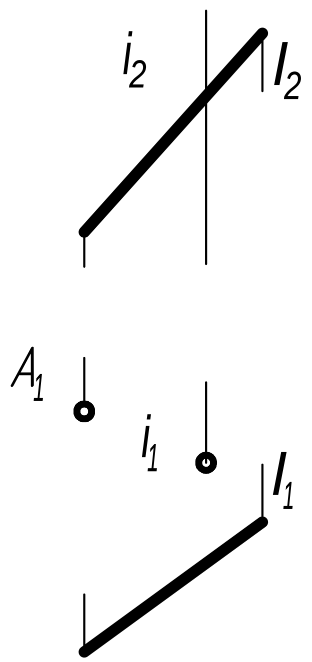
6.13 Построить фронтальную проекцию линии ***n***, лежащей на конической поверхности ***Θ(S,v)***.



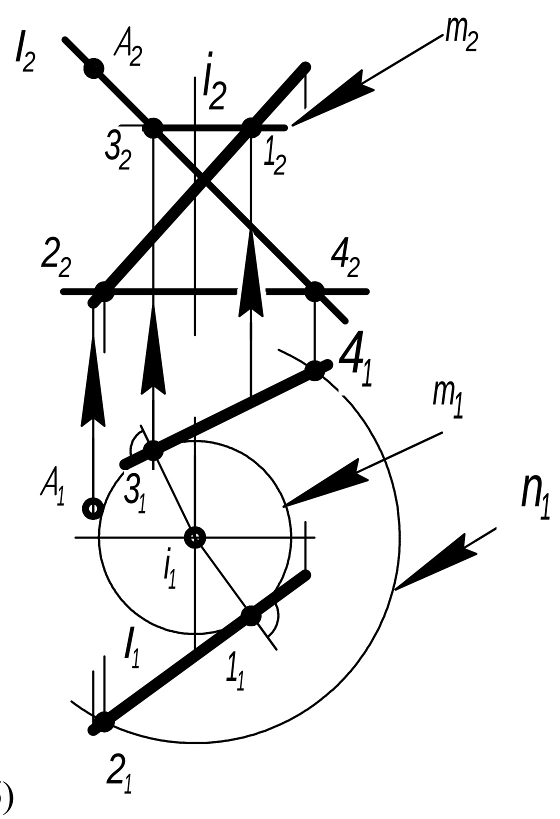
Пример. Построить фронтальную проекцию точки $A(A_2)$, принадлежащей поверхности однополостного гиперболоида вращения, имеющего образующую l и ось i (рисунок 6.1а).

Решение

При вращении образующей l все ее точки описывают параллели. Наименьшую параллель m описывает точка 1, ближайшая к оси. В этой точке прямая l касается окружности m. Проведем через точку A образующую l поверхности гиперболоида (рисунок 6.1 б).



а)



б)

Рисунок 6.1 Построение фронтальной проекции точки однополостного гиперболоида вращения

Ее горизонтальная проекция l_1 должна, очевидно, также касаться окружности m_1. Зафиксировав на проекции образующей точку касания 3 и точку 4, принадлежащую проекции какой-либо другой параллели n, найдем фронтальные проекции 3_2 и 4_2 этих точек. Затем проведем фронтальную проекцию l_2 образующей l и найдем на ней фронтальную проекцию A_2 точки A.

Так как данная поверхность имеет 2-ой порядок, может быть построена фронтальная проекция другой точки (A_2), имеющей ту же горизонтальную проекцию A_1.

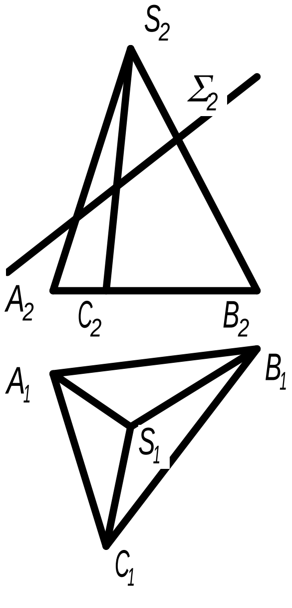
ТЕМА 7
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСОКСТЬЮ. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ

Вопросы самоконтроля

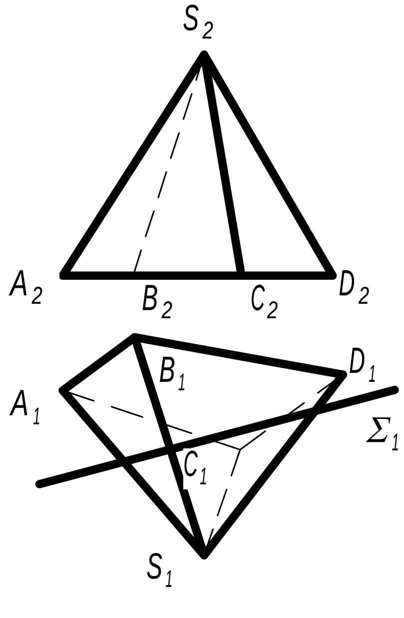
1. В чем заключается общий прием нахождения точек линии пересечения поверхности плоскостью?
2. В каких случаях сечение поверхности плоскостью представляет кривую второго порядка?
3. Какая кривая линия получается на конической части шестигранной гайки?
4. Назовите основные свойства разверстки кривых поверхностей.
5. Перечислите способы построения развертки многогранника.
6. Какая развертка называется точной и какая приближенной?

УПРАЖНЕНИЯ

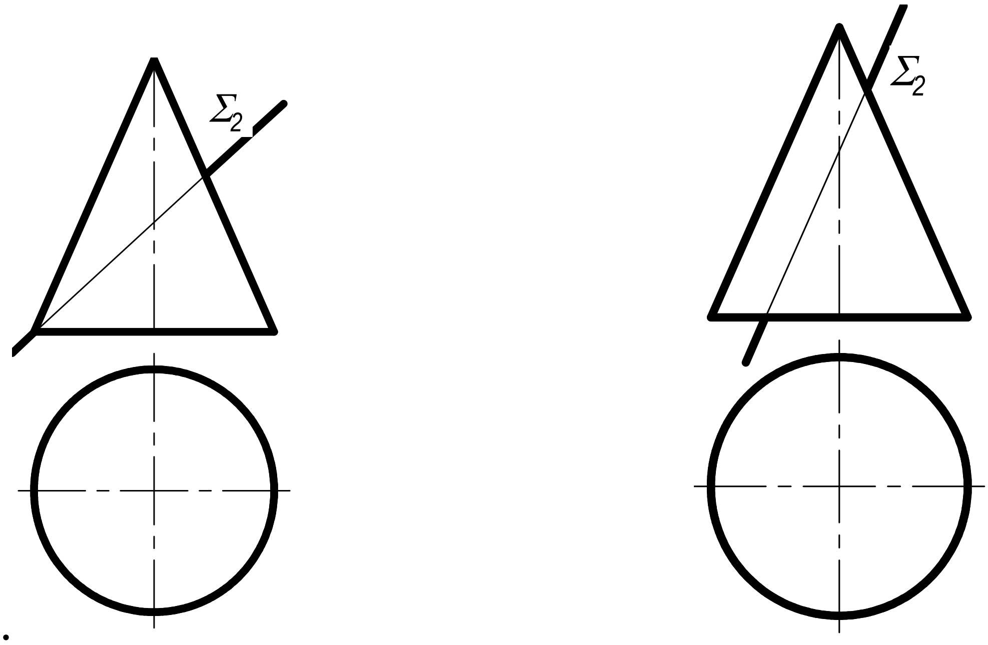
7.1 Построить проекции линии пересечения многогранника с плоскостью. Дать развертку боковой поверхности.



7.2 Построить проекции линии пересечения многогранника с плоскостью. Дать развертку боковой поверхности.

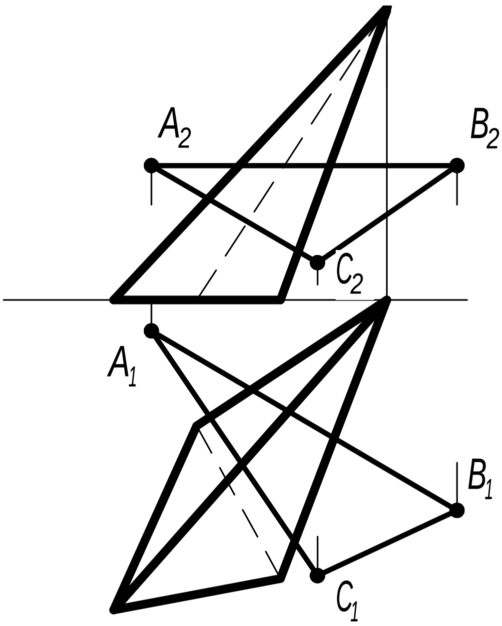


7.3 Построить линию пересечения прямого кругового конуса с плоскостью. Какая линия получается в сечении?

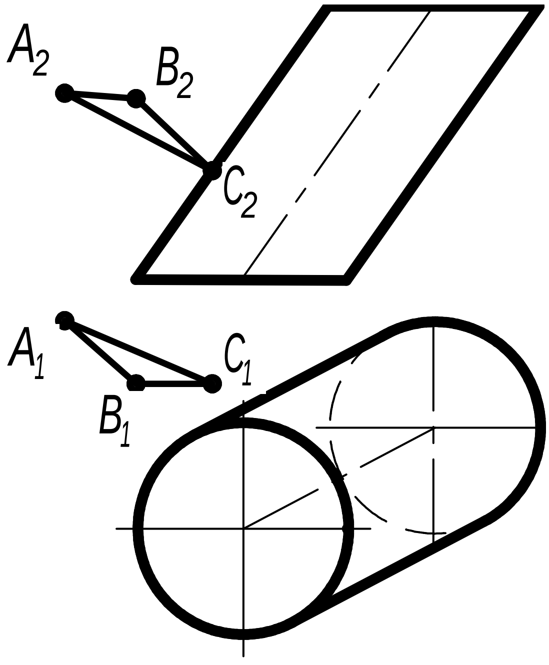


ЗАДАЧИ

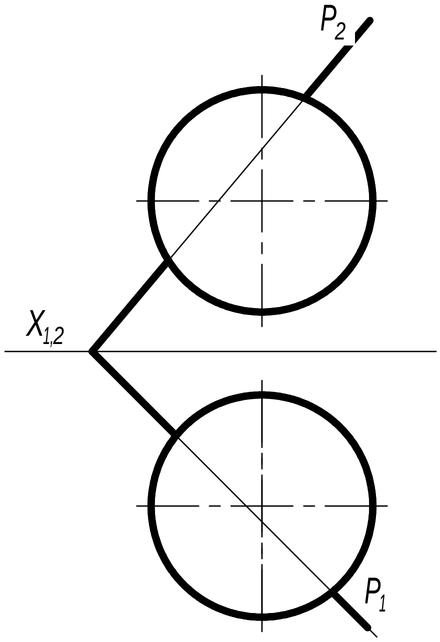
7.5. Построить линию пересечения пирамиды с плоскостью общего положения и дать развертку боковой поверхности.



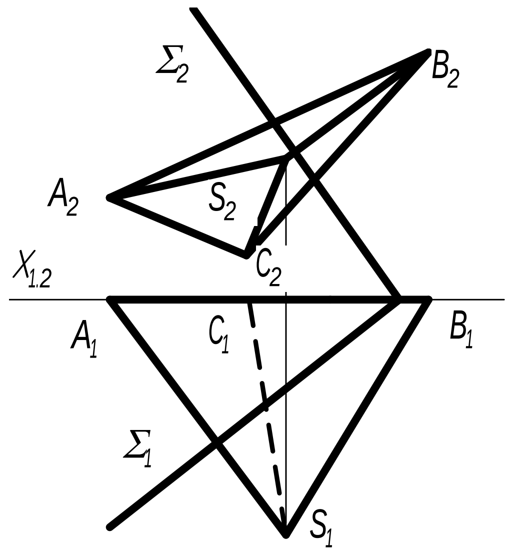
7.5 Построить линию пересечения поверхности цилиндра с плоскостью общего положения.



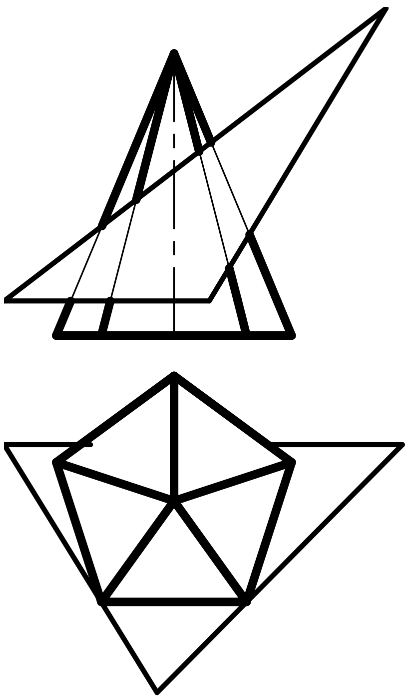
7.7 Построить линию пересечения сферы с плоскостью общего положения.



