

З.А. ЗАЛИЛОВА

АНАЛИТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие
по изучению дисциплины «Статистика»
для студентов очной и заочной формы обучения

Уфа - 2015

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

З.А. ЗАЛИЛОВА

АНАЛИТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие
по изучению дисциплины «Статистика»
для студентов очной и заочной формы обучения

Уфа - 2015

УДК 311 (07)
ББК 60.6 (я7)
З 23

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Р.Р. Бакирова

кандидат экономических наук, доцент кафедры бухгалтерского учета, аудита и статистики Уфимского филиала Финансового университета при Правительстве Российской Федерации»

Залилова З.А.

З 23 Аналитическая статистика: учебно-методическое пособие. – Уфа: Башкирский ГАУ, 2015. –72 с.

В учебно-методическом пособии приведены общие рекомендации по изучению раздела «Аналитическая статистика» при освоении дисциплины «Статистика» студентами очной и заочной формы обучения, обучающихся по экономическим специальностям.

С целью приобщения студентов к реальной экономической ситуации в стране и непосредственно в Приволжском Федеральном округе и в Республике Башкортостан в пособии приведены данные официальной статистики с сайта Федеральной службы государственной статистики Российской Федерации.

Пособие состоит из теоретического материала, представленного в виде методических указаний; практического материала, представленного в виде заданий для решения во время лабораторно-практических занятий; заданий для самостоятельной работы студентов; тестовых вопросов для проверки сформированных знаний и литературы, необходимой для более глубокого изучения дисциплины.

УДК 311 (07)
ББК 60.6 (я7)
З 23

© Башкирский государственный аграрный университет, 2015
© Залилова З.А., 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Глава 1 «Показатели вариации в статистике»	7
1.1 Методические указания	7
1.2 Примеры решения задач	8
1.3 Задания для самостоятельной работы	10
1.4 Тестовые вопросы	14
Глава 2 «Выборочное наблюдение в статистике»	16
2.1 Методические указания	16
2.2 Примеры решения задач	21
2.3 Задания для самостоятельной работы	23
2.4 Тестовые вопросы	25
Глава 3 «Изучение взаимосвязи между социально-экономическими явлениями»	28
3.1 Методические указания	28
3.2 Примеры решения задач	33
3.3 Задания для самостоятельной работы	35
3.4 Тестовые вопросы	39
Глава 4 «Методы изучения динамики социально-экономических явлений»	41
4.1 Методические указания	41
4.2 Примеры решения задач	45
4.3 Задания для самостоятельной работы	48
4.4 Тестовые вопросы	53
Глава 5 «Индексный метод анализа»	55
5.1 Методические указания	55
5.2 Примеры решения задач	58
5.3 Задания для самостоятельной работы	59
5.4 Тестовые вопросы	65
Список используемой литературы	67

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методическое пособие «Аналитическая статистика» создано для облегчения процесса изучения дисциплины «Статистика». В нем отражены основные моменты теоретического материала, охарактеризованные реальными цифрами и показателями, для того чтобы студенты – будущие специалисты могли уметь пользоваться всем инструментарием который дает описательная статистика и видеть конкретное содержание статистического показателя, научились применять методы статистического исследования и вырабатывать практические навыки решения конкретных задач различного типа.

В настоящем пособии материал разбит на 5 глав, каждая из которых содержит методические указания для студентов, где раскрыты основные категории статистической науки и методология расчета показателей, которые используются в аналитической работе; примеры решения типовых задач; задания для самостоятельной работы, созданные на основе реальных фактических данных, представленных в статистических сборниках и периодической печати, на сайте Федеральной службы государственной статистики Российской Федерации, а также условных данных. В завершении каждой главы подготовлены тестовые вопросы для проверки полученных знаний в процессе изучения той или иной главы.

Завершая обучение в учебном заведении по любой экономической специальности, каждый выпускник должен уметь правильно слышать и понимать информацию, которую ежедневно преподносят средства массовой информации, а также пользоваться данными официальной статистики. Именно в процессе изучения дисциплины «Статистика» студентам раскроются смыслы многих экономических терминов, с которыми он будет сталкиваться постоянно в процессе работы по выбранной специальности. Знания методов «Аналитической статистики» помогут студенту в становлении в будущем из него грамотного специалиста.

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю – Рафиковой Нурие Тимергалеевне – доктору экономических наук, профессору кафедры статистики и информационных систем в экономике ФГБОУ ВО Башкирский ГАУ за постоянную поддержку и неоценимый вклад в своих учеников; рецензенту; председателю и членам методической комиссии экономического факультета, заведующей кафедрой статистики и информационных систем в экономике ФГБОУ ВО Башкирский ГАУ за ценные замечания и пожелания по улучшению данного учебно-методического пособия.

Глава 1 «Показатели вариации в статистике»

Цель занятия: ознакомиться со всеми видами показателей вариации, научиться их рассчитывать и анализировать полученные значения.

1.1 Методические указания

Любая статистическая совокупность состоит из единиц, значения признака которых варьируют. Для того чтобы судить об однородности совокупности и типичности средней величины изучаемого признака, анализ следует дополнять исчислением показателей вариации.

Вариация – это колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у отдельных единиц совокупности.

Показатели вариации делятся на абсолютные и относительные показатели вариации.

Таблица 1.1 Показатели вариации

Показатели вариации	
Абсолютные	Относительные
❖ Размах вариации	❖ Коэффициент вариации
❖ Среднее линейное отклонение	❖ Коэффициент осцилляции
❖ Дисперсия	❖ Линейный коэффициент вариации
❖ Среднее квадратическое отклонение	

Размах вариации – показывает, на сколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака. Рассчитывается: $R = x_{max} - x_{min}$

Среднее линейное отклонение – показывает на какую величину отклоняется признак в изучаемой совокупности от средней величины признака:

$$d_{взвеш} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}; \quad d_{прост} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Дисперсия - средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины. Вычисляется по следующей формуле:

$$\delta^2_{взвеш} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}; \quad \delta^2_{прост} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

Среднее квадратическое отклонение – обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности, определяется по формуле:

$$\delta_{взвеш} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}; \quad \delta_{прост} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Коэффициент осцилляции - $V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$

Линейный коэффициент вариации - $V_d = \frac{d}{\bar{x}} \cdot 100\%$.

Коэффициент вариации – показывает однородность совокупности,

рассчитывается по формуле: $V = \frac{\delta}{\bar{x}} \cdot 100\%$.

Исходя из полученного значения коэффициента вариации можно сделать вывод об однородности совокупности. Принято считать совокупность однородной, если его значение меньше 33 %, и наоборот неоднородной если больше 33 %.

1.2 Примеры решения задач

Задание 1. Найти среднее квадратическое отклонение по данным дискретного ряда распределения студентов одного из факультетов по возрасту.

Возраст студентов, лет	Число студентов
17	20
18	80
19	90
20	110
21	130
22	170
23	90
24	60
Итого	750

Составим рабочую таблицу для вспомогательных расчетов:

Возраст студентов, лет (x)	Число студентов (f)	xf_i	$(x_i - \bar{X})$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(x_i - \bar{X})^2 f$
17	20	340	-3,9	15,21	304,2
18	80	1440	-2,9	8,41	672,8
19	90	1710	-1,9	3,61	324,9
20	110	2200	-0,9	0,81	89,1
21	130	2730	0,1	0,01	1,3
22	170	3740	1,1	1,21	205,7
23	90	2070	2,1	4,41	396,9
24	60	1440	3,1	9,61	576,6
Итого	750	15670	-	-	2571,5

Средний возраст студентов определим по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{15670}{750} = 20,9 \text{ лет.}$$

Дисперсию и среднее квадратическое отклонение определим по формуле:

$$\delta^2_{\text{взвеш}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2571,5}{750} = 3,43 \text{ года;}$$

$$\delta = \sqrt{3,43} = 1,85 \text{ года;}$$

т.е. конкретные значения возраста студентов в среднем отклоняются от их среднего значения на 1,85 года.

Коэффициент вариации равен: $V = \frac{\delta}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,85}{20,9} \cdot 100 = 8,85\%$, говорит о том, что представленная совокупность студентов количественно однородна.

Задание 2. По следующим данным рассчитайте все возможные показатели вариации:

Размер месячной зарботной платы, руб.	Середина интервала x_i	Число сотрудников, чел., f_i	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x} ^2 \cdot f_i$
4000-6000	5000	10	58530	342 576 090
6000-8000	7000	6	23118	89 073 654
8000-10000	9000	19	35207	65 238 571
10000-12000	11000	26	3822	561 834
12000-14000	13000	19	40793	87 582 571
14000-16000	15000	10	41470	171 976 090
16000-18000	17000	5	30735	188 928 045
сумма	-	95	233675	945 936 855

Среднее значение по заработной плате:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{1031000}{95} = 10853 \text{ руб.}$$

1. Размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 18000 - 4000 = 14000 \text{ руб.}$$

2. Среднее линейное отклонение:

$$\bar{d}_{\text{взвеш.}} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{233675}{95} = 2460 \text{ руб.}$$

3. Дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{945936855}{95} = 9957230$$

4. Среднее квадратическое отклонение:

$$\delta = \sqrt{\delta^2} = \sqrt{9957230} = 3155 \text{ руб.}$$

5. Коэффициент осцилляции:

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{14000}{10853} \cdot 100\% = 129\%$$

6. Относительное линейное отклонение:

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2460}{10853} \cdot 100\% = 23\%$$

7. коэффициент вариации:

$$V_{\delta} = \frac{\delta}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{3155}{10853} \cdot 100\% = 29\%$$

Коэффициент вариации меньше 33 %, говорит об однородности совокупности.

1.3 Задания для самостоятельной работы

1.1. По приведенным ниже условным данным по одной из страховых фирм вычислите среднюю месячную заработную плату одного сотрудника фирмы, показатели вариации.

Размер заработной платы, руб./мес.	Численность сотрудников, чел.
34 500	12
38 000	16
41 500	22
48 000	20
55 000	8
70 000	2
Итого	80

1.2 По приведенным условным данным о продаже мужской обуви вычислите: моду, медиану, первый квартиль и девятый дециль.

Размер обуви	Количество проданных пар, шт.
39	42
40	78
41	211
42	320
43	200
44	130
45	19
Итого	1000

1.3 По данным Росстата (www.gks.ru) в 2010 г. определите для занятых в экономике и безработных средние, все показатели вариации.

Возраст, лет	Численность населения, в % к итогу	
	занятые в экономике	безработные
16 – 30	24,4	42,4
30 – 40	24,9	20,7
40 – 50	26,0	19,6
50 – 60	20,9	15,3
60 – 74	3,8	2,0
Итого	100,0	100,0

1.4 По приведенным ниже данным Росстата (www.gks.ru) о распределении депутатов Государственной Думы РФ по возрасту на 01.01.2011 г. рассчитайте абсолютные и относительные показатели вариации. Сделайте выводы.

Возраст депутатов, лет	Число депутатов, чел. – всего	В том числе по фракциям			
		«Единая Россия»	«Коммунистическая Партия РФ»	«Справедливая Россия»	«Либерально-демократическая партия» России»
18 – 30	7	6	–	–	1
30 – 40	47	28	5	6	8
40 – 50	107	73	4	7	23
50 – 60	160	119	18	20	3
60 – 76	128	88	30	5	5
Всего	449	314	57	38	40

1.5 По исходным данным задания 1,4 для ГД в целом и каждой фракции отдельно рассчитайте дисперсию (всеми возможными способами); среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Дайте характеристику распределения депутатов по возрасту.

1.6 В партии апельсинов, поступившей в магазин, из 600 ящиков в 15 ящиках фрукты оказались некачественными; во второй партии из 750 ящиков в 65 ящиках находились некачественные апельсины (цифры условные).

Определите, в какой партии вариация доли некачественных апельсинов больше.

1.7 По исходным данным задания 1.4:

- дайте характеристику распределения депутатов Государственной Думы по возрасту.

- проверьте правило сложения дисперсий и рассчитайте эмпирический коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Сделайте выводы.

1.8 Средний возраст сотрудника фирмы составил 38,5, а средний

квадрат индивидуальных значений признака – 1136,25. Определите дисперсию, рассчитанную по отношению к числу 24.

1,9 Приводятся данные ЦБ России (www.cbr.ru) о распределении кредитных организаций страны на 1 февраля 2011 г. по величине зарегистрированного уставного капитала (млн. руб.):

Величине уставного капитала, млн. руб.	Число кредитных организаций, единиц								
	РФ	в том числе в федеральных округах							
		Центральный	Северо-Западный	Южный	Северо-Кавказский	Приволжский	Уральский	Сибирский	Дальневосточный
до 10	40	15	6	3	5	3	3	4	1
10 – 30	46	26	4	3	2	2	3	4	2
30 – 60	98	48	15	5	4	6	8	7	5
60 – 150	217	96	15	14	33	24	8	20	7
150 – 300	252	154	12	15	9	35	12	9	6
300 и более	359	246	19	7	3	48	17	13	6
Итого	1012	585	71	47	56	118	51	57	27

1. Вычислите для каждого федерального округа и РФ в целом:

- средний размер зарегистрированного уставного капитала одной кредитной организации (по формуле и способом моментов);
- моду (по формуле и графически);
- медиану (по формуле и графически);
- первый и третий квартили (по формулам и графически);
- первый и девятый децили (по формулам и графически);
- абсолютные и относительные показатели вариации;
- показатели асимметрии и эксцесса распределения кредитных организаций по величине зарегистрированного уставного капитала.

2. Дисперсию всеми возможными способами.

3. Проверьте правило сложения дисперсий и рассчитайте эмпирическое корреляционное отношение.

1.10 Определите средний размер вклада в отделении Сбербанка России, если его дисперсия равна 722 500, а средний квадрат значений этого признака составляет 2 285 000.

1.11 По исходным данным задания 1,4 рассчитайте дисперсию альтернативного признака, если альтернативным признаком считать возраст депутатов старше 60 лет.

1.12 Заработная плата за май отчетного года среди слесарей одного из цехов завода была (в руб.): 13000, 17000, 12500, 14450, 22050, 27010, 24900.

Вычислите средний месячный заработок слесарей.

1.13 Имеются следующие данные о затратах времени отдельными рабочими на выработку однородной продукции:

Время (мин.) 10, 12, 15, 18, 20.

Число рабочих 2, 10, 25, 15, 8.

Исчислите среднее количество времени, затрачиваемое на изготовление одной детали.

1.14 Имеются следующее распределение работников по непрерывному стажу работы на данном предприятии:

Стаж работы	Численность работников, чел.	
	мужчины	женщины
1	12	14
2	14	21
3	21	29
4	32	14
5	18	9
6	12	4
7	5	7

Определите средний стаж работы у мужчин и у женщин, сравните их между собой. Сделайте выводы.

1.15 Имеются следующие данные о распределении банковских вкладов по их размеру:

Размер вклада, руб.	Число вкладов, в % к итогу
До 2 000	2
2000 – 4000	3
4000 – 6000	8
6000 – 8000	10
8000 – 10000	15
10000 -12000	32
12000 и более	30
итого	100

Определите средний размер вклада, коэффициент вариации.

1.16 Персонал по стажу работы на предприятии распределяется следующим образом:

Стаж работы, лет	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Число рабочих чел.	4	5	4	6	10	15	15	14	13	11	9	8	2

Определите: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

1.17 По данным о количестве построенных домов в районах города определите абсолютные и относительные показатели вариации:

Количество построенных домов	Число районов
9 – 11	3
11 – 13	4
13 – 15	5
15 – 17	6
17 – 19	4
19 – 21	3
21 – 23	2

Сделайте выводы.

1.4 Тестовые вопросы

1.1 Размах вариации – это:

- а) $R = x_{\max} - x_{\text{сред}}$
- б) $R = x_{\text{сред}} - x_{\min}$
- в) $R = x_{\max} - x_{\min}$

1.2 Вариация это:

- а) измерения в статистике
- б) изменение значений признака при переходе от одной единицы наблюдения к другой
- в) изменение значений под воздействием всех факторов

1.3 При уменьшении значений частот в средней арифметической взвешенной в 4 раза значение средней арифметической:

- а) увеличится более чем в 4 раза
- б) увеличится в 4 раза
- в) уменьшится в 4 раза
- г) не изменится
- д) уменьшится более чем в 4 раза

1.4 Главное требование к построению статистической совокупности -

- а) это однородность по всем признакам
- б) это неоднородность по всем признакам
- в) это однородность по тем признакам, которые не заложены в ее формирование
- г) это однородность по тем признакам, которые заложены в основу ее построения

1.5 Вариационный ряд – это ряд распределения, построенный по:

- а) количественному признаку
- б) качественному признаку
- в) качественному и количественному признакам одновременно

г) нескольким признакам

1.6 К относительным показателям вариации относятся:

- а) размах вариации
- б) дисперсия
- в) коэффициент вариации
- г) среднее линейное отклонение
- д) относительное линейное отклонение

1.7 К абсолютным показателям вариации относятся:

- а) размах вариации
- б) коэффициент корреляции
- в) коэффициент осцилляции
- г) среднее линейное отклонение
- д) среднее квадратическое отклонение
- е) дисперсия
- ж) коэффициент вариации

1.8 Средний уровень моментного ряда с неравными временными промежутками исчисляется по формуле средней:

- а) арифметической простой
- б) арифметической взвешенной
- в) гармонической простой
- г) гармонической взвешенной
- д) хронологической простой
- е) хронологической взвешенной

1.9 При увеличении всех значений признака в 5 раз средняя арифметическая:

- а) не изменится
- б) увеличится в 5 раз
- в) уменьшится в 5 раз
- г) увеличится более чем в пять раз
- д) уменьшится более чем в пять раз

1.10 Сумма отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины:

- а) больше нуля
- б) меньше нуля
- в) равна нулю
- г) больше или равна нулю
- д) меньше или равна нулю

Глава 2 «Выборочное наблюдение в статистике»

Цель занятия: ознакомиться с основами проведения выборочного наблюдения. Узнать основные виды выборки, способы ее проведения, показатели выборочного наблюдения. Научиться определять численность выборочной совокупности и ошибок выборки.

2.1 Методические указания

В статистике центральное место занимает выборочное наблюдение. Значение его особенно возрастает в условиях рыночной экономики. Суть выборочного метода заключается в отборе отдельных единиц обследуемой совокупности по специальным правилам, гарантирующим реализацию принципа случайности отбора, с целью получения обобщающих статистических характеристик изучаемой совокупности.

Выборочный метод позволяет получать достоверные результаты лишь тогда, когда соблюдается принцип равновозможности каждой единицы быть отобранной.

Под термином генеральная совокупность понимается изучаемая статистическая совокупность, из которой проводится отбор единиц для непосредственного наблюдения (количество единиц генеральной совокупности обозначается через N).

Отобранная по определенным правилам часть единиц генеральной совокупности образует выборочную совокупность (n — количество единиц выборочной совокупности).

Доля выборочной совокупности в общем объеме генеральной совокупности, выраженная в процентах, называется долей отбора (процентом выборки, процентом отбора):

$$f = \frac{n}{N} \cdot 100\%$$

Если исследуется количественный признак, то непосредственная задача выборочного наблюдения — это оценка среднего и суммарного значения признака. Среднее значение признака в генеральной совокупности принято обозначать через \bar{x} . По данным генеральной совокупности оно может быть определено как:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Среднее значение признака в выборочной совокупности обозначается через \tilde{x} . Оно исчисляется как

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Дисперсия единиц количественного признака определяется следующим образом:

- генеральная дисперсия:

$$\delta_{ген}^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Так как генеральная дисперсия по большей части в ходе исследования остается неизвестной, то условно принимают ее равной дисперсии, рассчитываемой по выборочным данным;

- выборочная дисперсия:

$$\delta_{выб}^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

Наряду с нахождением характеристик количественных признаков могут оцениваться характеристики альтернативных показателей.

Обозначая численность единиц, обладающих изучаемым признаком, в генеральной совокупности через M , а в выборочной — через m , получим долю единиц, обладающих исследуемым признаком в генеральной совокупности:

$$P = \frac{M}{N} \text{ и в выборочной: } w = \frac{m}{n}$$

Дисперсия альтернативного признака рассчитывается следующим образом:

- генеральная дисперсия доли: $\delta_p^2 = p \cdot q$

где q — доля единиц, не обладающих исследуемым признаком $q = (1 - p)$

- выборочная дисперсия доли: $\delta_w^2 = w(1 - w)$

Основной целью статистического наблюдения является получение достоверной статистической информации. Но при любом способе наблюдения могут возникнуть погрешности, которые приведут к снижению качества получаемой информации. Эти погрешности называются ошибками наблюдения. При сплошном наблюдении возможны только ошибки регистрации (случайные и систематические). При выборочном наблюдении возможны как ошибки регистрации, так и ошибки репрезентативности. Те и другие могут носить как случайный, так и систематический характер.

Задача выборочного наблюдения состоит в измерении случайной ошибки репрезентативности, которая возникает вследствие несплошного характера наблюдения при любом способе отбора.

Различают индивидуальный, групповой и комбинированный способы отбора единиц в выборочную совокупность.

При индивидуальном отборе в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности, например при обследованиях промышленности — предприятия, при обследованиях населения — конкретные люди и т.д. Индивидуальный отбор применяется при организации собственно случайной, механической, типической выборки.

При групповом отборе единицы отбираются группами; ими могут быть, например, бригады, микрорайоны (этот вид отбора свойственен для серийной выборки).

Комбинированный отбор предполагает сочетание индивидуального и группового отбора, например, сначала отбираются группы единиц (групповой

отбор), а затем из них случайным образом — конкретные единицы (индивидуальный отбор). В этом случае выборка также называется комбинированной.

Кроме того, каждый из перечисленных способов отбора может быть бесповторным или повторным.

Бесповторным является такой отбор, в результате которого однажды отобранная в выборку единица наблюдения не может быть отобранной из генеральной совокупности во второй раз. При повторном отборе попавшая в выборку единица наблюдения вновь возвращается в совокупность, и ее можно отобрать во второй, третий раз и т.д.

На практике чаще используется бесповторный способ отбора.

В статистике встречаются разнообразные виды выборок: собственно-случайная выборка, механическая, типическая, серийная, комбинированная. Свои особенности имеет малая выборка.

Вид выборки определяется задачами исследования, полнотой и особенностями информации, которой мы располагаем об объекте наблюдения.

Собственно случайная выборка.

Отбор единиц при использовании собственно случайной выборки производится путем жеребьевки или с использованием таблицы случайных чисел. При этом все единицы совокупности должны иметь равные шансы попасть в выборочную совокупность.

Механическая выборка.

Наряду со случайным отбором в практике выборочного наблюдения применяется механический отбор. При этом все единицы генеральной совокупности нумеруются числами от 1 до N , после чего отбирается каждая $\left(\frac{N}{n}\right)$ -я единица для обследования. Величина $\frac{N}{n}$ называется шагом, или интервалом отбора.