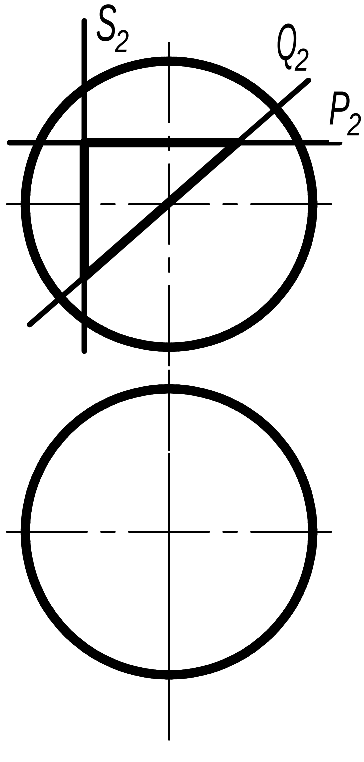
7.8 Построить линию пересечения пирамиды с плоскостью общего положения и дать развертку боковой поверхности



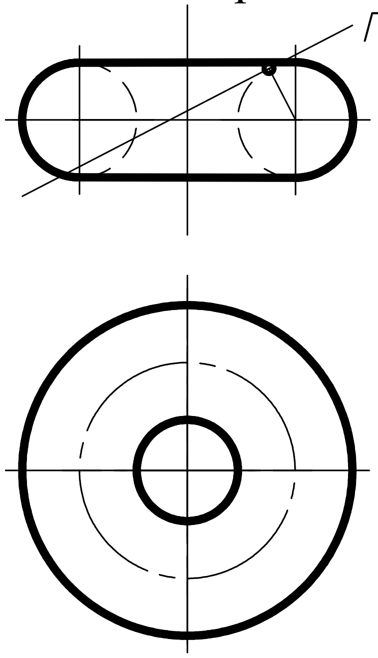
7.9 Построить линию пересечения пирамиды с плоскостью общего положения.



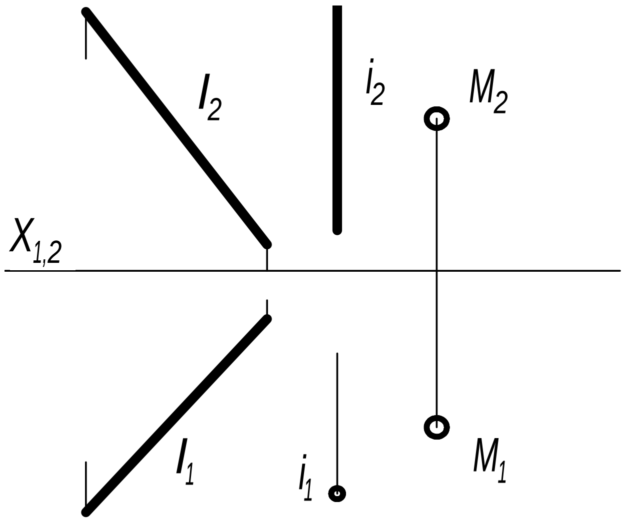
7.10 Построить линию пересечения поверхности сферы плоскостями ***Σ, P, Θ***.



7.11. Построить проекции линии пересечения поверхности тора с плоскостью ***Г***. Определить видимость кривой.



7.12. Построить проекции линии пересечения поверхности однополостного гиперболоида вращения, заданного осью i и образующей l с плоскостью $Г(M, l)$.



Пример. Построить линию пересечения поверхности $\Phi(i, m)$ плоскостью $\Theta\ (h' \parallel h'')$ (рисунок 7.1).

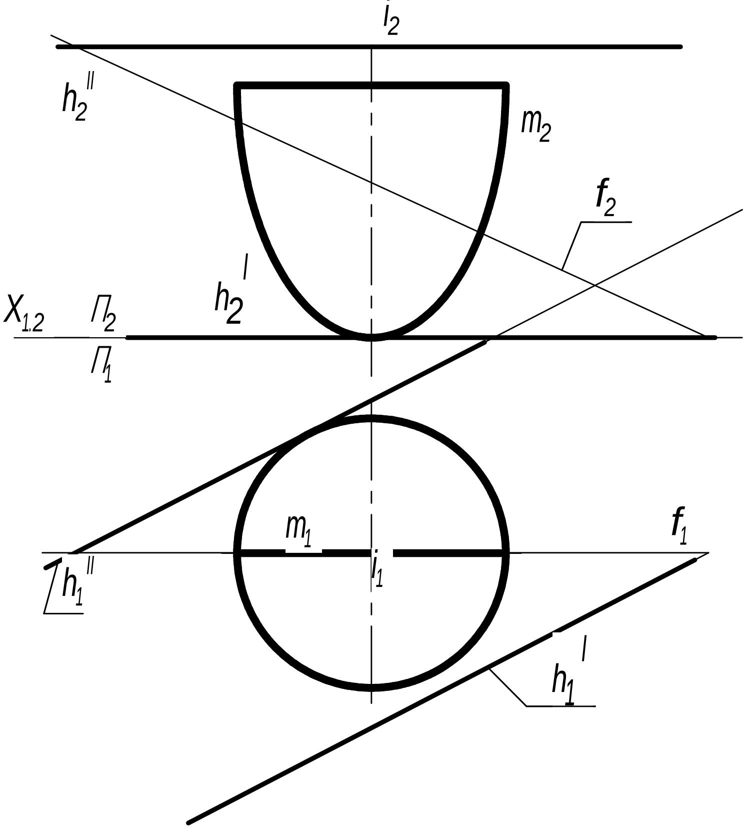


Рисунок 7.1 Условие к примеру

Решение

Введем новую плоскость проекций $П_4 \perp$ ***Θ*** (рисунок 7.2). Очерк проекции ***Φ*** на $П_4$ будет конгруэнтен очерку ее проекции на $П_2$. Это следует из того, что в силу симметрии очерк проекции поверхности вращения на любой плоскости, параллельной ее оси, остается неизменным.

Плоскость ***Θ*** спроецируется на плоскость $П_4$, в прямую. Таким образом, задача на пересечении поверхности ***Φ*** с плоскостью ***Θ*** общего положения сведется к задаче на сечение поверхности проецирующей плоскостью.

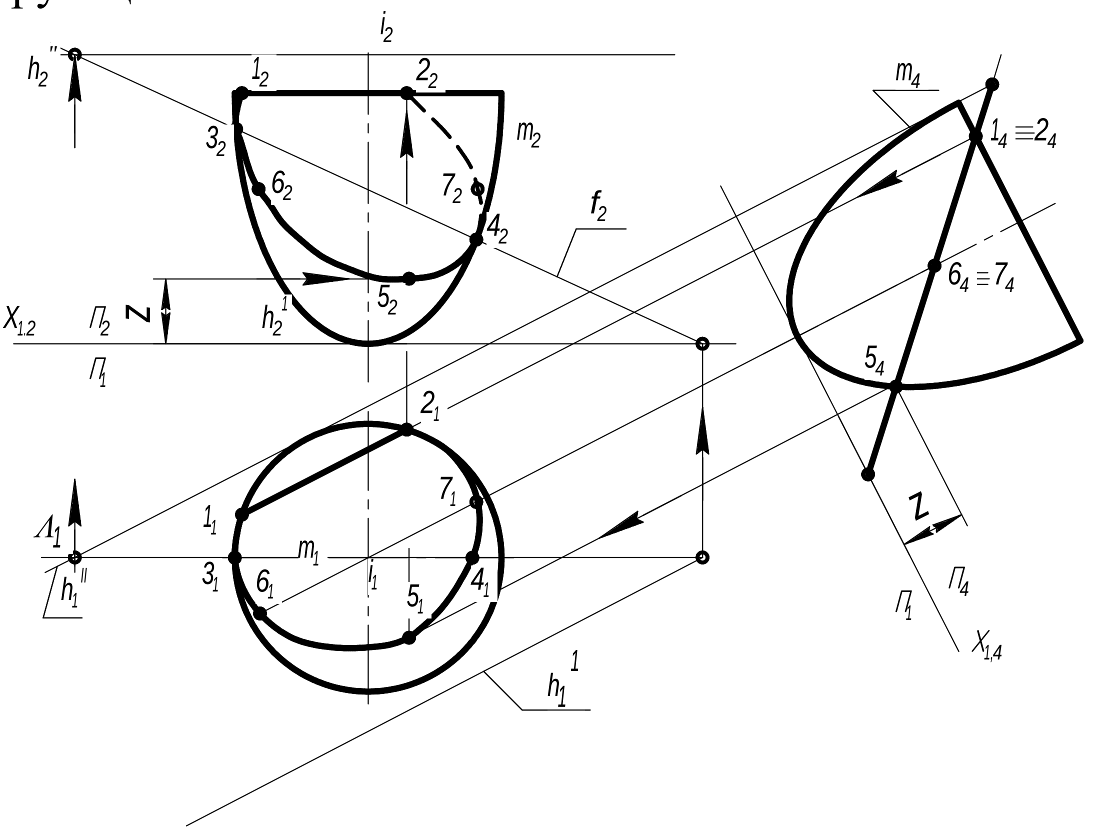


Рисунок 7.2 Построение линии пересечение поверхности плоскостью

Самая низкая точка сечения 5 находится на главном меридиане m по отношению к плоскости $П_4$. Горизонтальная проекция 5_1 строится по проекции 5_4 с помощью линии связи 5_45_1, а фронтальная 5_2 – с помощью вспомогательной параллели или координаты Z и линии связи 5_15_2.

Точки 3 и 4 перехода видимого контура в невидимый на плоскости $П_2$ находятся на главном меридиане m по отношению к плоскости Π_2. Для определения точек 3 и 4 вводится вспомогательная секущая плоскость Δ, проходящая через меридиан $\boldsymbol{m}$. Плоскость Δ пересекает плоскость $\boldsymbol{\Theta}$ по прямой $\boldsymbol{f}$, а прямая $\boldsymbol{f}$ и меридиан $\boldsymbol{m}$ пересекаются в искомых точках 3 и 4.

Построение проекций промежуточных точек сечения может быть осуществлено с помощью параллелей, проекции которых сначала строятся на плоскости Π_4.

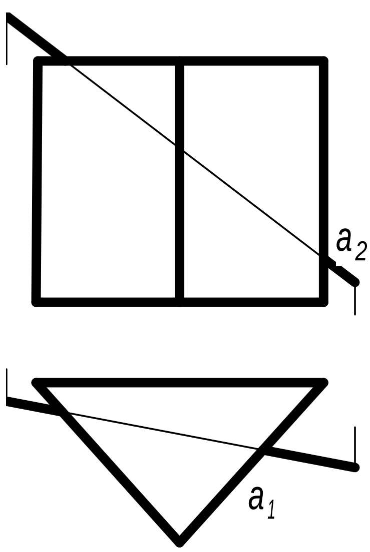
ТЕМА 8
ПРЕРЕСЕЧЕНИЕ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ

Вопросы самоконтроля

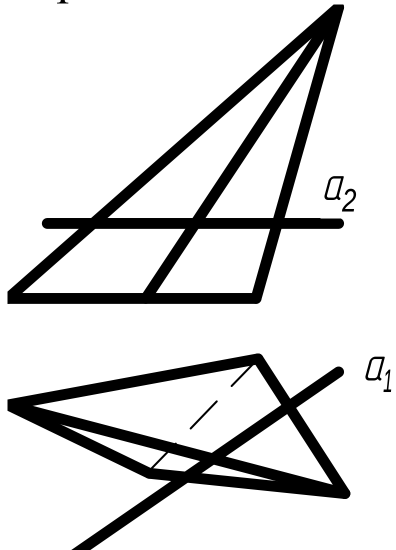
1. В чем заключается общий прием построения точек пересечения прямой линии с кривой поверхностью?
2. Как построить точки пересечения прямой линии с призмой, пирамидой?
3. Какие вспомогательные плоскости можно применить при построении точек «входа» и «выхода»?

УПРАЖНЕНИЯ

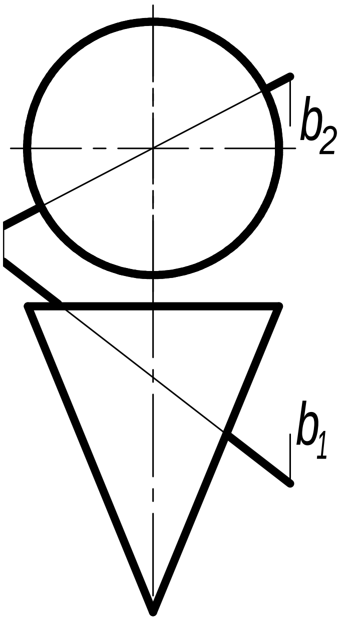
8.1. Построить проекции точек $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ пересечения прямой с призмой. Определить видимость прямой.



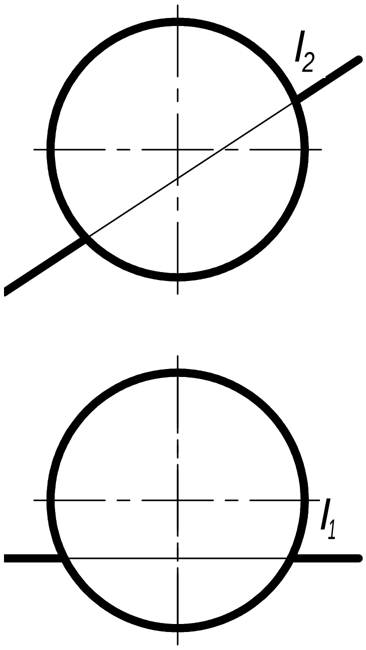
8.2. Построить проекции точек $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ пересечения прямой с пирамидой. Определить видимость прямой.



8.3 Построить проекции точек ***M*** и ***N*** пересечения прямой с конусом. Определить видимость прямой.

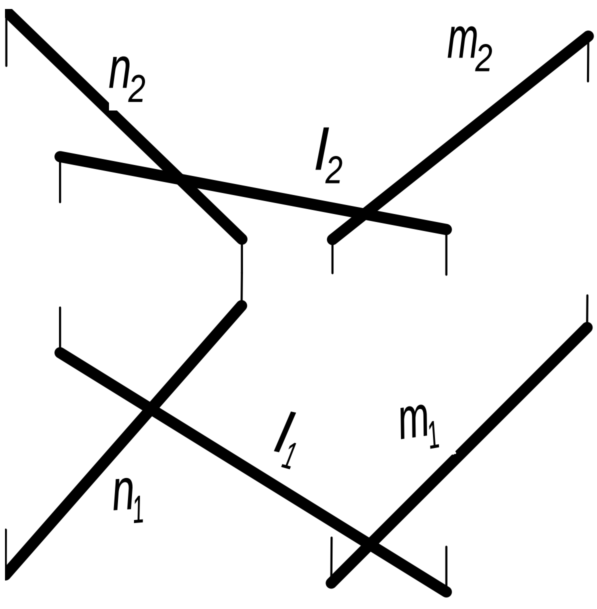


8.4 Построить проекции точек ***M*** и ***N*** пересечения прямой со сферой. Определить видимость прямой.

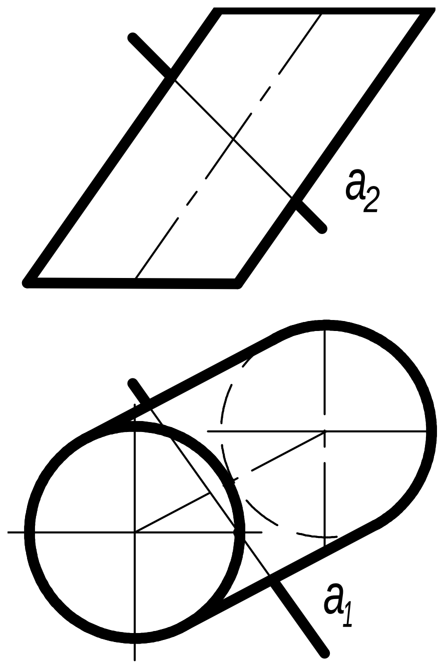


ЗАДАЧИ

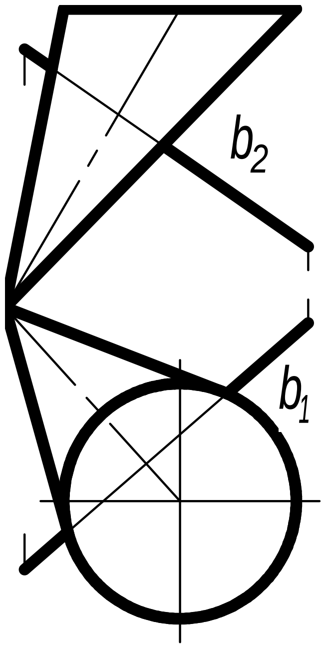
8.5 Найти точки пересечения прямой линии ***l*** с косой плоскостью заданной прямыми ***m*** и ***n*** и плоскостью параллелизма **Π_2.**



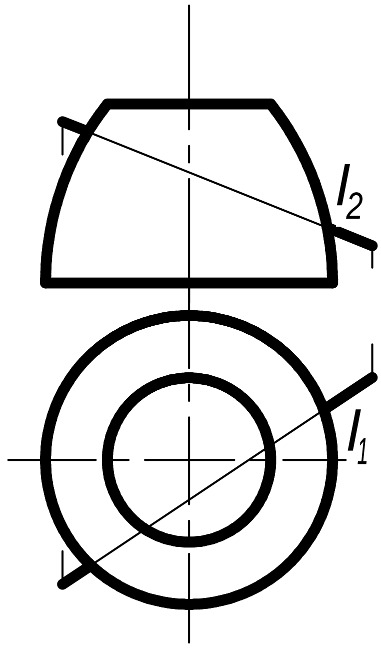
8.6 Найти точки пересечения прямой линии ***a*** с цилиндром.



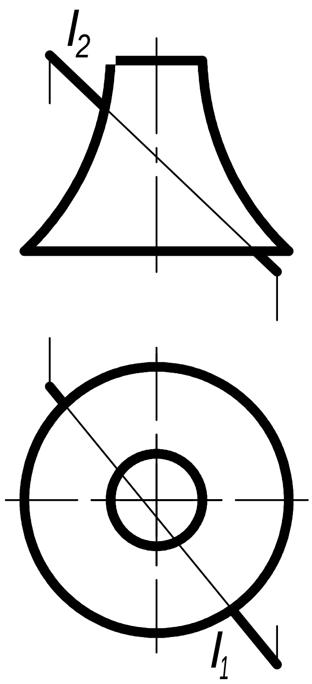
8.7 Найти точки пересечения прямой линии b с конической поверхностью.



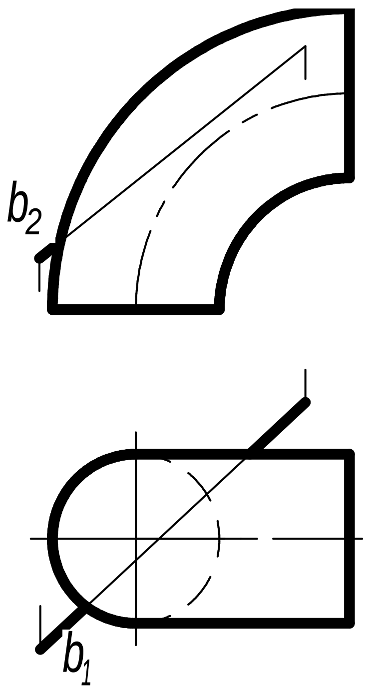
8.8 Найти точки пересечения прямой линии l с поверхностью вращения.



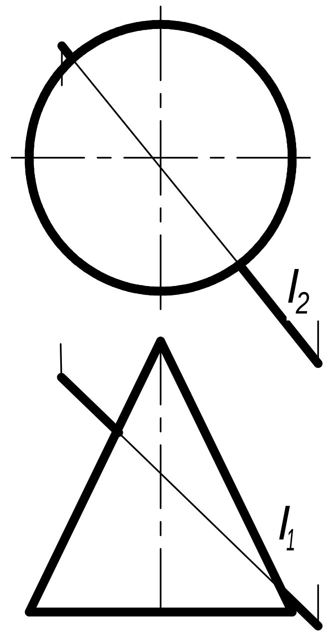
8.9 Определить точки пересечения M и N прямой l с заданной поверхностью вращения и определить видимость прямой.



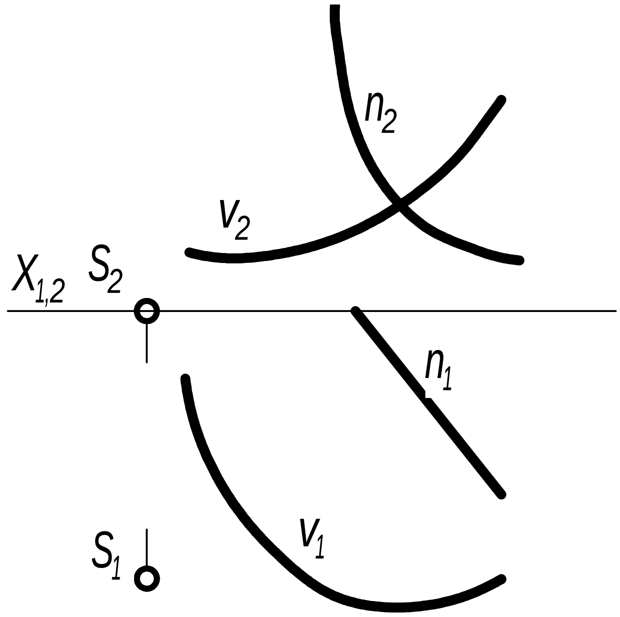
8.10 Определить точки пересечения M и N прямой b с заданной поверхностью открытого тора и определить видимость прямой.



8.11 Построить точки пересечения M и N прямой l с поверхностью вращения и определить видимость прямой.



8.12 Построить точки пересечения кривой линии n с конической поверхностью $\Theta(S,v)$.



Пример Найти точки пересечения прямой линии с поверхностью сферы (рисунок 8.1).

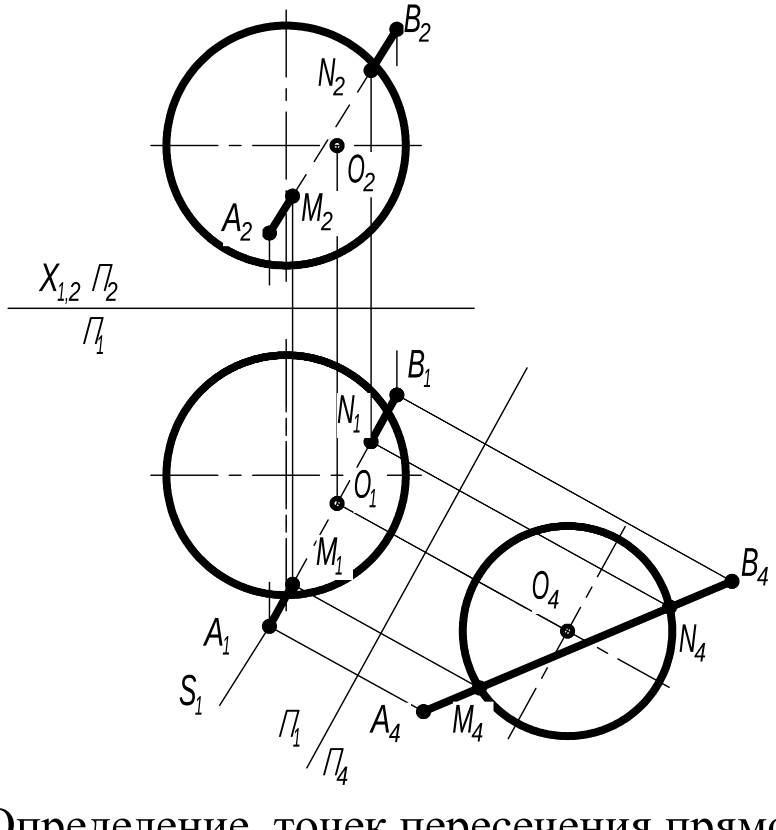


Рисунок 8.1 Определение точек пересечения прямой линии с поверхностью сферы

Решение

Используя вспомогательную секущую плоскость Σ, проходящую через данную прямую, получаем окружность. Искомые точки M и N, получаются при пересечении этой окружности прямой линией. Дополнительная плоскость Π_4 перпендикулярна плоскости Π_1 и параллельна вспомогательной горизонтально проецирующей плоскости Σ проведенной через прямую AB.

На плоскости Π_4 изображаем не поверхность сферы, а лишь получаемую на ней окружность от пересечения плоскостью Σ. Получив также проекцию A_4B_4, находим точки M_4 и N_4 , а по ним M_1 и N_1 и далее M_2 и N_2.

ТЕМА 9
ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ И МНОГОГРАННИКА С КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Вопросы самоконтроля

1. Какие основные способы построения линий пересечения гранных поверхностей существуют?

2. В чем заключается сущность “способа ребер” и “способа граней”?

3. В каком порядке следует соединять точки линии пересечения многогранников?

4. Как выбираются вспомогательные секущие плоскости при построении линии пересечения:

а) двух наклонных призм;

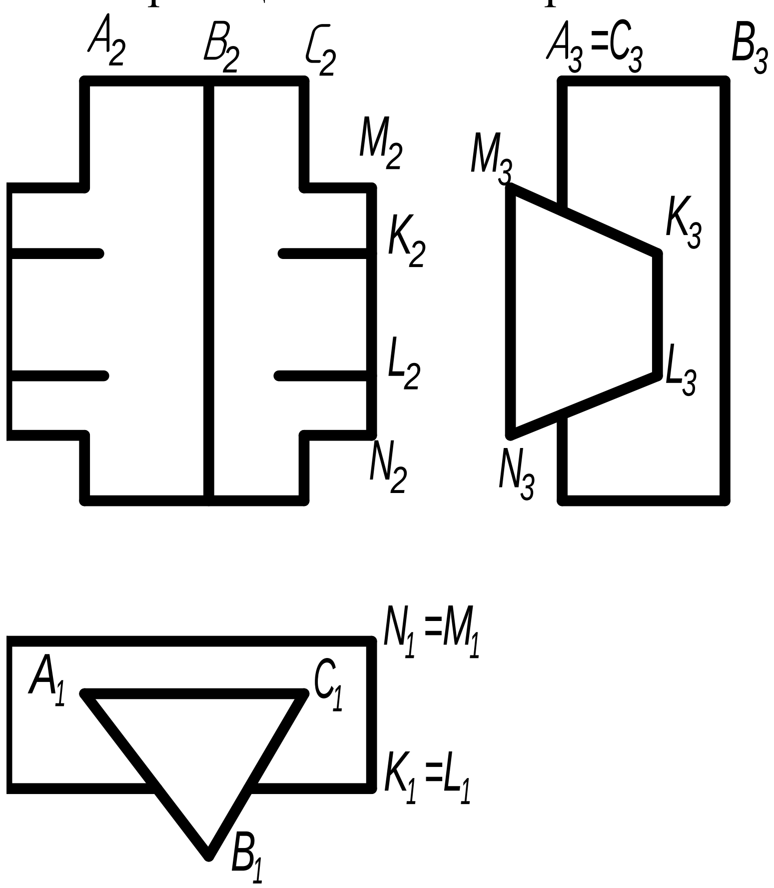
б) наклонной призмы и пирамиды;

в) двух пирамид?