Типическая выборка

в статистической практике применяется гораздо чаще, чем остальные виды выборочного наблюдения. Так, при обследованиях населения в зависимости от целей исследования генеральную совокупность расслаивают по возрастному или социальному признаку, типу проживания (городское, сельское население и т.д.); при обследованиях малых предприятий типизация осуществляется по четырем признакам: территориальному, отраслевому, виду собственности и размеру выручки. Этим достигается однородность единиц внутри групп. Типическая выборка дает более точные результаты.

Серийная (гнездовая) выборка.

Если генеральную совокупность можно разделить на одинаковые по объему и однородные группы, то целесообразно осуществлять отбор не единиц, а их серий. После такого отбора внутри серий проводится сплошное обследование. Например, при оценке качества продукции можно отбирать партии товара, а затем обследовать все входящие в них изделия; при некоторых обследованиях населения отбираются в порядке серий жилые дома, в которых опрашиваются жильцы всех квартир; обследования школьников проводятся

путем отбора однотипных школ или конкретных классов, ученики которых подвергаются сплошному опросу, и т.д.

Комбинированные выборки.

Комбинированный отбор широко применяется на практике и представляет собой сочетание разных методов отбора (их комбинацию), например типического с механическим. В этом случае генеральная совокупность разбивается на типические группы на основе ранее выбранного группировочного признака, внутри этих групп единицы наблюдения упорядочиваются, устанавливается шаг отбора, соответствующий необходимой численности выборки, после чего происходит извлечение единиц наблюдения из типических групп на основе механического отбора.

Малая выборка.

Выборка считается малой, если количество объектов, отобранных для выборочного наблюдения, не превышает 20 единиц.

Малые выборки используются в тех ситуациях, когда распределение признака в генеральной совокупности является нормальным или приближается к нему. Только в этих случаях построенные доверительные интервалы или рассчитанные доверительные вероятности будут иметь реальное практическое значение.

Средняя ошибка выборки показывает, насколько отклоняется в среднем параметр выборочной совокупности от соответствующего параметра генеральной. Если рассчитать среднюю из ошибок всех возможных выборок определенного вида заданного объема (n), извлеченных из одной и той же генеральной совокупности, то получим их обобщающую характеристику — среднюю ошибку выборки (μ).

В теории выборочного наблюдения выведены формулы для определения μ , которые индивидуальны для разных способов отбора (повторного и бесповторного), типов используемых выборок и видов оцениваемых статистических показателей.

Например, если применяется повторная собственно случайная выборка, то μ определяется как:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{n}} \quad \text{— при оценивании среднего значения признака;}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \quad \text{- если признак альтернативный, и оценивается доля.}$$

При бесповторном собственно случайном отборе в формулы вносится поправка $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad \text{- для среднего значения признака}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \quad \text{- для доли.}$$

Предельная ошибка выборки (Δ) равна t -кратному числу средних

ошибок выборки (в теории выборки принято коэффициент (называть коэффициентом доверия):

$$\Delta = t \cdot \mu$$

Если ошибку выборки увеличить в два раза ($t = 2$), то получим гораздо большую вероятность того, что она не превысит определенного предела (в нашем случае — двойной средней ошибки) — 0,954. Если взять $t = 3$, то доверительная вероятность составит 0,997 — практически достоверность.

Уровень предельной ошибки выборки зависит от следующих факторов:

- степени вариации единиц генеральной совокупности;
- объема выборки;
- выбранных схем отбора (бесповторный отбор дает меньшую величину ошибки);
- уровня доверительной вероятности.

Если объем выборки больше 30, то значение t определяется по таблице нормального распределения, если меньше — по таблице распределения Стьюдента.

Приведем некоторые значения коэффициента доверия из таблицы нормального распределения.

Значение доверительной вероятности P	0,683	0,954	0,997
Значение коэффициента доверия t	1,0	2,0	3,0

Доверительный интервал для среднего значения признака и для доли в генеральной совокупности устанавливается следующим образом:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

Перед непосредственным проведением выборочного наблюдения всегда решается вопрос, сколько единиц исследуемой совокупности необходимо отобрать для обследования. Формулы для определения численности выборки выводятся из формул предельных ошибок выборки в соответствии со следующими исходными положениями:

- Вид предполагаемой выборки
- Способ отбора (повторный или бесповторный)
- Выбор оценивания параметра (среднего значения признака или доли)

Кроме того, следует заранее определиться со значением доверительной вероятности, устраивающей потребителя информации, и с размером допустимой предельной ошибки.

Примечание: при использовании приведенных в таблице формул рекомендуется получаемую численность выборки округлять в большую сторону для обеспечения некоторого запаса в точности.

Таблица 2.1 Формулы для определения численности выборочной совокупности

Способ отбора	При оценивании среднего значения		При оценивании доли	
	Повторный отбор	Бесповторный отбор	Повторный отбор	Бесповторный отбор
Собственно Случайный, механический	$n = \frac{t^2 \delta_x^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 \delta_x^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$
Типический	$n = \frac{t^2 \bar{\delta}_x^2}{\Delta_x^2}$	$n = \frac{t^2 \bar{\delta}_x^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \bar{\delta}_x^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$

2.2 Примеры решения задач

Задание 1. Для изучения уровня фондоотдачи было проведено выборочное обследование 90 предприятий из 225 методом случайной повторной выборки, в результате которого получены данные, представленные в таблице.

Уровень фондоотдачи, руб.	До 1,4	1,4-1,6	1,6-1,8	1,8-2,0	2,0-2,2	2,2 и выше	Итого
Количество предприятий	13	15	17	15	16	14	90

В рассматриваемом примере имеем 40%-ную выборку ($90 : 225 = 0,4$, или 40%).

Определим ее предельную ошибку и границы для среднего значения признака в генеральной совокупности по шагам алгоритма:

1. По результатам выборочного обследования рассчитаем среднее значение и дисперсию в выборочной совокупности, для этого составим рабочую таблицу:

Таблица 1 Рабочая таблица

Результаты наблюдения		Расчетные значения		
уровень фондоотдачи, руб.,	количество предприятий, f_i	середина интервала, x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
До 1,4	13	1,3	16,9	21,97
1,4-1,6	15	1,5	22,5	33,75
1,6-1,8	17	1,7	28,9	49,13
1,8-2,0	15	1,9	28,5	54,15
2,0-2,2	16	2,1	33,6	70,56
2,2 и выше	14	2,3	32,2	74,06
Итого	90	-	162,6	303,62

Выборочная средняя

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{162,6}{90} = 1,81(\text{руб}),$$

Выборочная дисперсия изучаемого признака

$$\tilde{\delta}^2 = (\overline{x_i^2}) - (\tilde{x})^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{f_i} - (\tilde{x})^2 = \frac{303,62}{90} - 1,81^2 = 0,1095$$

2. Определяем среднюю ошибку повторной случайной выборки

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,1095}{90}} = 0,035$$

3. Зададим вероятность, на уровне которой будем говорить о величине предельной ошибки выборки. Чаще всего она принимается равной 0,999; 0,997; 0,954.

Для наших данных определим предельную ошибку выборки, например, с вероятностью 0,954. При вероятности 0,954 коэффициент t равен 2.

4. Предельная ошибка выборки с вероятностью 0,954 равна

$$\Delta_x = t \cdot \mu = 2 \cdot 0,035 = 0,07$$

5. Найдем доверительные границы для среднего значения уровня фондоотдачи в генеральной совокупности

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

$$1,81 - 0,07 \leq \bar{x} \leq 1,81 + 0,07$$

$$1,74 \leq \bar{x} \leq 1,88$$

Таким образом, в 954 случаях из 1000 среднее значение фондоотдачи будет не выше 1,88 и не ниже 1,74 руб.

Выше была использована повторная схема случайного отбора.

Посмотрим, изменяются ли результаты обследования, если предположить, что отбор осуществлялся по схеме бесповторного отбора. В этом случае расчет средней ошибки проводится по формуле:

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,1095}{90} \left(1 - \frac{90}{225}\right)} = 0,027$$

Тогда при вероятности равной 0,954 величина предельной ошибки выборки составит:

$$\Delta_x = t \cdot \mu = 2 \cdot 0,027 = 0,054$$

Доверительные границы для среднего значения признака при бесповторном отборе будут иметь следующие значения:

$$1,81 - 0,054 \leq \bar{x} \leq 1,81 + 0,054$$

$$1,7756 \leq \bar{x} \leq 1,864$$

Сравнив результаты двух схем отбора, можно сделать вывод о том, что применение бесповторного случайной выборки дает более точные результаты по сравнению с применением повторного отбора при одной и той же доверительной вероятности. При этом, чем больше объем выборки, тем существеннее сужаются границы значений средней при переходе от одной схемы отбора к другой.

2.3 Задания для самостоятельной работы

2.1. Для определения скорости расчетов с кредиторами предприятий корпорации в коммерческом банке была проведена случайная выборка 100 платежных документов, по которым средний срок перечисления и получения денег оказался равным 22 дням ($x=22$) со стандартным отклонением 6 дней ($S=6$). Необходимо с вероятностью $P=0,954$ определить предельную ошибку выборочной средней и доверительные пределы средней продолжительности расчетов предприятий данной корпорации.

2.2. Среди выборочного обследования 1000 семей региона по уровню душевого дохода (выборка 25-ная, механическая) малообеспеченных оказалось 300 семей. Требуется с вероятностью 0,997 определить долю малообеспеченных семей во всем регионе.

2.3. Для определения урожайности зерновых культур проведено выборочное обследование 100 хозяйств региона различных форм собственности, в результате которого получены сводные данные. Необходимо с вероятностью 0,954 определить предельную ошибку выборочной средней и доверительные пределы средней урожайности зерновых культур по всем хозяйствам региона. Распределение урожайности по хозяйствам региона, имеющим различную форму собственности представлено в таблице:

Хозяйства (по формам собственности)	Количество обследованных хозяйств (f)	Средняя урожайность, ц/га (x_i)	Дисперсия урожайности в каждой группе (S_i^2)
Коллективные	30	18	15
Акционерные	50	20	25
Крестьянские	20	28	40
Итого	1--	-	-

2.4. Для определения среднего возраста 1200 студентов факультета необходимо провести выборочное обследование методом случайного бесповоротного отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение возраста студентов равно 10 годам.

2.5. В порядке механической выборки обследован возраст 100 студентов вуза из 2000 чел. Результаты обработки материала наблюдения:

Возраст	17	18	19	20	21	22	23
Число студентов, чел.	11	13	18	23	17	10	8

Установите: 1) средний возраст студентов вуза по выборке; 2) величину ошибки при определении возраста студентов на основе выборки; 3) вероятные пределы колебания возраста для всех студентов при вероятности 0,997.

2.6. К каком соотношению находятся при прочих равных условиях ошибки собственно случайной бесповторной и повторной выборок при 1, 5, 10 и 20%-ном отборе?

2.7. Определите, в каких случаях предельная ошибка доли признака в генеральной совокупности будет больше (при прочих равных условиях):

А) при отборе 50 единиц и 50 серий;

Б) при отборе 100 единиц и 25 серий, если общая дисперсия в 3,5 раза больше межгрупповой;

В) при отборе 200 единиц или 50 серий, если общая дисперсия равна 0,25, а эмпирическое корреляционное отношение равно 0,49 при типическом отборе и 0,81 – при серийном отборе.

2.8. Каким должен быть объем случайной бесповторной выборки из генеральной совокупности численностью 10000 единиц при среднем квадратическом отклонении не более 20, предельной ошибке, не превышающей 5%, и вероятности 0,997?