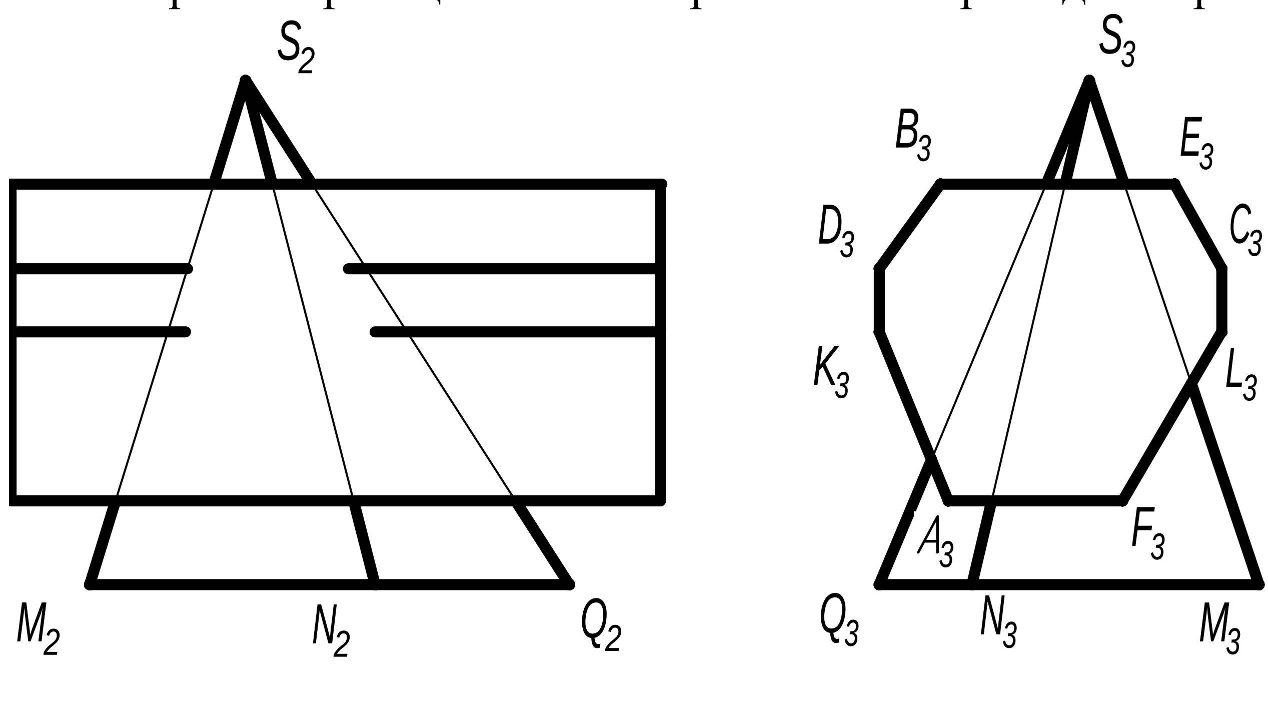
5. Каким способом можно построить линии пересечения многогранников с кривыми поверхностями?

УПРАЖНЕНИЯ

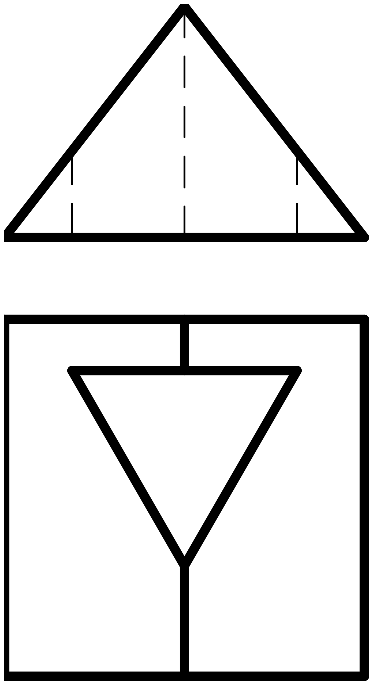
9.1 Построить в 3 $^{\underline{x}}$ проекциях линию пересечения поверхностей.



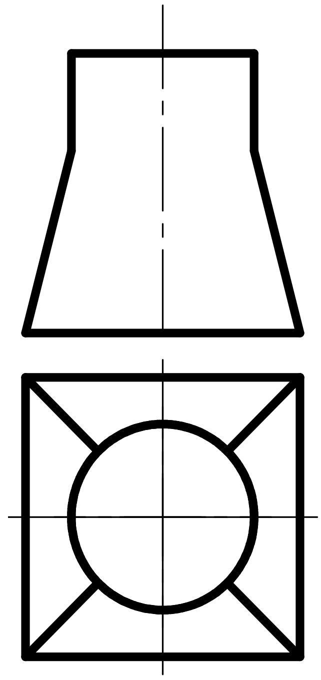
9.2 Построить проекции линии пересечения пирамиды и призмы.



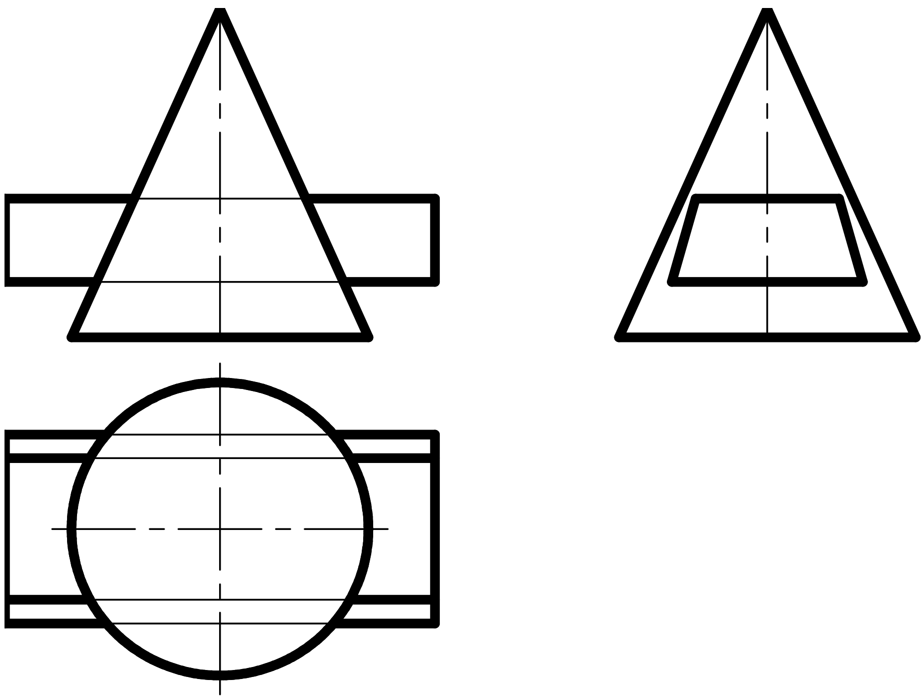
9.3 Построить профильную проекцию детали с вырезом.



9.4 Построить в трех проекциях линию пересечения поверхностей.

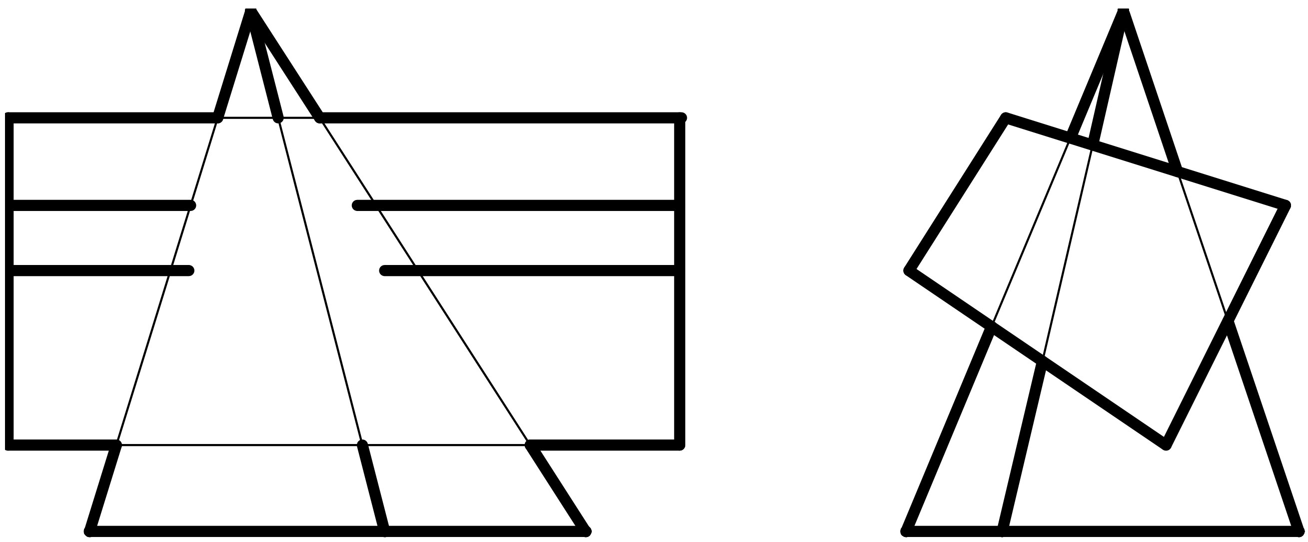


9.5 Построить в $3^{х}$ проекциях линию пересечения конуса с призмой.

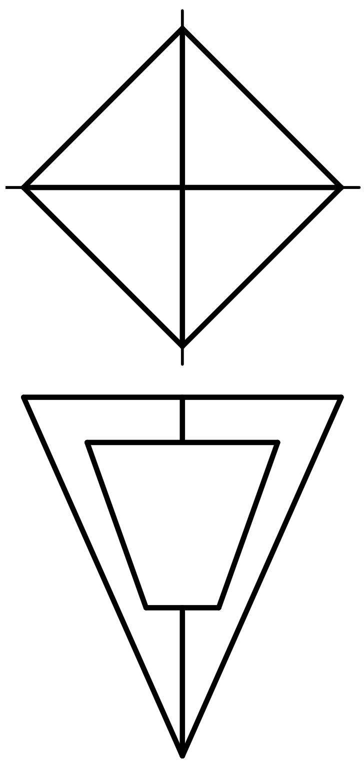


ЗАДАЧИ

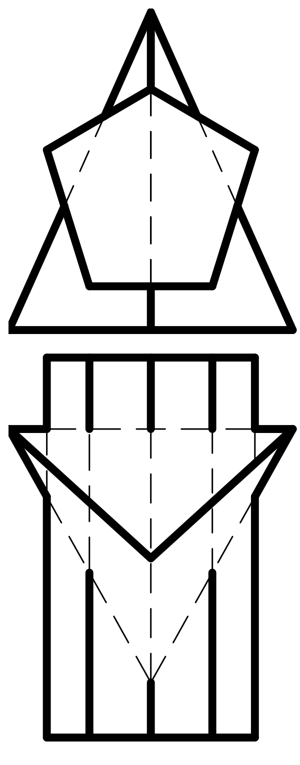
9.6 Построить проекции линии пересечения многогранников. Определить видимость ребер и граней.



9.7 Построить три проекции детали с отверстием.

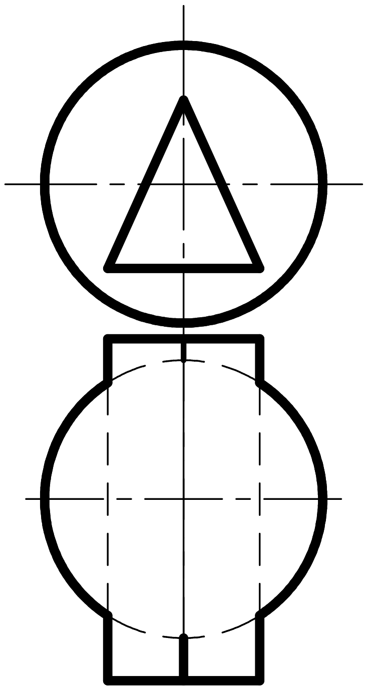


9.8 Построить проекции линии пересечения пирамиды с призмой, определить видимость ребер и граней.

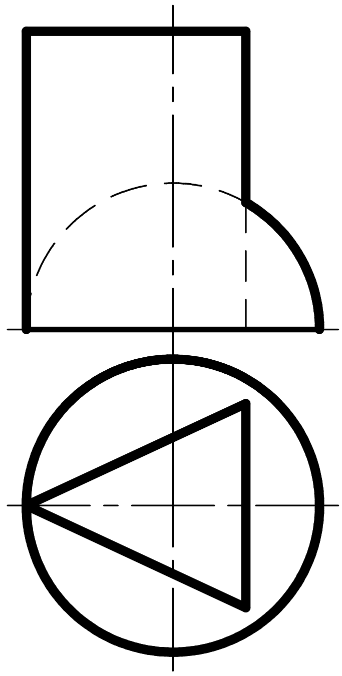


9.9 Построить проекции линии пересечения многогранника с кривой поверхностью.