2.9. По данным сплошного наблюдения рабочих предприятия средние затраты времени на изготовление однотипных деталей оказались равными 26 мин. Повторным обследованием 10% рабочих установлено, что средние затраты времени у них составляют 27 мин., в то время как по данным сплошного наблюдения они равны у отобранных рабочих 25 мин. Определите фактические средние затраты времени на изготовление деталей с учетом результатов повторного выборочного обследования.

2.10 В порядке механической выборки обследован возраст 100 студентов вуза из 2000 чел. Результаты обработки представлены следующим образом:

Возраст	17	18	19	20	21	22	23
Число студентов, чел.	11	13	18	23	17	10	8

Установите: а) средний возраст студентов вуза по выборке; б) величину ошибки при определении возраста студентов на основе выборки, в) вероятные пределы колебания возраста для студентов при вероятности 0,997.

2.11 В каком соотношении находится при прочих равных условиях ошибки собственно случайной бесповторной и повторной выборок при 1, 5, 10 и 20%-ном отборе?

2.12 Каким должен быть объем случайной бесповторной выборки из генеральной совокупности численностью 10000 единиц при среднем квадратическом отклонении не более 20, предельной ошибке, не превышающей 5%, и вероятности 0,997?

2.13 Среди выборочного обследования 1000 семей региона по уровню душевого дохода (выборка 2%-ная, механическая) малообеспеченных оказалось 300 семей. Требуется с вероятностью 0,997 определить долю малообеспеченных семей во все регионе.

2.4 Тестовые вопросы

2.1 Объем повторной случайной выборки увеличится в 4 раза, если среднее квадратическое отклонение увеличится в _____ раза.

Правильный вариант ответа: _____

2.2 По способу формирования выборочной совокупности различают выборку:

- а) собственно-случайную
- б) механическую
- в) комбинированную
- г) типическую (районированную)
- д) сложную
- е) серийную
- ж) альтернативную

2.3 Недостающим элементом в формуле расчета объема выборки при повторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака) является:

$$n = \frac{t^2 * N * \dots}{N * \Delta^2 + t^2 * \sigma^2}$$

- а) σ б) σ^2 в) Δ г) Δ^2 д) $(1-n/N)$ е) $(N-1)$

2.4 Недостающим элементом в формуле расчета объема выборки при бесповторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака) является:

$$n = \frac{t^2 * N * \sigma^2}{N * \dots + t^2 * \sigma^2}$$

- а) σ б) σ^2 в) Δ г) Δ^2 д) $(1-n/N)$ е) $(N-1)$

2.5 Недостающим элементом в формуле расчета объема выборки при бесповторном случайном отборе (оценивается среднее значение признака) является:

$$n = \frac{t^2 * N * \sigma^2}{N * \Delta^2 + t^2 * \dots}$$

- а) σ б) σ^2 в) Δ г) Δ^2 д) $(1-n/N)$ е) $(N-1)$

2.6 Репрезентативность результатов выборочного наблюдения зависит от ...

- а) вариации признака
- б) объема выборки

- в) определения границ объекта исследования
 - г) времени проведения наблюдения
 - д) продолжительность проведения наблюдения
- 2.7 Формулу:

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$$

используют для расчета средней ошибки выборки при...

- а) наличии высокого уровня вариации признака
- б) изучении качественных характеристик явлений
- в) малой выборке
- г) уточнении данных сплошного наблюдения

2.8 Средняя ошибка случайной повторной выборки ... , если ее объем увеличить в 4 раза.

- А) уменьшится в 2 раза
- Б) Увеличится в 2 раза
- В) уменьшится в 4 раза
- Г) не изменится

2.9 Недостающим элементом формулы предельной ошибки случайной выборки при бесповторном отборе является:

$$\dots * \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

- а) t б) t^2 в) n^2 г) n д) N е) μ

2.10 Средняя ошибка выборки (μ) для средней величины характеризует:

- а) вариацию признака
- б) тесноту связи между двумя факторами
- в) среднюю величину всех возможных расхождений выборочной и генеральной средней
- г) среднее значение признака
- д) тем роста

2.11 Под выборочным наблюдением понимают:

- а) сплошное наблюдение всех единиц совокупности
- б) несплошное наблюдение части единиц совокупности
- в) несплошное наблюдение части единиц совокупности, отобранных случайным способом
- г) наблюдение за единицами совокупности в определенные моменты времени
- д) обследование наиболее крупных единиц изучаемой совокупности

2.12 Преимущества выборочного наблюдения по сравнению со сплошным наблюдением:

- а) более низкие материальные затраты
- б) возможность провести исследование по более широкой программе

в) снижение трудовых затрат за счет уменьшения объема обработки первичной информации

г) возможность периодического проведения обследований

2.13 При проведении выборочного наблюдения определяют:

а) численность выборки, при которой предельная ошибка не превысит допустимого уровня

б) число единиц совокупности, которые остались вне сплошного наблюдения

в) тесноту связи между отдельными признаками, характеризующими изучаемое явление

г) вероятность того, что ошибка выборки не превысит заданную величину

д) величину возможных отклонений показателей генеральной совокупности от показателей выборочной совокупности

2.14 С вероятностью 0,95 ($t=1,96$) можно утверждать, что доля браков «вдогонку» в регионе не превышает ... %, если среди выборочно обследованных 400 браков 20 браков оказались браками «вдогонку»

а) 7

б) 5

в) 3

2.15 Объем повторной случайной выборки увеличится в ... раза (с точностью до 0,01), если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 ($t=2$) до 0,997 ($t=3$)

Формула для расчета объема выборки:

$$n = \frac{t^2 * \sigma^2}{\Delta^2}$$

Правильный вариант ответа: _____

2.16 Средняя площадь в расчете на одного жителя (с точностью до 0,01 кв. м.) в генеральной совокупности находится в пределах ... кв. м. при условии:

* средняя площадь, приходящаяся на одного жителя, в выборке составила 19 кв. м;

* средняя ошибка выборки равно 0,23 кв. м;

* коэф. доверия $t=2$ (при вероятности 0,954).

$$\begin{array}{c} \sim \\ \sim \\ X - \Delta \leq X \leq X + \Delta; \\ \text{где } \Delta = t * \mu \end{array}$$

Правильный вариант ответа: _____

Глава 3 «Изучение взаимосвязи между социально-экономическими явлениями»

Цель занятия: освоить навыки выполнения корреляционно-регрессионного анализа с использованием ППП Excel, закрепить основные определения и понятия, усвоить и разобрать формулы расчета показателей направления и тесноты связи, критериев проверки статистических гипотез.

Методические указания

Для исследования взаимосвязей в настоящее время наиболее широко применяется корреляционно-регрессионный анализ. Этот метод является достаточно мощным и универсальным, поскольку разработаны пакеты прикладных программ для выполнения расчетов на ЭВМ. Несмотря на такое признание методы корреляционно-регрессионного анализа не нашли пока широкого применения в практике экономической работы и требуют дальнейшего углубления и усовершенствования.

Впервые слова «корреляция» и «регрессия» ввел в статистику английский биолог и статистик Френсис Гальтон. Он исследовал закономерности наследственности и установил, что количественные признаки родителей у потомков снижались, «регрессировали к средним величинам по совокупности». Эта связь была названа регрессией. «Полная регрессия» у Гальтона была равнозначна отсутствию связи – корреляции. Корреляция (англ. correlation) – соотношение, соответствие – взаимосвязь между признаками, состоящая в изменении средней величины одного из них в зависимости от значения другого:

Различают простую и множественную регрессии.

Простая (парная) регрессия представляет собой функцию (регрессию) между двумя переменными y и x , т.е. модель вида

$$\tilde{y} = f(x),$$

где \tilde{y} – зависимая переменная (результативный признак)

x – независимая переменная, признак-фактор.

Множественная регрессия представляет собой регрессию результативного признака с двумя и большим числом факторов, т.е. модель вида:

$$\tilde{y} = f(x, x_2, \dots, x_n)$$

Эконометрическое исследование начинается со спецификации модели, т.е. с подбора вида модели, исходя из соответствующей теории связи между переменными.

В первую очередь из всего круга факторов необходимо выделить наиболее существенные. Парная регрессия достаточна, если имеется один главный фактор.

В каждом отдельном случае y складывается из двух слагаемых:

$$\tilde{y}_i = \tilde{y}_{xi} + E_i,$$

где \tilde{y}_i – фактическое значение результативного признака;

\tilde{y}_{xi} – теоретическое значение результативного признака, рассчитанное

исходя из соответствующей математической функции связи y и x , т.е. из уравнения регрессии;

E_i - случайная величина, характеризующая отклонения фактического значения результативного признака от теоретического, определенного по уравнению регрессии.

От правильно выбранной спецификации модели зависит величина случайных ошибок, она тем меньше, чем в большей мере теоретические значения \tilde{y}_x приближаются y_i .

К ошибкам спецификации относится и недоучет в уравнении регрессии какого-либо существенного фактора, т.е. использование парной регрессии вместо множественной.

Линейная регрессия имеет наиболее широкое применение. Основная причина этого состоит в том, что многие зависимости, нелинейные на большом интервале значений фактора близки к линейным на реально наблюдаемом небольшом интервале вариации.

Классически оценка параметров линейной регрессии основана на методе наименьших квадратов (МНК).

$$\sum (y_i - \tilde{y}_x)^2 \rightarrow \min$$

Чтобы определить минимум функции, надо вычислить частные производные по каждому из параметров a и b и приравнять их к 0.

$$S = \sum (y_i - \tilde{y}_x)^2 = \sum (y - a - bx)^2$$

преобразуя формулу получим систему нормальных уравнений для оценки параметров a и b .

$$\begin{cases} na + b \sum x = \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

Из первого уравнения, разделим все параметры на n получим $a = \bar{y} - b\bar{x}$

$$b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2}$$

$$\text{cov}(x, y) = \overline{yx} - \bar{y} * \bar{x}$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$$

$$\text{получим: } b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} * \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2};$$

Параметр b называется коэффициентом регрессии. Формально a значение y при $x = 0$. Параметр a может не иметь экономического содержания. Интерпретировать можно лишь знак при параметре a . Если $a > 0$, то относительное изменение $V_y < V_x$.

Коэффициент регрессии b показывает, на какую величину в среднем различаются значения результативного признака y при различии фактора x на единицу его измерения. Но b - величина именованная, ее численное значение зависит от единиц измерения признаков. Поэтому по значению b нельзя судить

о большей или меньшей тесноте связи. Теснота парной линейной корреляционной связи может быть измерена корреляционным отношением – r . При использовании линейной регрессии в качестве такого показателя выступает линейный коэффициент корреляции – r_{xy} . Этот показатель представляет собой стандартизованный коэффициент регрессии, т.е. коэффициент, выраженный не в абсолютных единицах измерения признаков, а в долях среднего квадратического отклонения фактического и результативного признака:

$$r_{xy} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\bar{y}x - \bar{y} * \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Коэффициент корреляции был предложен английским статистиком Карлом Пирсоном (1857-1936).

Коэффициент парной корреляции показывает, на какую часть своего СКО изменяется в среднем результативный признак y при изменении факторного признака x от его среднего значения на величину своего СКО.

В отличие от коэффициента регрессии b коэффициент корреляции не зависит от принятых единиц измерения, а стало быть, он сравним для любых признаков.

Линейный коэффициент корреляции находится в границах $-1 \leq r_{xy} \leq 1$.

Если коэффициент регрессии $b > 0$, то $0 \leq r_{xy} \leq 1$, и, наоборот, при $b < 0$, то $-1 \leq r_{xy} \leq 0$.