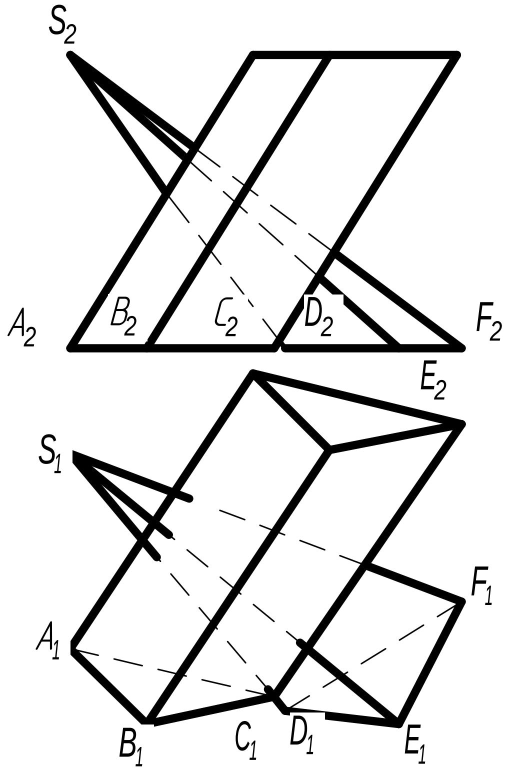
а)

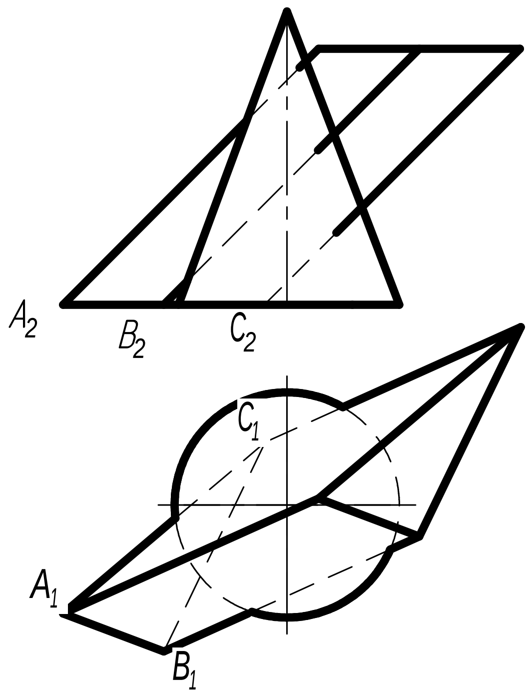


б)



9.10 Построить линию пересечения двух заданных поверхностей.





Пример

Построить проекции линии пересечения призмы со сферой (рисунок 9.1).

Решение

Горизонтальная проекция $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$ линии пересечения определяется без дополнительных построений, т. к. грани призмы занимают проецирующие положение по отношению к плоскости $П_1$. Грань **1256** пересекает сферу по окружности радиуса R , которая проецируется на плоскость $П_2$ в натуральную величину. Грань *1234* также пересекает сферу по окружности, которая проецируется на фронтальную плоскость проекций в виде эллипса. Определяем особые точки эллипса C, D, K, K^1,E, E^1. Точки C и D, лежащие на экваторе сферы, определяют малую ось эллипса. Точки K и K^1, лежащие на главном меридиане, являются точками видимости. Они делят фронтальную проекцию линии пересечения на видимую и невидимую части. Для определения высшей и низшей точки эллипса E и E^1 (большая ось эллипса) воспользуемся окружностью радиуса R^1, проведенной на сфере. Промежуточные точки определяем с помощью окружностей сферы аналогично построению точек E и E^1. Построение понятно из чертежа.

Профильную проекцию линии пересечения строим по горизонтальной и фронтальной проекциям.

Видимость линии пересечения определяем из условия обозреваемости поверхностей. Например, часть фронтальной проекции линии пересечения K'_2, E'_2, N'_2,D_2, N_2, E_2, K_2 является видимой, т. к. эта линия лежит на обозреваемой (при виде спереди) части сферы. А линии K'_2, F'_2, C_2, F_2, K_2 и $A_2 B_2$ являются невидимыми, так как находятся на обратной необозреваемой части сфера.

Точки N'_3 и N_3 , делят профильную проекцию линии пересечения на видимую и невидимую части.

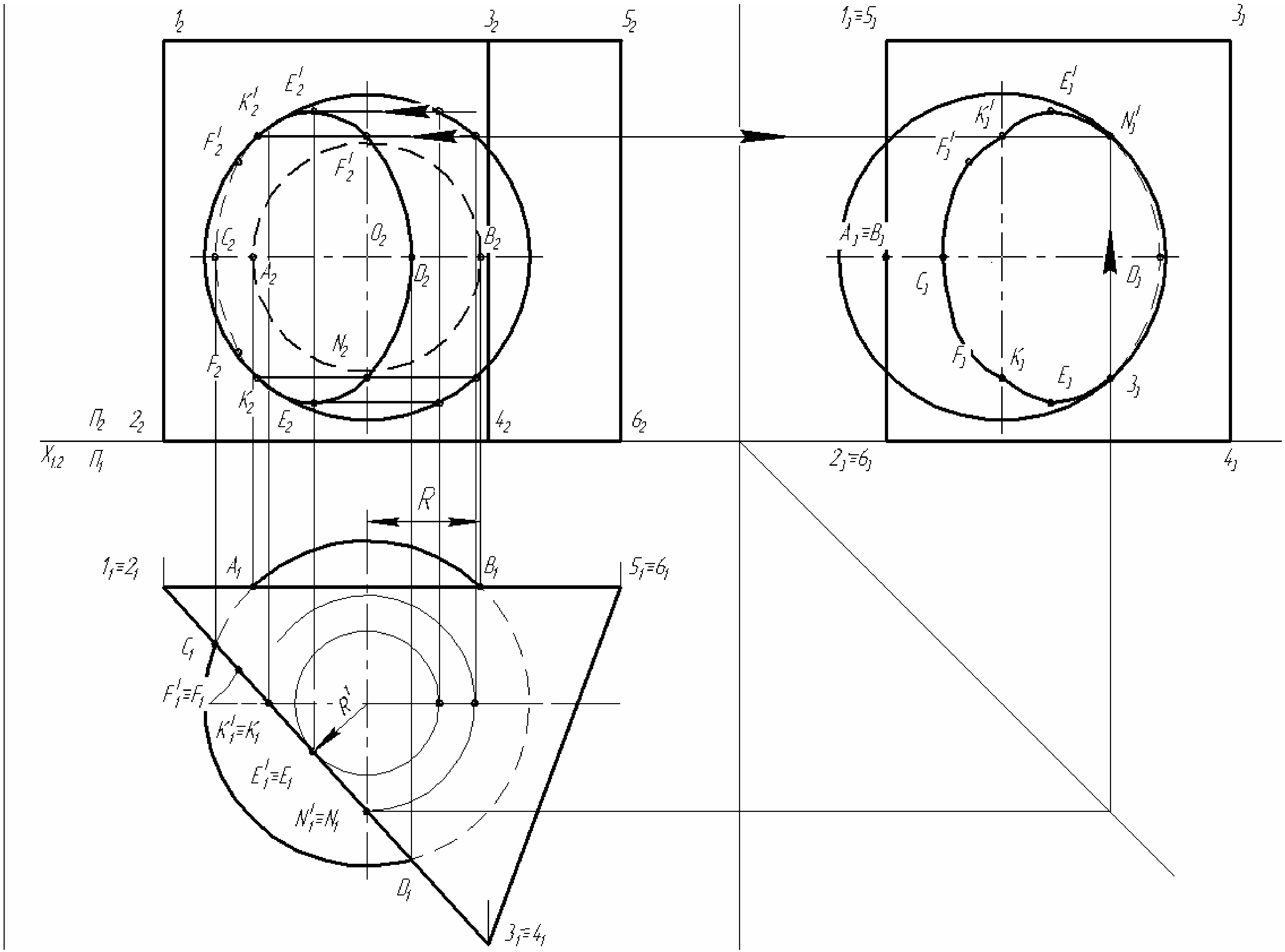


Рисунок 10.1 Построение линии пересечения сферы с призмой.

ТЕМА 10
ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

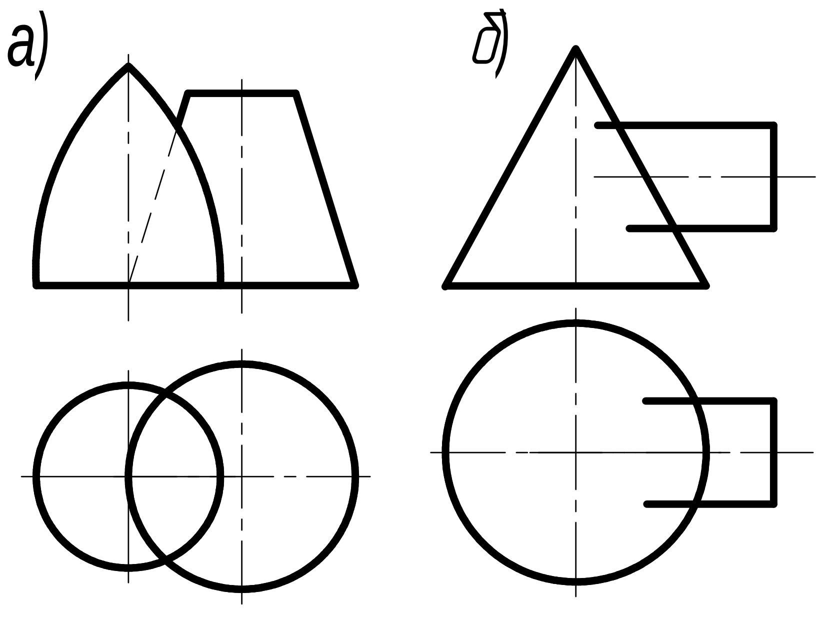
Вопросы самоконтроля

1. В чем сущность метода вспомогательных секущих поверхностей?
2. При каких условиях можно применять способ вспомогательных секущих плоскостей?
3. Какие точки линии пересечения называются опорными? .
4. Для каких видов пересекающихся поверхностей применяется способ вращающейся плоскости?
5. На чем основан способ вспомогательных секущих сфер?
6. Перечислите три условия, при выполнении которых можно применять способ вспомогательных секущих сфер.
7. Как определяются сферы наибольшего и наименьшего радиусов при применении способа концентрических сфер?
8. По какому правилу определяется видимость точек линии пересечения поверхностей?

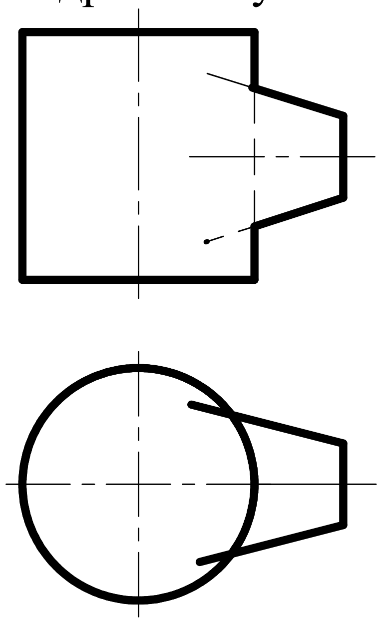
УПРАЖНЕНИЯ

10.1 Построить проекции линии пересечения двух поверхностей. Определить видимость линии пересечения:

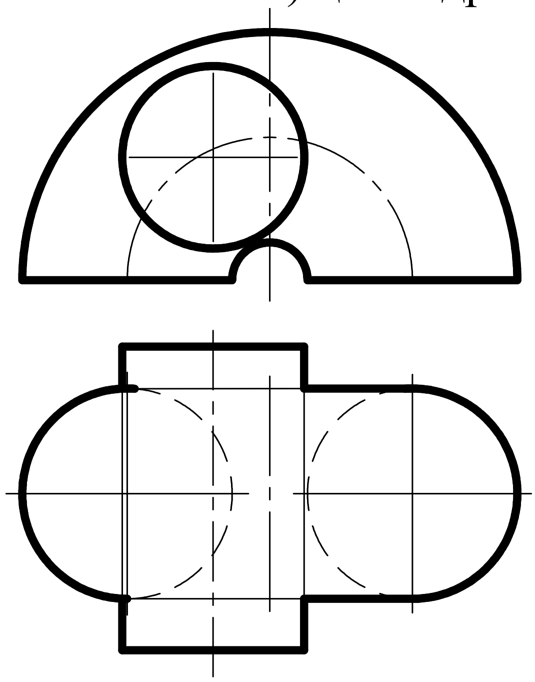
а) поверхности вращения и усеченного конуса б) цилиндра и конуса