Если коэффициент корреляции равен 0, то это означает полное отсутствие связи. Чем ближе коэффициент корреляции к 1, тем теснее связь между изучаемыми признаками. Если коэффициент корреляции равен 1, то это максимально тесная связь, т.е. зависимость функциональная. Отрицательное значение коэффициента корреляции свидетельствует об обратной зависимости между фактором и результатом. Для характеристики силы связи используют шкалу Чеддока.

Таблица 3.1 Шкала Чеддока

Теснота связи	Значение коэффициента корреляции при наличии:	
	прямой связи	обратной связи
Слабая	0,1 – 0,3	(-0,1) – (-0,3)
Умеренная	0,3 – 0,5	(-0,3) – (-0,5)
Заметная	0,5 – 0,7	(-0,5) – (-0,7)
Высокая	0,7 – 0,9	(-0,7) – (-0,9)
Весьма высокая	0,9 – 0,99	(-0,9) – (-0,99)

Квадрат коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации, он характеризует долю дисперсии результативного признака y , объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака.

$$r_{yx}^2 = \frac{\sigma_y^2 \text{объясн.}}{\sigma_y^2 \text{общая}}$$

Соответственно величина $1 - r^2$ характеризует долю дисперсии y , вызванную влиянием остальных, не учтенных в модели факторов. Величина

коэффициента детерминации служит одним из критериев оценки качества линейной модели.

После того как найдено уравнение линейной регрессии проводится оценка значимости как уравнения в целом, так и отдельных его параметров.

Оценка значимости уравнения регрессии в целом дается с помощью F-критерия Фишера. При этом выдвигается нулевая гипотеза, что коэффициент регрессии $\beta = 0$, и следовательно, фактор x не оказывает влияния на результат y .

Расчету F-критерия предшествует анализ дисперсии. Центральное место занимает разложение общей дисперсии результативного признака y от среднего значения \bar{y} , на две части – объясненную и необъясненную.

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (\tilde{y}_x - \bar{y})^2 + \sum (y - \tilde{y}_x)^2$$

Общая сумма квадратических отклонений	=	Сумма квадратических отклонений объясненной регрессией	+	Остаточная сумма квадратического отклонения
---------------------------------------------	---	--------------------------------------------------------------	---	---------------------------------------------------

Число степеней свободы

$$n - 1 = 1 + (n - 2)$$

Разделив каждую сумму квадратов на соответствующее ей число степеней свободы, получим средний квадрат отклонений.

$$D_{\text{общ}} = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - 1};$$

$$D_{\text{факт}} = \frac{\sum (\tilde{y}_x - \bar{y})^2}{1};$$

$$D_{\text{ост}} = \frac{\sum (y - \tilde{y}_x)^2}{n - 2}.$$

Определение дисперсии на одну степень свободы приводит их к сопоставимому виду. Сопоставляя факторную и остаточную дисперсии в расчете на одну степень свободы, получим F-критерий:

$$F = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{ост}}}, \text{ для проверки нулевой гипотезы:}$$

$$H_0: D_{\text{факт}} = D_{\text{ост}}.$$

Английским статистиком Снедекором разработаны таблицы критических значений F отношений при разных уровнях существенности $\alpha = 0,05$ нулевой гипотезы и различном числе степеней свободы.

Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$ H_0 отклоняется.

Величина F-критерия связана с коэффициентом детерминации:

$$F = \frac{r^2}{1 - r^2} (n - 2).$$

Оценка параметров a и b . Стандартная ошибка коэффициента регрессии определяется по формуле:

$$m_e = \sqrt{\frac{(y - \tilde{y}_x) : (n-2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{D_{осм}}{\sum (x - \bar{x})^2}}$$

Определяется фактическое значение t -критерия Стьюдента: $t_e = \frac{e}{m_e}$, который затем сравнивается с $t_{табл}$ при определенном уровне значимости α и числе степеней свободы $(n - 2)$.

Этот же результат $t_e = \sqrt{F}$.

Доверительный интервал для коэффициента регрессии $b \pm t_{m_e}$.

Стандартная ошибка параметра a по формуле:

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y}_x)^2}{n-2} * \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{D_{осм}} * \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}; \quad t_a = \frac{a}{m_a}.$$

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе величины ошибки коэффициента корреляции:

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}.$$

Фактическое значение t -критерия Стьюдента определяется так:

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{1 - r^2}} * \sqrt{n - 2}$$

Данная формула свидетельствует, что в парной линейной регрессии $t_r^2 = F$.

Если коэффициент корреляции близок к единице, то распределение его оценок отличается от нормального или распределения Стьюдента, так как он ограничен величиной 1.

Показателем силы влияния фактора на результат является коэффициент эластичности: $\mathcal{E} = f'(x) \cdot \frac{x}{y}$

Средний коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат Y от своей средней величины при изменении фактора X на 1 % от своего среднего значения. Для прямолинейной зависимости коэффициент эластичности рассчитывается по формуле: $\mathcal{E} = (a + bx) \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$

Чтобы оценить качество модели в целом, можно определить среднюю ошибку аппроксимации:

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - \tilde{y}_x}{y} \right| * 100\%$$

Модель считается подобранной достаточно хорошо, если средняя ошибка аппроксимации не превышает 8-10%.

Примеры решения задач

Рассмотрим методику проведения корреляционно-регрессионного анализа (КРА) на примере изучения зависимости между уровнем производительности труда работников пищевой промышленности и их средней заработной платы.

Таблица 3.2 Исходные данные

Номер предприятия	Средняя заработная плата (x), руб.	Производительность труда (y), тыс.руб.
1	5980	234
2	4990	216
3	5560	233
4	7905	310
5	6784	296
6	4596	217
7	8900	343
8	7240	300
9	5630	250

В ППП Excel ввести таблицу с исходными данными. Выбрать пункт меню «Сервис» / «Анализ данных» / выбрать «Корреляция». Полученный результат в виде матрицы коэффициентов парной корреляции представлен в таблице 3.3.

Таблица 3.3 Матрица коэффициентов парной корреляции

	Средняя зарплата, руб.	Производительность труда, руб.
Средняя зарплата, руб.	1	
Производительность труда, руб.	0,972177	1

Согласно значению коэффициента парной корреляции равному $r=0,972$, связь между уровнем заработной платы и производительностью труда прямая, очень сильная.

Следующим этапом проведения КРА будет проведение регрессионного анализа. В меню «Сервис» / «Анализ данных» / выбрать «Регрессия». В данном диалоговом окне указать диапазон результативного показателя (y) и факторного показателя (x), отметить значком «v» строки «вывод остатков» и «график остатков».

Таблица 3.4 Регрессионная статистика

Множественный R	0,972
R-квадрат	0,945
Нормированный R-квадрат	0,937
Стандартная ошибка	11,60
Наблюдения	9

Согласно коэффициенту множественной корреляции $R=0,972$ связь между производительностью труда и уровнем заработной платы сильная. Коэффициент детерминации $r^2=0,945$ показывает, что 94,5 % изменения производительности труда обусловлено вариацией уровня заработной платы. На остальные 5,5 % производительность труда зависит от других факторов, не включенных в модель. Нормированный коэффициент детерминации был скорректирован на число степеней свободы.

Оценка значимости уравнения регрессии производится по F- критерию Фишера ($F_{\text{факт}}=120,568$). Приведенному в таблице 3.5. Если $F_{\text{факт}}$ больше $F_{\text{табл}}$ ($\alpha=0,05$, $k_1=m=1, k_2=n-m-1=7$, $F_{\text{табл}} = 4,1$), то уравнение является статистически значимым, если $F_{\text{факт}}$ меньше $F_{\text{табл}}$, то не значимым.

Таблица 3.5 Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	16245,06	16245,06	120,568	1,15E-05
Остаток	7	943,1644	134,7378		
Итого	8	17188,22			

По данным другого КРА представленного в таблице 3.6 линейное уравнение регрессии производительности труда имеет вид $y = 63,22 + 0,032x$

Таблица 3.6 Регрессионная статистика

	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
У-пересечение	63,221	18,917	3,341871	0,012388	18,48	107,95
Заработная плата, руб.	0,0317	0,0028	10,98034	1,15E-05	0,02	0,03

Коэффициент регрессии $b=0,032$ показывает, что увеличение заработной платы работников предприятий на 1 рубль от своего среднего значения по группе предприятий повлечет увеличение производительности труда на 0,032 тыс.руб. иными словами прирост заработной платы в 1 рубль повысит производство продукции на одного человека на 57 рублей.

Проверка значимости параметров уравнения регрессии проводится на основе t-критерия Стьюдента (t - статистика). Так если $t_{\text{факт}}$ больше $t_{\text{табл}}$, то параметр уравнения является статистически значимым, в противном случае – не значимым. В нашем случае $t_{\text{табл}} = 2,1$ (для $\alpha=0,05$, $df=n-m-1=7$). Для параметра a $t_a = 3,34$, для параметра b $t_b=10,98$, они оба больше $t_{\text{табл}}$, следовательно оба параметра значимы.

В таблице 3.7 приведены отклонения фактических данных

результативного показателя от предсказанных, согласно уравнению прямой $y = 63,22 + 0,032x$, после подстановки в него фактических значений x .

Таблица 3.7 Остатки

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное</i>	
	<i>Y</i>	<i>Остатки</i>
1	253,2612334	-19,26123344
2	221,79977	-5,799769955
3	239,9139459	-6,913945902
4	314,4363013	-4,436301334
5	278,8117553	17,1882447
6	209,2787431	7,721256927
7	346,0566611	-3,056661101
8	293,3030961	6,696903938
9	242,1384938	7,861506174

Если с точки зрения целесообразности лучшим для результативного показателя является его повышение, то о резервах роста будут свидетельствовать отрицательные остатки по каждому отдельному предприятию, если уменьшение то положительным. В нашем случае резервы увеличения производительности труда за счет повышения уровня заработной платы имеют следующие номера предприятий: №1, №2, №3, №4, №7.

3.3 Задания для самостоятельной работы:

3.1 По приведенным данным Росстата в целом по РФ с помощью эмпирического корреляционного отношения и линейного коэффициента корреляции определите степень зависимости урожайности сельскохозяйственных культур от количества внесенных минеральных удобрений:

Культура	Внесено минеральных удобрений, кг/га	Урожайность, ц/га
Сахарная свекла	273	292,0
Зерновые	36	19,8
Картофель	243	129
Овощи и бахчевые	137	184
Лен-долгунец	44	7,2
Подсолнечник	19	11,3

3.2 По исходным данным задания 3.1:

а) постройте поле корреляции;

б) составьте уравнение линейной функции, выражающей связь между урожайностью сельскохозяйственных культур от количества внесенных минеральных удобрений.

3.3 По исходным данным задания 8.1 определите степень тесноты связи между этими показателями с помощью ранговых коэффициентов связи Спирмена и Кендалла.

3.4 Рассчитайте коэффициенты ассоциации и контингенции по данным распределения работников фирмы по полу и содержанию работы:

Пол	Содержание работы	
	интересная	неинтересная
Мужской	250	110
Женский	80	140
Итого	330	250

3.5 По приведенным ниже условным данным оцените зависимость между уровнем образования работников фирмы и уровнем оплаты их труда.

Группы сотрудников фирмы по уровню образования	Численность сотрудников – всего, чел.	из них	
		Не довольны уровнем оплаты труда	довольны уровнем оплаты труда
Не имеют высшего образования	150	110	40
Имеют высшее образование	850	140	710

3.6 Имеются данные Росстата о среднегодовой численности работников и объеме отгруженных товаров в отдельных видах экономической деятельности РФ.