в) цилиндра и конуса

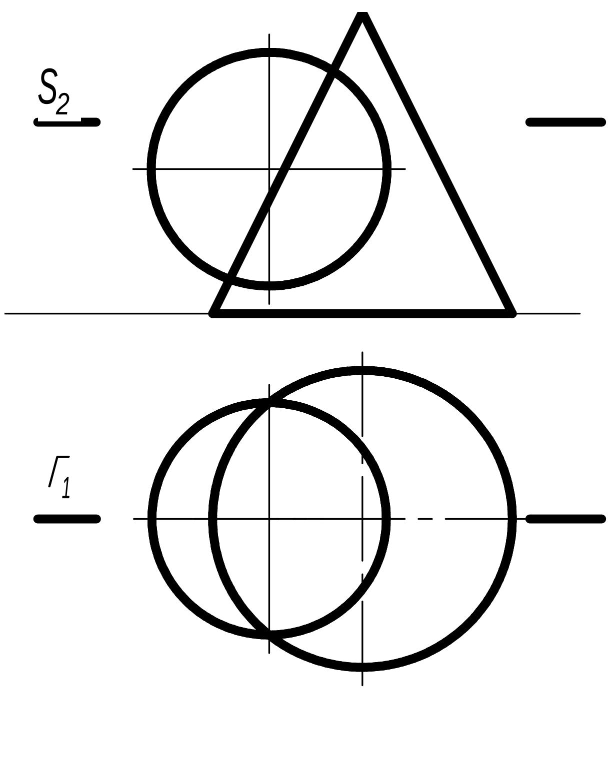


г) цилиндра и тора

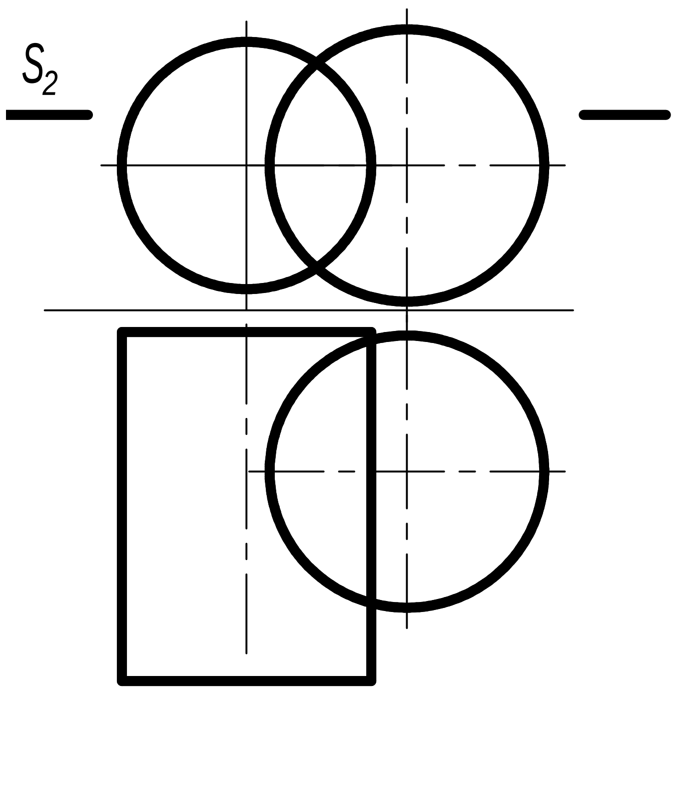


ЗАДАЧИ

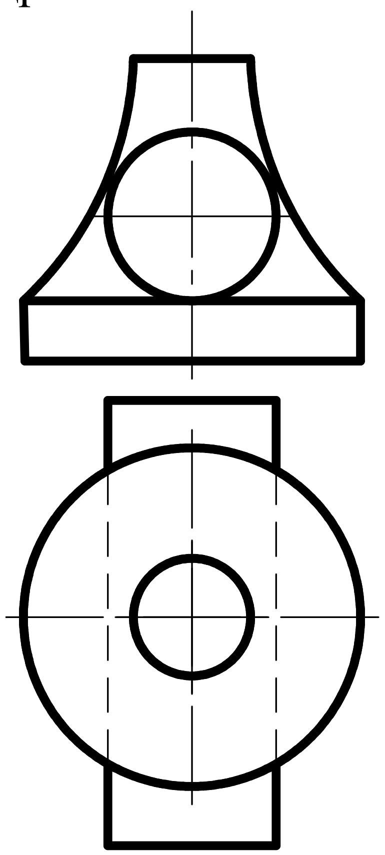
10.2 Построить сечение сферы и конуса плоскостями Σ и Γ и найдите в них точки, принадлежащие одновременно обеим заданным поверхностям.



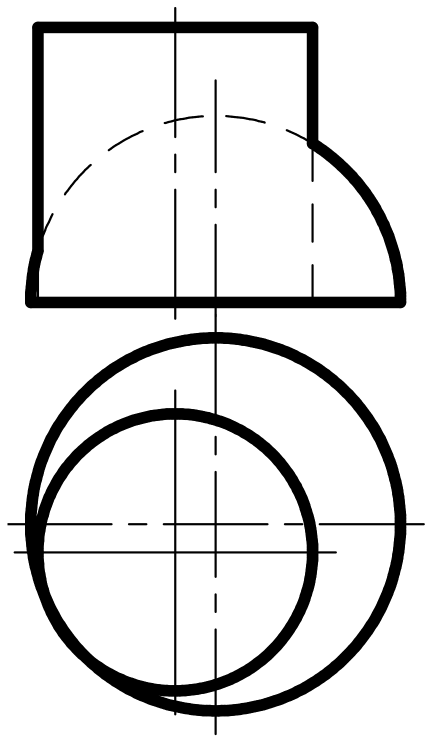
10.3 Построить сечение сферы и цилиндра плоскостью Σ и найти в ней точки, принадлежащие одновременно обеим заданным поверхностям.



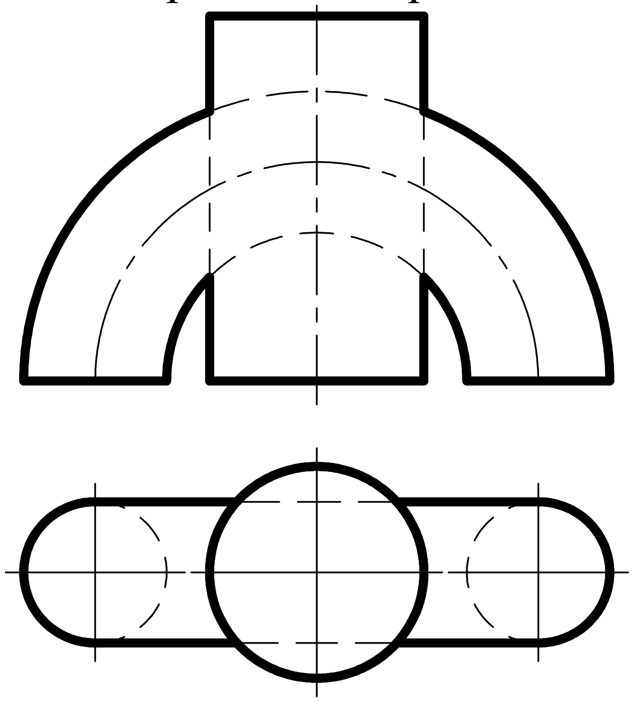
10.4 Построить линию пересечения поверхности вращения с цилиндром.



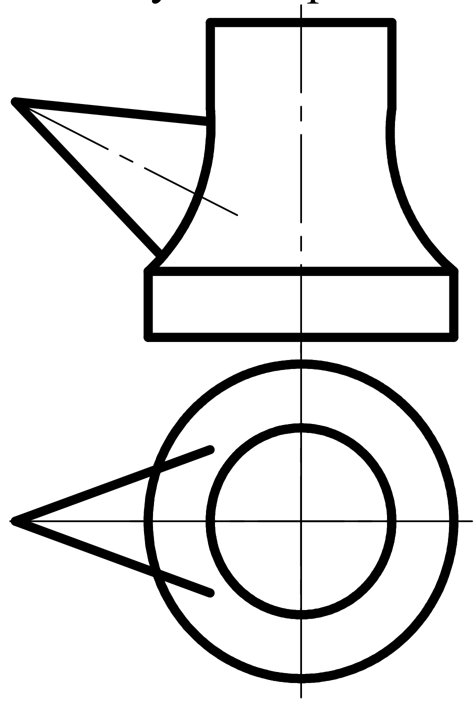
10.5 Построить линию пересечения сферы с цилиндром.



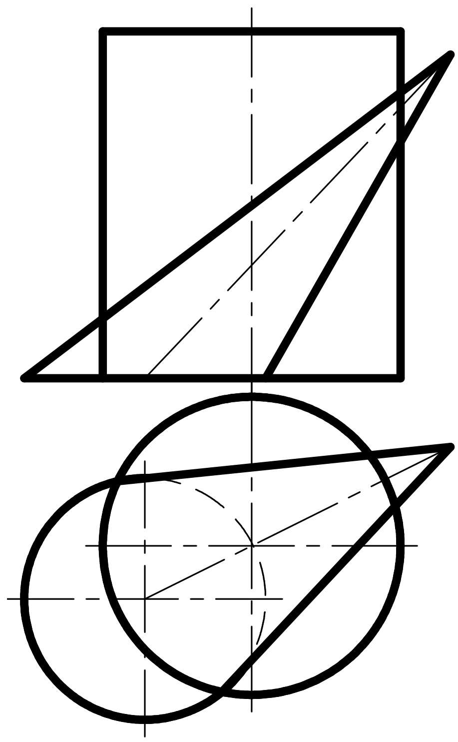
10.6 Построить линию пересечения тора с цилиндром.



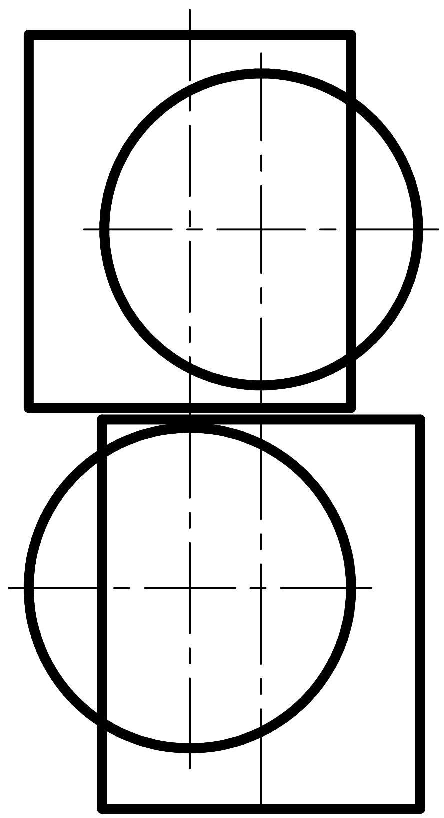
10.7 Построить линию пересечения конуса с тором.



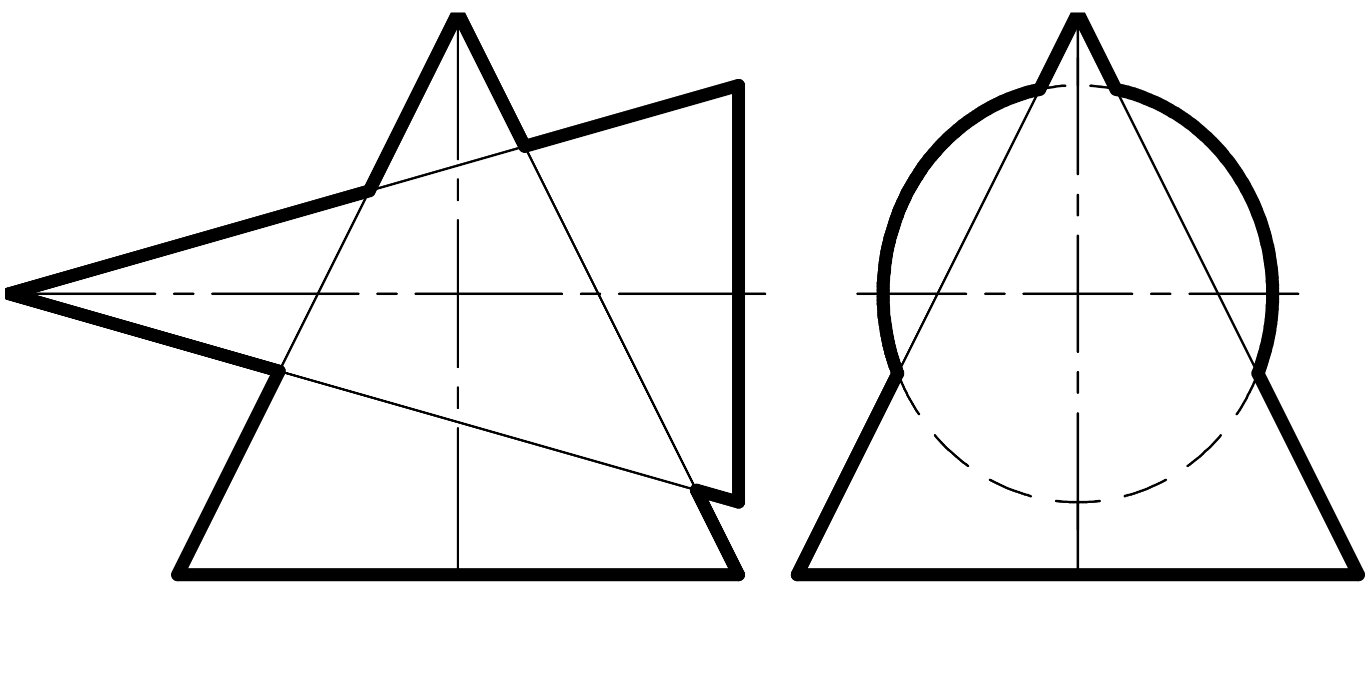
10.8 Построить линию пересечения наклонного конуса с цилиндром.



10.9 Построить линию пересечения двух цилиндров.



10.10 Построить линию пересечения двух конусов вращения.



Пример Построить линию пересечения двух тел вращения, оси которых находятся в одной плоскости симметрии, параллельной плоскости проекций Π_2 (рисунок 10.1 а).