Вид деятельности	Среднегодовая численность работников, тыс. чел.	Объем отгруженных товаров, млрд. руб.
Добыча полезных ископаемых	965	4 473
Производство кокса и нефтепродуктов	133	1 426
Химическое производство	525	883
Металлургическое производство	1 162	2 956
Производство транспортных средств и оборудования	1 146	1 318
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	1 829	2 133

1. Составьте уравнение линейной функции, выражающей зависимость объема отгруженных товаров от среднегодовой численности работников.

2. Определите степень тесноты связи между этими показателями с помощью эмпирического корреляционного отношения, линейного коэффициента корреляции, ранговых коэффициентов связи.

3.7 Приводятся данные Росстата по федеральным округам РФ (млрд. руб.):

Федеральный округ	Среднегодовая численность занятых в экономике,	Валовой Региональный Продукт	Основные фонды в экономике	Объем отгруженных продукции собственного	Сальдированный финансовый результат (прибыль минус
Центральный	18,5	7848,7	13199,9	5157,0	2815,0
Северо-Западный	6,8	2168,4	4976,1	2270,4	526,7
Южный	8,9	1 611,1	4 140,6	1 196,6	196,6
Приволжский	14,6	3 519,0	8 456,5	3 636,7	712,6
Уральский	6,1	3 772,7	9 209,0	3 938,2	779,9
Сибирский	8,9	2 390,6	5 021,5	2 133,8	464,9
Дальневосточный	3,3	981,0	2 485,9	655,8	99,4

С помощью линейного коэффициента корреляции и ранговых коэффициентов связи определите степень зависимости:

а) Валового Регионального Продукта от среднегодовой численности занятых в экономике;

б) Валового Регионального Продукта от стоимости основных фондов в экономике;

в) объема отгруженной продукции собственного производства от среднегодовой численности занятых в экономике;

г) сальдированного финансового результата (прибыль минус убыток) от объема отгруженной продукции собственного производства.

3.8 По исходным данным задания 8.7 с помощью множественного коэффициента корреляции и коэффициента конкордации определите степень зависимости:

а) Валового Регионального Продукта от среднегодовой численности занятых в экономике и стоимости основных фондов в экономике;

б) сальдированного финансового результата (прибыль минус убыток) от среднегодовой численности занятых в экономике и стоимости основных фондов в экономике.

3.9 Приводится распределение сотрудников одного из акционерных обществ по уровню образования и категориям сотрудников.

Уровень образования	Категории работников			
	руководители	специалисты	служащие	рабочие
Высшее	20	32	45	–
Незаконченное высшее	2	9	28	16
Среднее специальное	–	46	40	28
Среднее общее	–	1	5	26

Рассчитайте коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова. Напишите выводы.

3.10 Установите направление и характер связи между прожиточным минимумом и средним душевым доходом населения по районам Ростовской области за 2002 г.

№ района	Средний душевой денежный доход, руб.	Прожиточный минимум на душу населения
1	935	502
2	964	609
3	1102	634
4	1104	668
5	1072	721
6	1155	734
7	1250	712
8	1359	684
9	1267	671
10	1324	682
11	1348	700
12	1749	709

3.11 Зависимость между объемом произведенной продукции и балансовой прибылью по 10 крупнейшим компаниям РФ за 2002 г. характеризуется следующими данными:

№ предприятия	Объем реализованной продукции в 2002 г., млрд.руб.	Балансовая прибыль в 2002 г., млрд. руб.
1	355	45,2
2	369,4	92,5
3	378,8	49
4	385,1	104,1
5	410,4	70,9

6	415	73
7	420	44
8	500,8	54,6
9	555	240
10	510,1	40

Определите вид корреляционной зависимости, постройте уравнение регрессии, рассчитайте параметры уравнения, вычислите тесноту связи. Объясните полученные статистические характеристики.

3.4 Тестовые вопросы

3.1 Кто ввел термин парная регрессия?

- а) Френсис Гальтон
- б) Тинберген
- в) Клейн

3.2 Как выглядит простая регрессия?

- а) $y = f(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$
- б) $y = f(x)$
- в) $y = f(x) / f(y)$

3.3 Какие факторы выбираются в первую очередь в экономических исследованиях?

- а) проверенные
- б) существенные
- в) существующие

3.4 Какие методы вам известны при выборе вида функции?

- а) графический метод
- б) аналитический метод
- в) экспериментальный

3.5 Как называется параметр – b?

- а) коэффициент регрессии
- б) коэффициент детерминации
- в) не имеет экономического смысла

3.6 Какие виды уравнения регрессии вам известны?

- а) одиночная
- б) простая
- в) множественная

3.7 С чего могут начинаться экономические исследования?

- а) со спецификации модели
- б) с изучения данных
- в) с обследования ситуации

3.8 Какой метод используется наиболее часто в линейной регрессии?

- а) метод наименьших квадратов
- б) метод средних
- в) метод исключений

3.9 Что зависит от правильного выбранной спецификации модели?

- а) величина случайных ошибок
- б) дальнейшие показатели модели
- в) значимость модели

3.10 В каком из ниже представленных случаев связь прямая?

- а) -0,3 б) 0,1 в) 1

3.11 Что предшествует расчету F- критерия Фишера?

- а) анализ дисперсии
- б) анализ тесноты связи
- в) анализ коэффициента детерминации

3.12 Суть метода наименьших квадратов:

- а) $\min \sum (Y_i - \tilde{Y}_x)^2 \rightarrow \max$
- б) $\min \sum (Y_i - \tilde{Y}_x)^2 \rightarrow 0$
- в) $\min \sum (Y_i - \tilde{Y}_x)^2 \rightarrow \min$

3.13 Во сколько раз число наблюдений (n) должно превышать количество факторов?

- а) в 2 раза б) в 10 раз в) в 6-7 раз

3.14 В каком случае парная регрессия достаточна?

- а) если модель статистически значима
- б) если имеется один главный фактор
- в) если модель надежна

3.15 Что может свести все наши измерения в модели на нет?

- а) ошибки совокупности
- б) ошибки измерения
- в) ошибки в случайных величинах

3.16 Что характеризует в уравнении регрессии, если параметр $b = 0$?

- а) связь минимальна
- б) связь отсутствует
- в) связь максимальна

3.17 В каком из ниже представленных случаев связь обратная?

- а) 0,1 б) 0,3 в) -0,3

3.18 Что производится в первую очередь после того, как найдено уравнение регрессии?

- а) оценка значимости уравнения регрессии
- б) оценка тесноты связи
- в) оценка коэффициента детерминации

3.19 В каком из ниже представленных случаев связь сильная?

- а) $r = 0.8$ б) $r = 0.6$ в) $r = 0.03$

3.20 Кто предложил использовать линейный коэффициент корреляции?

- а) Карл Пирсон б) Гальтон в) Тейлор

3.21 По какому из ниже представленных параметров мы не можем судить о тесноте связи?

- а) b б) r в) $r^2 * 100 \%$

Глава 4 «Методы изучения динамики социально-экономических явлений»

Цель занятия: освоить расчет аналитических и средних показателей ряда динамики, методы выявления тенденции в динамическом ряду.

4.1 Методические указания

Ряд значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке и характеризующих развитие явления во времени, называется **рядом динамики**.

Динамический ряд всегда состоит из двух элементов: моментов или временных периодов (t), по отношению к которым приводятся статистические данные, и значений статистического показателя, характеризующих размер рассматриваемого явления в соответствующие моменты или периоды времени, называемые в статистике уровнями динамического ряда (y).

Первая цифра ряда динамики называется начальным уровнем - Y_1 , последняя — конечным — Y_n

Важнейшим условием правильного построения рядов динамики является сопоставимость уровней. Для ее достижения необходимо следующее:

1. Все уровни — показатели, составляющие ряд динамики, должны быть рассчитаны по единой методике и записаны в одинаковых единицах измерения,
2. Уровни ряда должны относиться к одинаковой территории и кругу охватываемых данных.

При анализе динамического ряда рассчитываются следующие показатели:

- средний уровень динамического ряда;
- абсолютные приросты: цепные и базисные, средний абсолютный прирост;
- темпы роста: цепные и базисные, средний темп роста;
- темпы прироста: цепные и базисные, средний темп прироста;
- абсолютное значение одного процента прироста.

Конкретное числовое значение статистического показателя, относящееся к моменту или периоду времени, называется уровнем ряда динамики и обозначается через y_i (где i — показатель времени).

Методика расчета среднего уровня зависит от вида динамического ряда, а именно: является ли он моментным или интервальным, с равными или неравными временными промежутками между соседними датами.

Если дан интервальный ряд динамики абсолютных или средних величин с равными периодами времени, то для расчета среднего уровня применяется формула средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

где $y_1, y_2, y_3 \dots y_n$ — уровни динамического ряда;

n — число уровней ряда.

Если временные промежутки интервального динамического ряда неравны, то значение среднего уровня находят по формуле средней арифметической взвешенной, в которой в качестве весов используют длину временных периодов, соответствующих уровням ряда динамики (t_i):

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

Пример 1. По данным, представленным в таблице, определим среднемесячный размер страхового возмещения, выплаченного страховой компанией, в расчете на один пострадавший объект:

месяц	январь	февраль	март	2квартал	3квартал	4квартал
Средний размер выплаченного страхового возмещения, тыс.руб.	81	79	110	132	125	160

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i} = \frac{81 \cdot 1 + 79 \cdot 1 + 110 \cdot 1 + 132 \cdot 3 + 125 \cdot 3 + 160 \cdot 3}{1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3} = 126,75 \text{ тыс.руб.}$$

В моментных рядах динамики с одинаковыми временными промежутками между датами средний уровень ряда рассчитывается по формуле средней хронологической простой:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1}$$

где y_n — значения показателя на конец рассматриваемого периода.

Пример 2. По приведенным ниже данным о размере денежных средств на счете вкладчика на начало каждого месяца определим средний размер вклада в I квартале 2006 г.:

Дата	01.01.06	01.02.06	01.03.06	01.04.06
Остаток денежных средств, руб.	112 000	128 900	150 000	148 500

Средний уровень моментного ряда динамики равен:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \frac{1}{2} y_4}{n-1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 112000 + 128900 + 150000 + \frac{1}{2} \cdot 148500}{4-1} = 136383,3$$

Хотя I квартал включает три месяца (январь, февраль, март) в расчете должны быть использованы четыре уровня ряда (включая данные на 1 апреля). Это легко доказать. Действительно, если исключить средние уровни по месяцам, то

получим:

$$\text{В январе } \bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\text{В феврале } \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3}{2}$$

$$\text{В марте } \bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4}{2}$$

Рассчитанные средние образуют интервальный ряд динамики с равными временными промежутками, в котором средний уровень исчисляется, как мы видели выше, по формуле средней арифметической простой.

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3}{3} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \frac{y_3 + y_4}{2}}{3} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \frac{1}{2}y_4}{3} \text{ А}$$

налогично, если требуется рассчитать средний уровень моментного ряда динамики с равными интервалами между датами за первое полугодие, то в качестве последнего уровня в формуле средней хронологической простой следует взять данные на 1 июля, а если за год — данные на 1 января следующего года.

В моментных рядах динамики с неравными промежутками между датами для определения среднего уровня применяется формула средней хронологической взвешенной

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot t_1 + (y_2 + y_3) \cdot t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n) \cdot t_n}{2 \cdot \sum t_i}$$

где t_i — длина временного периода между двумя соседними датами.

Пример 3. По данным о запасах товаров на начало месяца определим средний размер товарных запасов в 2006 г.