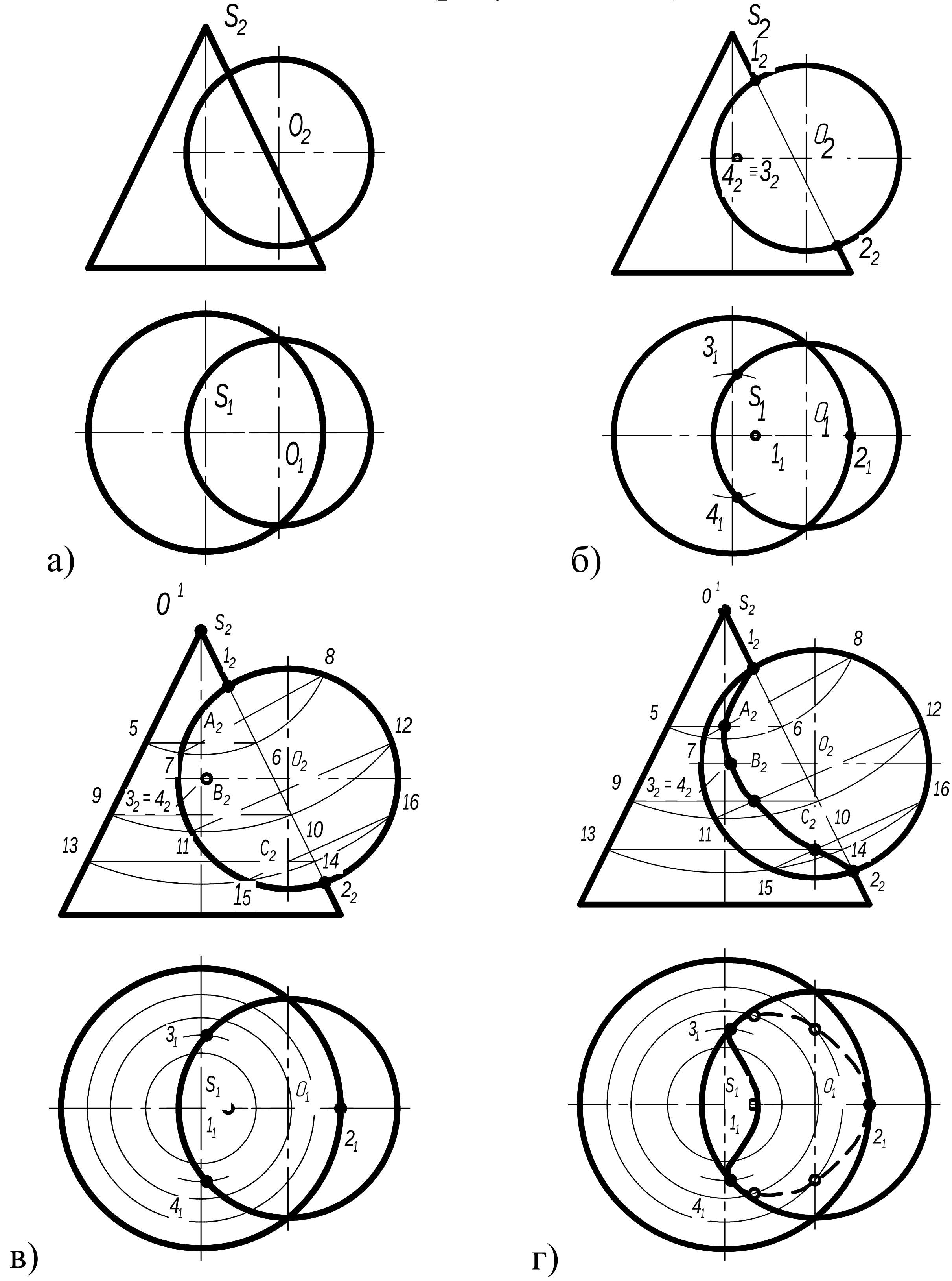


Рисунок 10.1. Построение проекции линии пересечения конуса с шаром

Решение

С помощью параллели, проведенной через экватор шара, находим две опорные точки ***3*** и ***4***. Так же находим точки ***1*** и ***2***, так как тела вращения имеют одну общую плоскость симметрии. В силу этого же возможно применение вспомогательных концентрических сфер (рисунок 10.1 б).

У конуса вращения, множество точек пространства, из которых можно описать концентрические сферы, пересекающие конус по окружности, есть ось поверхности вращения. У шаровой поверхности множеством точек пространства, из которых можно описать концентрические сферы, пересекающие шар по окружности, есть все пространство за исключением центра шара. Поэтому берем центр вспомогательных сфер на оси конуса в любой точке, например в точке O^1, откуда и описываем три концентрические окружности (рисунок 10.1 в)

Проведя проекции окружностей и найдя их взаимное пересечение, соединяем последние плавной кривой ***1ABC2*** (рисунок 10.1 г)

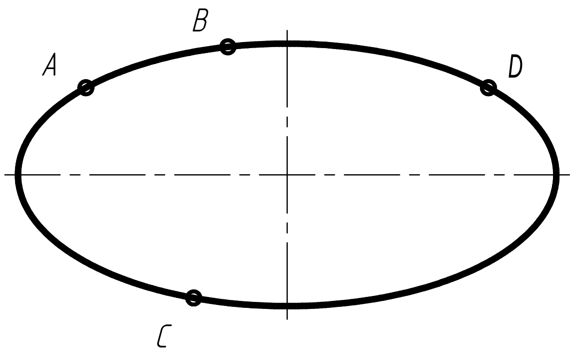
ТЕМА 11
КАСАТЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ И НОРМАЛИ К КРИВЫМ ПОВЕРХНОСТЯМ

Вопросы самоконтроля

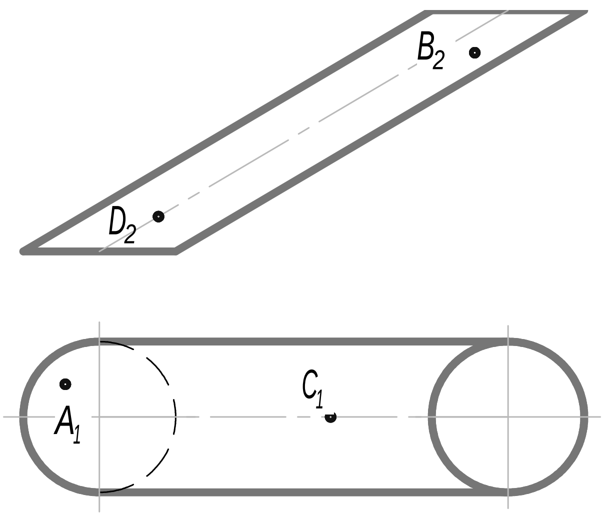
1. Что называется плоскостью, касательной к поверхности в данной точке этой поверхности?
2. Какая прямая называется нормалью к поверхности?
3. Как построить плоскость, касательную к кривой линейчатой поверхности в некоторой её точке?
4. Как построить плоскость, касательную к сфере в какой- либо точке на сфере?

УРАЖНЕНИЯ

11.1 Построить касательную и нормаль в заданной точке эллипса: 1) *A*; 2) *B*; 3) *C*; 4) ***D***.

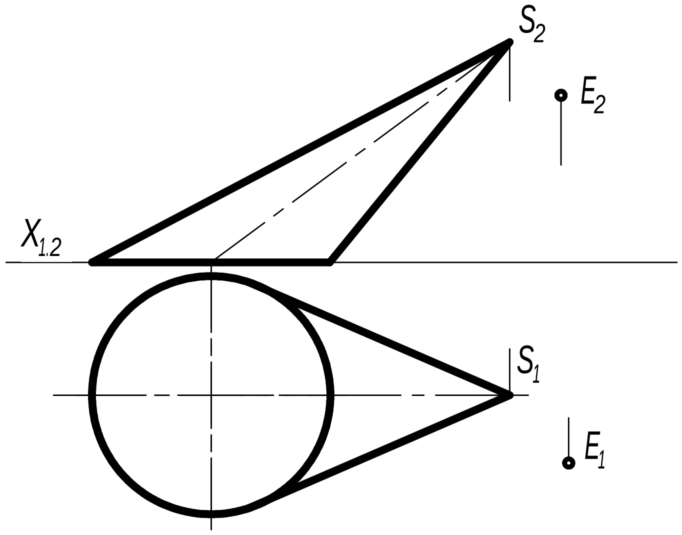


11.2 Построить плоскость, касательную к поверхности цилиндра, проходящую через заданную точку поверхности.

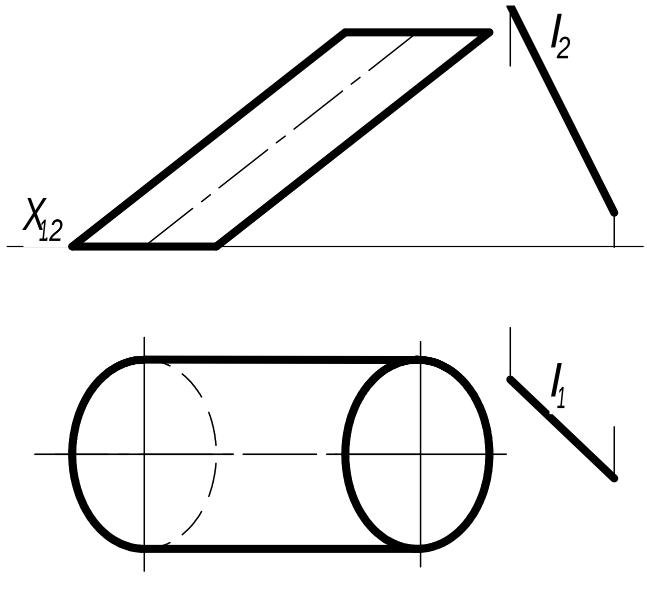


ЗАДАЧИ

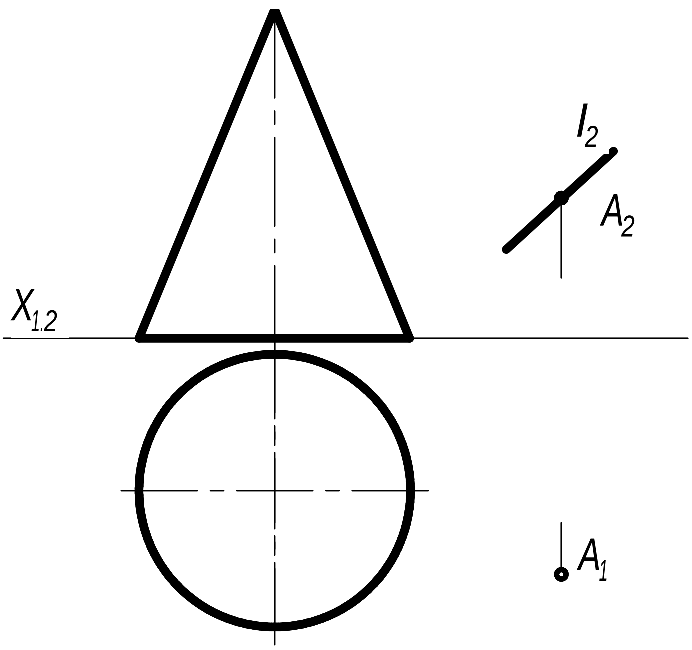
11.3 Построить плоскости, касательные к конической поверхности и проходящие через заданную точку *E*.



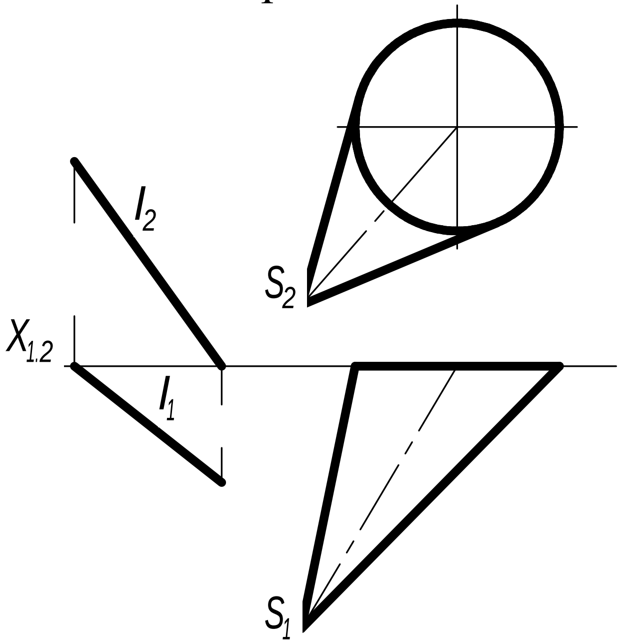
11.4 Построить плоскости, касательные к эллиптической поверхности и параллельные прямой ***l***.



11.5 Построить проекции прямой ***l***, проходящий через точку *A* и расположенной в плоскости, касательной к конической поверхности.

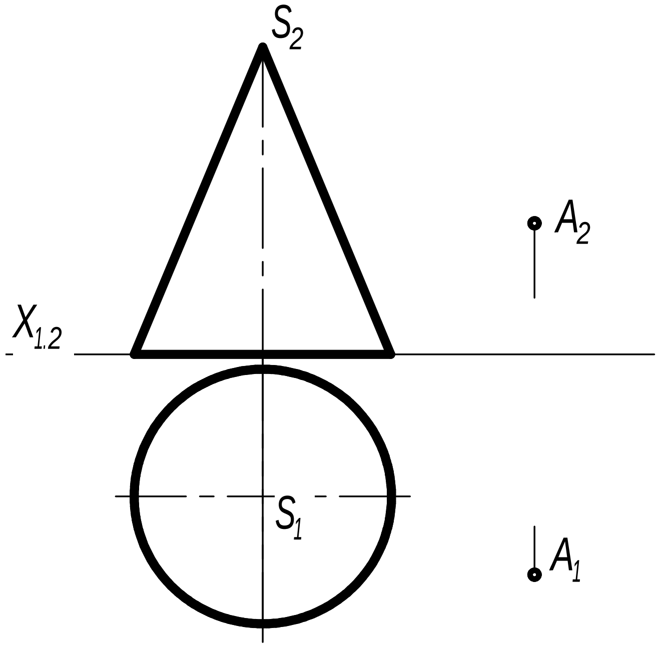


11.6 Параллельно данной прямой линии ***l*** провести плоскость, касательную к поверхности наклонного конуса с вершиной ***S*** и круговым основанием во фронтальной плоскости проекций $П_2$.