Дата	01.01.14	01.02.14	01.03.14	01.07.14	01.09.14	01.12.14	01.01.15
Запасы товаров, тыс. руб.	1 300	1 400	1 500	1 300	1 100	1005	900

Средний уровень ряда равен:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2) \cdot t_1 + (y_2 + y_3) \cdot t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n) \cdot t_n}{2 \cdot \sum t_i}$$

$$\bar{y} = \frac{(1300 + 1400) \cdot 1 + (1400 + 1500) \cdot 1 + (1500 + 1300) \cdot 4 + (1300 + 1100) \cdot 2 + (1100 + 1005) \cdot 3 + (1005 + 900) \cdot 1}{2 \cdot 12} =$$

$$= 1242,5 \text{ тыс. руб.}$$

Если имеется полная информация о значениях моментного статистического показателя на каждую дату, то среднее значение этого показателя за весь период исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

В заключение отметим, что расчет среднего уровня ряда теряет свой аналитический смысл в случаях большой изменчивости показателя внутри ряда, а также при резкой смене направления развития явления.

Абсолютные приросты рассчитываются как разность между двумя значениями соседних уровней динамического ряда (цепные приросты) или как разность между значениями текущего уровня и уровня, принятого за базу сравнения (базисные приросты). Показатели абсолютного прироста имеют те же единицы измерения, что и уровни динамического ряда. Они показывают, на сколько единиц изменился показатель при переходе от одного момента или периода времени к другому.

Коэффициент роста представляет собой соотношение двух уровней динамического ряда, выраженное в виде простого кратного отношения. Он показывает, во сколько раз изменилось значение показателя в одном периоде (момента) времени по сравнению с другим. Темп роста — это коэффициент роста, выраженный в процентах. Он показывает, сколько процентов составляет значение показателя в данном периоде, если уровень, с которым проводится сравнение, принять за

Для того чтобы определить, на сколько процентов текущий уровень показателя больше или меньше значения предшествующего или базисного уровня, рассчитываются темпы прироста. 100%.

Абсолютное значение 1% прироста определяется как отношение значения абсолютного прироста показателя к его темпу прироста в i -й момент времени.

Таблица 4,1 Способы расчета показателей ряда динамики

Показатели	Способы расчета	
	базисный	цепной
Абсолютный прирост, ц	$\Delta_{\delta} = Y_i - Y_1$	$\Delta_u = Y_i - Y_{i-1}$
Средний абсолютный прирост, ц	$\bar{\Delta}_{\delta} = \frac{Y_n - Y_1}{n - 1}$	$\bar{\Delta}_u = \frac{\sum \Delta_u}{n - 1}$
Темп роста, %	$T_{\delta} = \frac{Y_i}{Y_1} \cdot 100$	$T_u = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100$
Средний темп роста, %	$\bar{T}_{\delta} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} \cdot 100$	$\bar{T}_u = \sqrt[n-1]{K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_m}$
Темп прироста, %	$T_{np\delta} = T_{p\delta} - 100$	$T_{npu} = T_u - 100\%$
Средний темп прироста, %	$\bar{T}_{np\delta} = \bar{T}_{p\delta} - 100\%$	$\bar{T}_{npu} = \bar{T}_u - 100\%$
Абсолютное содержание 1% прироста, ц	-	$1\% Pr = \frac{\Delta u}{T_{npu}}$ $1\% Pr = \frac{Y_{i-1}}{100}$

где, U_1 – начальный уровень ряда динамики,
 U_n – конечный уровень ряда динамики,
 n - число лет.

Выявление и описание основной тенденции (тренда) динамического ряда осуществляется следующими методами:

- укрупнение интервалов динамического ряда;
- метод скользящей средней;
- по среднему годовому абсолютному приросту;
- метод аналитического выравнивания.

Метод укрупнения интервалов. Ряд динамики разделяют на некоторое достаточно большое число равных интервалов (например - 3, 5, 7 лет). Если средние уровни по интервалам не позволяют увидеть тенденцию развития явления, переходят к расчету уровней за большие промежутки времени, увеличивая длину каждого интервала (одновременно уменьшая количество интервалов).

Метод скользящей средней. В этом случае исходные уровни ряда заменяются средними величинами, которые получают из данного уровня и нескольких симметрично его окружающих. Целое число уровней, по которым рассчитывают среднее значение, называют интервалом сглаживания. Интервал может быть нечетным (3,5,7 и т.д. точек) или четным (2,4,6 и т.д. точек).

Метод аналитического выравнивания. Под этим понимают определение основной проявляющейся во времени тенденции развития изучаемого явления. Аналитическое выравнивание осуществляется с применением метода наименьших квадратов. В основе которого лежит минимизация суммы квадратов отклонений фактических уровней от выровненных значений, исчисленных по определенной функции. Например, прямой.

4.2 Примеры решения задач

Задание 1. Рассчитать показатели рядов динамики по урожайности зерновых культур, если урожайность в 2003 г. – 18,4; 2004 г. – 17,9; 2005 г. – 19,1; 2006 – 16,3; 2007 – 23,45; 2008 – 16,21 ц с 1 га. Результаты приведем в таблице:

годы	Ур-ть Ц с 1 га	Абсол. прирост		Темп роста		Темп прироста		Абсол. сод-е 1% прироста
		базис.	цепной	базис.	цепной	базис.	цепной	
2003	18,4	-	-	-	-	-	-	-
2004	17,9	-0,5	-0,5	97,28	97,28	-2,72	-2,72	0,184
2005	19,1	0,7	1,2	103,80	106,70	3,80	6,70	0,179
2006	16,3	-2,1	-2,8	88,58	85,34	-11,42	-14,66	0,191
2007	23,45	5,05	7,15	127,44	143,86	27,44	43,86	16,3
2008	16,21	-2,19	-7,24	88,09	69,12	-11,91	-30,88	0,2345
Ср.	18,56	-0,43	-0,43	97,44	97,44	-2,56	-2,56	-

Задание 2. Провести механическое выравнивание динамического ряда методом укрупнения интервалов и методом скользящей средней.

Месяц	Поставка товаров, млн руб.
Январь	80
Февраль	78
Март	75
Апрель	80
Май	82
Июнь	85
Июль	87
Август	82
Сентябрь	85
Октябрь	84
Ноябрь	88
Декабрь	86

Метод укрупнения интервалов

Применим метода укрупнения интервалов к имеющимся данным.

Как видим, визуальный анализ данных не позволяет сделать какие-либо выводы о наличии тенденции в данном динамическом ряду: и отдельные месяцы, например, в феврале, марте, августе, октябре и декабре, поставки товаров снижались по сравнению с предыдущими месяцами, в остальные периоды — возрастали.

Применим к исходным данным метод укрупнения интервалов, образовав новый динамический ряд с более крупными временными периодами — кварталами, и рассчитаем средний месячный объем поставок в каждом квартале.

Таблица 4.3 Метод укрупнения интервалов

Месяц	Поставка товаров, млн руб.	Метод укрупнения интервалов		
		периоды	всего	в среднем
Январь	80	январь - март	233	77,7
Февраль	78			
Март	75			
Апрель	80	апрель-июнь	247	82,3
Май	82			
Июнь	85			
Июль	87	июль-сентябрь	254	84,7
Август	82			
Сентябрь	85			
Октябрь	84	октябрь-декабрь	258	86
Ноябрь	88			
Декабрь	86			

Итак, по новым, более крупным интервалам уже четко видно, что значения исследуемого признака во временном аспекте имеют тенденцию к возрастанию.

Метод скользящей средней

Следующий способ выявления тенденции в динамическом ряду основан на расчете и анализе так называемых скользящих средних.

Скользящими средними называются средние арифметические значения показателя, исчисленные по новым m -членным укрупненным интервалам. Правила построения этих интервалов следующие. Первый из интервалов включает первые m уровней ряда динамики, второй интервал образуется путем исключения первого члена укрупненного интервала и замены его последующим элементом ряда динамики, имеющим номер $(m + 1)$ и т.д. - до включения в интервал последнего уровня ряда. По вычисленным подобным путем скользящим средним делают вывод о существовании тенденции в динамическом ряду.

Если в качестве укрупненного интервала используют период в три месяца, то первая подвижная трехчленная средняя вычисляем: и как средняя арифметическая из данных за январь, февраль и март, в то мая — как средняя арифметическая из данных за февраль, март, апрель и т.д. Значения скользящих средних относят к конкретному временному периоду, соответствующему середине укрупненного интервала.

Проведем сглаживание ряда методом скользящей средней по трем членам (табл. 4.4).

Таблица 4.4 Метод скользящей средней

Исходные данные		Расчетные данные	
Месяц	Поставка товаров, млн руб.	Скользящая сумма трех членов	Средняя скользящая
Январь	80	-	
Февраль	78	$80+78+75=233$	$233/3=77,7$
Март	75	$78+75+80=233$	$233/3=77,7$
Апрель	80	$75+80+82=237$	$237/3=79,0$
Май	82		
Июнь	85		
Июль	87		
Август	82		
Сентябрь	85		
Октябрь	84		
Ноябрь	88	$84+88+86=258$	$258/3=86,0$
Декабрь	86	-	

В нашем примере первая скользящая средняя относится к февралю, вторая — к марту и т.д.

4.3 Задания для самостоятельной работы:

4.1 Приводятся данные Центрального Банка России об объеме вкладов (депозитов) физических лиц в рублях и иностранной валюте в кредитных организациях г. Москвы (млрд. руб.): на 1 января 2010 г. – 2791,8; на 1 июля 2010 г. – 3084,1; на 1 октября 2010 г. – 3257,1; на 1 января 2011 г. – 3461,3.

Определите вид ряда динамики и рассчитайте средний объем банковских вкладов физических лиц в рублях и иностранной валюте, привлеченных кредитными организациями г. Москвы в 2010 г.

3.2 Приводятся данные ЦБ России об объеме валютных резервов страны в 2010 г. (млрд. руб.):

- на 1 января 2010 г. – 416,7;
- на 1 февраля 2010 г. – 413,5;
- на 1 марта 2010 г. – 413,3;
- на 1 апреля 2010 г. – 423,3;
- на 1 мая 2010 г. – 435,6;
- на 1 июня 2010 г. – 429,0;
- на 1 июля 2010 г. – 432,0;
- на 1 августа 2010 г. – 448,0;
- на 1 сентября 2010 г. – 447,1;
- на 1 октября 2010 г. – 458,3;
- на 1 ноября 2010 г. – 463,8;
- на 1 декабря 2010 г. – 448,8;
- на 1 января 2011 г. – 443,6.

Определите вид ряда динамики и рассчитайте среднюю величину валютных резервов РФ в 2010 г., если приводятся данные только:

- а) на начало и конец года;
- б) на начало каждого месяца;
- в) на начало каждого квартала;
- г) на 1.01.2010 г.; на 1.06.2010 г.; на 1.11.2010 г.; на 1.01.2011 г.

4.3 В течение 2010 г. число клиентов туристической фирмы города составляло (чел.): январь – март – 1340; апрель – июнь – 1396; июль – август – 2940; сентябрь – 1840; октябрь – декабрь – 920.

Определите вид ряда динамики и среднегодовую численность клиентов туристической фирмы в 2010 г.

4.4 Приводятся данные Росстата по отдельным социально-экономическим показателям:

Показатели	2007г.	2008г.	2009г.	2010г.
Валовой Внутренний Продукт (ВВП), млрд. руб.	33 258	41 277	38 809	45 166
Среднегодовая численность занятых в экономике, млн. чел.	68,0	68,5	67,0	69,6
Внешнеторговый оборот, млрд. долл. США	577,9	763,5	495,8	648,4

Рассчитайте для каждого социально-экономического показателя:

- базисные и цепные показатели динамики;
- средние показатели динамики за изучаемый период времени.