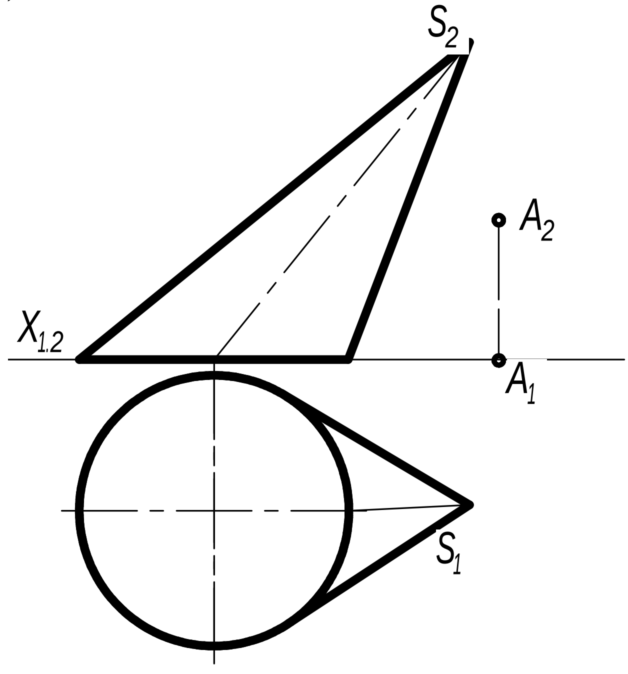


11.7 Построить плоскости, касательные к поверхности конуса и проходящие через точку *A*.

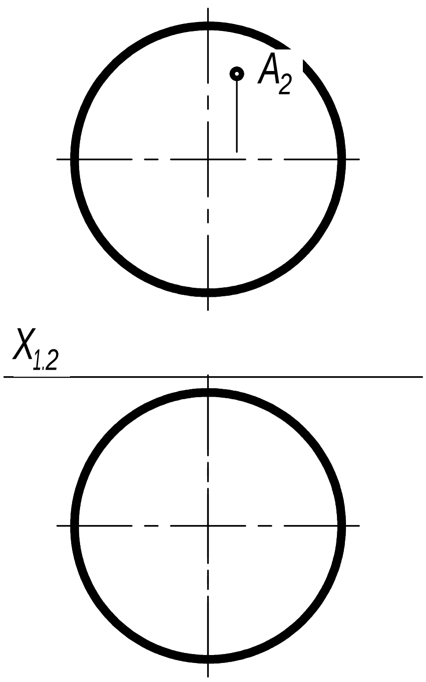
а)



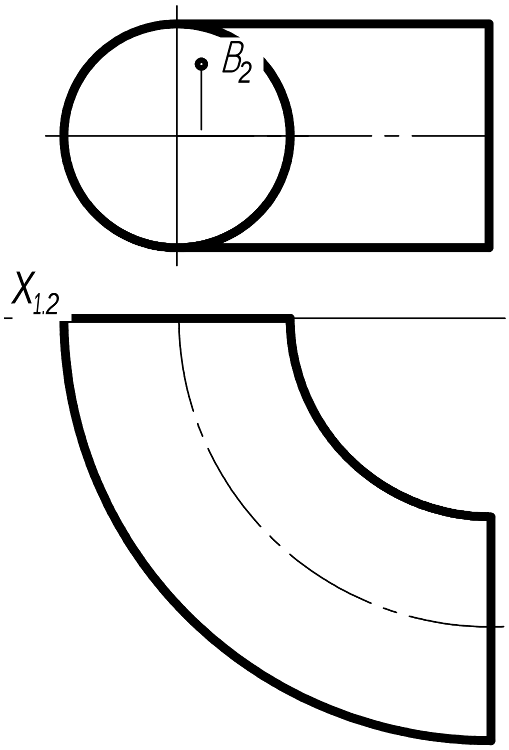
б)



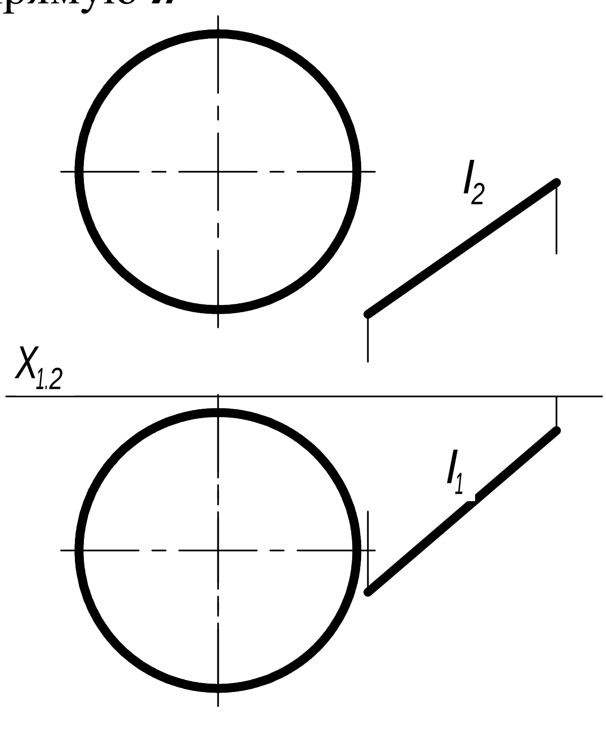
11.8 Построить плоскости, касательные к поверхности сферы в точке *A*.



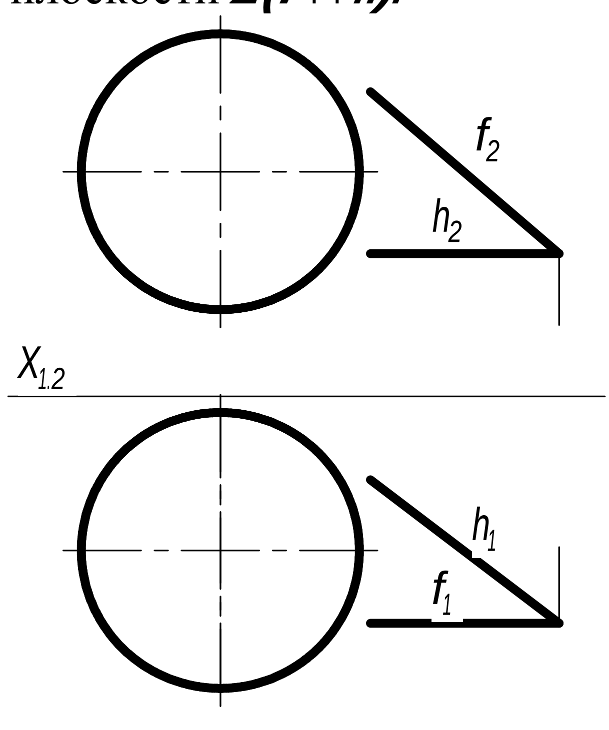
11.9 Построить плоскости, касательные к поверхности тора в точке *B*.



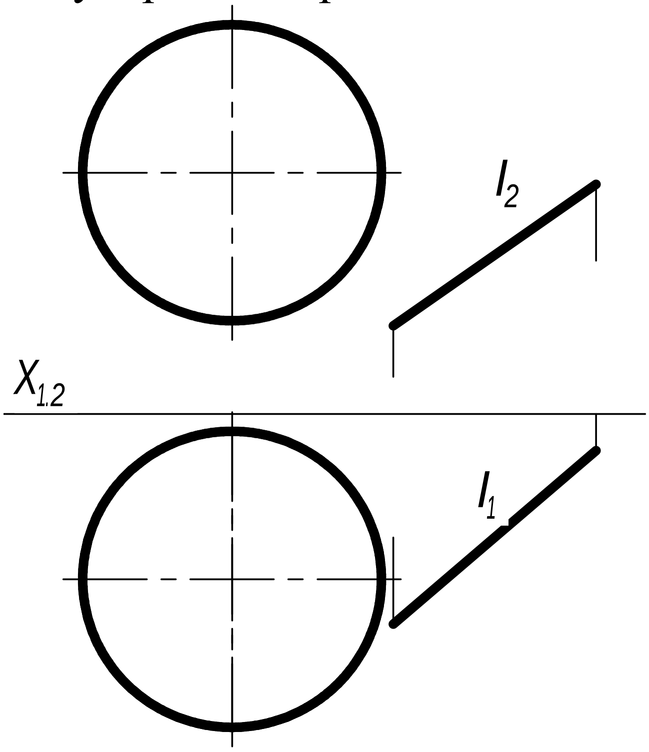
11.10 Задать на чертеже плоскости, касательные к поверхности сферы и проходящие через прямую ***l***.



11.11Задать на чертеже плоскости, касательные к поверхности сферы и параллельные плоскости $\Sigma(f \cap h)$.



11.12 Задать на чертеже плоскости касательные к поверхности-сферы и перпендикулярные к прямой ***l*.**



Пример Построить плоскость, касательную к поверхности вращения в точке *M* (рисунок 11.1).

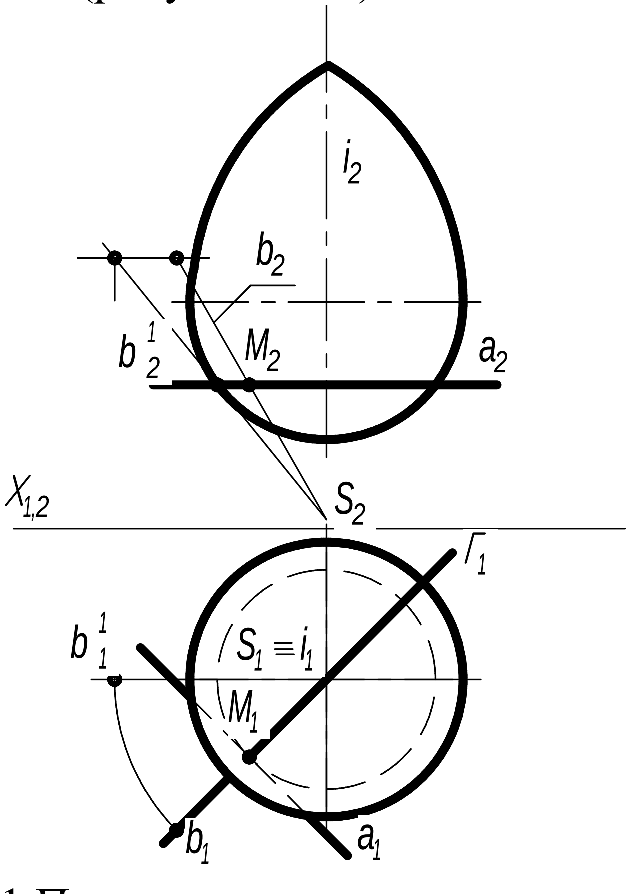


Рисунок 11.1 Построение проекции касательной плоскости к поверхности вращения.

Решение Касательная плоскость определяется касательной прямой a к параллели в точке M и касательной прямой b к меридиану в этой точке.

Прямая a, касательная к параллели, находясь в одной горизонтальной плоскости с параллелью, спроецируется на плоскость Π_2 в прямую a_2, параллельную оси $X_{1,2}$, а на Π_1 –в виде касательной к окружности.

Для определения фронтальной проекции b_2 касательной прямой b меридиональную плоскость Γ совмещаем с фронтальной меридиональной плоскостью путем вращения её вокруг оси i данной поверхности. Касательная b занимает положение b^1, в котором определяется точка S пересечения её с осью i поверхности вращения. При восстановлении плоскости Γ точка S не меняет своего положения и, следовательно, искомой фронтальной проекцией касательной является прямая линия b_2. Плоскость, заданная двумя пересекающимися в точке M касательными a и b, является касательной плоскостью к заданной поверхности вращения в точке M.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии: Учеб.пособие для студентов вузов.- 9-е изд.стереотип. – М.: Машиностроение. 1978. -445 с.
2. Винницкий И.Г. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. –М.: Высшая школа, 1975.-280с.
3. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учеб. пособие. Под ред. Ю.Б.Иванова.-23изд., перераб.-М :Наука, 1998.-272с.
4. Гордон В.О., Иванов Ю.Б., Солнцева Т.Е.Сборник задач по курсу начертательной геометрии. М., 1998.-351 с.
5. Локтев О.В., Числов П.А.. Задачник по начертательной геометрии: Учебн. пособие для вузов.- 2 изд., перераб. и доп.-М: Высш. шк., 1984.-104 с.

Подписано в печать _______ 2008 г. Формат 60x84. Бумага полиграфическая.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л.2,9 . Тираж экз. Заказ № _______
Издательство Башкирского государственного аграрного университета.
Типография Башкирского государственного аграрного университета.
Адрес издательства и типографии: 450001, г. Уфа, ул. 50 лет Октября, 34.