4.5 По данным Росстата о размере среднедушевых денежных доходов населения в отдельных регионах РФ:

- определите по каждому региону базисные, цепные и средние показатели динамики;
- вычислите коэффициенты опережения (замедления);
- напишите выводы.

Год	Среднедушевые денежные доходы населения (руб./ месяц) в регионах страны			
	г. Москва	г. Санкт-Петербург	Республика Калмыкия	Тюменская область
2001	10 282	3 426	1 545	7 109
2002	12 461	4 514	1 763	8 559
2003	16 827	6 851	2 100	10 556
2004	20 899	9 176	2 312	12 191
2005	24 958	12 556	2 425	14 873
2006	29 803	14 148	3 521	18 622
2007	35 490	16 876	4 466	22 519
2008	36 185	17 506	5 663	27 385
2009	44 487	21 332	6 977	27 680
2010	41 107	26 726	8 034	26 133

4.6 По приведенным ниже данным Мосгорстата о численности населения г. Москвы на начало года (тыс. чел.) определите неизвестные показатели таблицы. Сделайте выводы.

Годы	Численность населения, тыс. чел.	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, тыс. чел.	коэффициент роста	темпы прироста, %
2005	10407			
2006	10425			
2007	10443			
2008	10470			
2009	10509			
2010	10563			

4.7 По исходным данным задания 4.5 по каждому региону произведите:

- сглаживание ряда динамики методами трехзвенной и пятизвенной скользящей средней;
- механическое выравнивание ряда динамики;
- аналитическое выравнивание ряда динамики по линейной функции;
- расчет перспективного размера среднедушевых денежных доходов

населения: г. Москвы – к 2015 г., г. Санкт-Петербурга – к 2016 г., Республики Калмыкия – в 2020 г., Тюменской области – в 2012 г.

4.8 В регионе в 2007 г. произошло укрупнение Агропромышленного холдинга за счет реорганизации фермерских хозяйств. По приведенным ниже данным произведите смыкание рядов динамики (цифры условные).

Производство продукции Агропромышленного холдинга, млн. руб.	Годы					
	2005	2006	2007	2008	2009	2010
по 15 хозяйствам	85	98	112			
по 17 хозяйствам			116	125	140	132

4.9 По приведенным ниже данным Росстата об экспорте страны (по методологии платежного баланса) вычислите неизвестные показатели таблицы:

Год	Экспорт РФ, млрд. долл. США	Цепные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млрд. долл. США	темп роста, %	темп прироста, %
2003	135,9			
2004	183,2	47,3		
2005	243,8		133,0786	
2006	303,6			24,528
2007	354,4	50,8		
2008	471,6			33,07
2009	304,0		64,461	
2010	400,0			

4.10 По приведенным ниже данным Росстата о валовом сборе картофеля в стране в хозяйствах всех категорий (млн. т) вычислите неизвестные показатели таблицы:

Год	Валовой сбор картофеля, млн. т	Базисные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млн. т	коэффициент роста	темп прироста, %
2004	27,9			
2005			1,007	
2006				1,434
2007		-0,7		
2008			1,032	
2009	31,1			

4.11 Экспорт РФ со странами дальнего зарубежья характеризуется следующими данными Росстата (млн. долл. США):

Год	Экспорт РФ со странами, млн. долл. США			
	Италия	Франция	Германия	Китай
2003	8 514	3 491	10 420	8 252
2004	12 086	4 424	13 302	10 105
2005	19 053	6 111	19 736	13 048
2006	25 090	7 675	24 498	15 758
2007	27 530	8 684	26 346	15 895
2008	41 999	12 201	33 164	21 142
2009	25 060	8 723	18 711	16 669

Для экспорта с каждой страной рассчитайте абсолютные и относительные базисные и цепные показатели динамики. Вычислите коэффициенты опережения (замедления). Сделайте выводы.

4.12 Используя исходные данные задания 4.11 для каждой страны произведите сглаживание ряда динамики методами:

- трехзвенной и пятизвенной скользящей средней;
- механическое выравнивание ряда динамики.

Составьте уравнение линейной функции, характеризующей основную тенденцию ряда динамики, и рассчитайте перспективный объем экспорта с каждой страной к 2015 г. и в 2020 г. Полученные данные изобразите графически.

4.13 Имеются следующие условные данные о количестве заключенных браков населением города в течение трех лет:

Месяц	годы		
	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Январь	350	355	353
Февраль	356	351	359
Март	362	362	361
Апрель	345	360	384
Май	311	324	318
Июнь	455	475	456
Июль	467	478	485
Август	484	470	495
Сентябрь	377	360	380
Октябрь	335	330	374
Ноябрь	329	321	342
Декабрь	329	323	337

Для выявления сезонных колебаний вычислите индексы сезонности и среднюю сезонную волну. С помощью спиральной диаграммы изобразите вычисленные показатели графически.

4.14 Имеются следующие данные о вкладах населения:

2005г.												2006г.
Янв.	Фев.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сен.	Окт.	Нояб.	Дек.	Янв.
3676	3780	3938	4086	4266	4397	4524	4644	4712	4820	4555	5340	5300

Определите средний размер вклада по кварталам, по полугодиям, за год.

4.15 Определите вид ряда динамики, характеризующих изменение следующих статистических показателей:

- А) численности населения (по состоянию на начало каждого года);
- Б) численности крестьянских (фермерских) хозяйств (по состоянию на начало каждого года);
- В) вкладов населения в учреждения Сбербанка РФ (на конец каждого года);
- Г) числа родившихся по годам;
- Д) денежных доходов и расходов населения по годам;
- Е) индекса потребительских цен на товары и услуги населению (по месяцам за ряд лет);
- Ж) распределения розничного товарооборота по всем каналам реализации по формам собственности по годам;
- З) среднемесячной заработной платы работников по отраслям экономики по годам;
- И) удельного веса новой товарной продукции машиностроения в общем объеме продукции по годам.

4.16 По Великобритании имеются следующие данные о размере заработной платы в среднем за час (в фунтах):

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
8,6	9,0	9,4	9,7	10,2	10,5

Требуется определить все показатели динамики и их средние значения. Результаты представить в виде таблицы.

4.17 Данные о динамике объема продукции по сравнению с предыдущим годом представлены в таблице:

Год	Произведено, тыс.ед.	Абсолютный прирост, тыс. ед.	Темп роста, %	Темп прироста, %	Абсолютное значение 1% прироста
2000	40	х	х	х	х
2001		6			
2002			105		
2003				3,5	
2004					
2005			107		0,6

Заполнить таблицу и на ее основе рассчитать базисные показатели динамики, а так же средние показатели за период.

4.18 Имеются данные об инвестициях в основной капитал (млн. руб.)

годы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Y_t	18	20	16	19	21	25	26	23	28	26	30	29

Требуется:

1. выявить тенденцию, применяя трехлетнюю скользящую среднюю,
2. выявить тенденцию, применяя пятилетнюю скользящую среднюю,
3. Сравнить полученные результаты.

4.19 По региону имеются следующие данные о динамике городского жилищного фонда за 1995 – 2004 гг (млн. м² на конец года):

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
22,0	22,2	22,3	22,7	22,9	23,0	23,6	24,0	24,2	24,5

Требуется провести аналитическое выравнивание ряда. Используя линейный тренд. Сделать выводы.

4.20 Ежегодный прирост продукции характеризуется следующими данными (в % к предыдущему году):

2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
5	7	3	8	10	15	9

Как изменился объем продукции за весь рассматриваемый период? Какой в среднем был темп прироста ежегодно? Оцените уровень 2007 г., если в 2000 г. было выпущено продукции 40 тыс.ед. найдите среднегодовой абсолютный прирост.

4.4 Тестовые вопросы

4.1 Какая формула применяется для расчета средней геометрической величины:

а) $\sqrt[n]{T_1 * T_2 * \dots * T_n}$

б) $\sqrt[n-1]{T_1 * T_2 * \dots * T_n}$

в) $\sum x_i * f_i / \sum f_i$

4.2 При сглаживании временного ряда с помощью 7-членной скользящей средней теряются:

- а) первые и последние 3 уровня
- б) первые и последние 7 уровней
- в) только первые 3 уровня
- г) только первые 7 уровней

4.3 По формуле $T_p = y_i / y_{i-1}$ определяется:

- а) базисный темп роста
- б) базисный темп прироста
- в) цепной темп роста
- г) цепной темп прироста

д) абсолютное значение 1% прироста

4.4 Что представляет собой коэффициент роста:

а) соотношение двух уровней динамического ряда, выраженное в виде простого кратного отношения

б) соотношение двух уровней динамического ряда, выраженное в виде простого сложения данных

в) отношение нескольких уровней между собой

4.5 Если темп роста оплаты труда составил в 2007г.-107,5%, в 2008г.-108%, то в среднем заработная плата за 2 года увеличилась на _____%

4.6 Укажите формулы, используемые для исчисления среднегодового темпа роста:

а) $\bar{T}_p = \sqrt[n]{T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n}$

б) $\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%$

в) $T_p = \frac{T_1 + T_2 + \dots + T_n}{n}$

4.7 Какие методы механического выравнивания вам знакомы:

а) метод укрупнения интервалов

б) выравнивание с помощью среднего абсолютного прироста

в) выравнивание с помощью среднего коэффициента роста

г) метод скользящей средней

4.8 Из чего состоит ряд динамики:

а) моментов или временных периодов, по отношению к которым приводятся статистические данные

б) значения статистического показателя, которые называются уровнями ряда динамики

4.9 По признаку времени различают динамические ряды:

а) моментные

б) интервальные

в) динамичные

4.10 Как вы понимаете что такое тренд:

а) тенденция развития,

б) сформировавшееся направление развития явления во времени по воздействию постоянно действующих факторов.

Глава 5 «Индексный метод анализа»

Цель занятия – изучить расчет индивидуальных и общих индексов социально-экономических показателей и методику проведения индексного анализа влияния факторных признаков на величину результативного показателя.

5.1 Методические указания

В практике статистики наряду со средними величинами широко используются индексы.

Индексы - это относительные величины, которые выражают соотношение уровней социально-экономических явлений и используются для решения таких задач, как:

- обобщающая характеристика изменения одноименного показателя по разнородной совокупности во времени (индексы динамики), в пространстве (территориальные индексы) или по сравнению с некоторым заданным уровнем (например, планируемым или нормативным - индексы выполнения плана);
- анализ влияния отдельных факторов на изучаемое явление;
- оценка динамики среднего показателя по однородной совокупности, в том числе за счет изменений ее структуры.

Статистические индексы классифицируются по следующим направлениям:

- Выбранной в знаменателе индекса базе сравнения,
- Степени охвата явления,
- Форме построения сводных индексов,
- Характеру исследуемой величины,
- Виду весов, выбранных в индексе,
- Периоду сравнения.

В индексной теории по способу (форме) построения общие (сводные) индексы подразделяют на агрегатные, средние и индексы изменения среднего показателя.

Основной формой построения индексов является агрегатная; средние индексы получаются в результате ее преобразования. В агрегатной формуле сводного индекса присутствуют два элемента:

- 1) индексируемая величина, изменение которой показывает индекс (обозначим ее через x);
- 2) некоторая постоянная величина, называемая весом индекса (f); с помощью весов несоизмеримые элементы сложного социально-экономического явления приводятся к сопоставимому виду.

Общая формула агрегатного индекса может быть записана дующим образом:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f}$$

где x_1, x_0 — значения индексируемой величины, соответственно, в отчетном и базисном периоде,

f - вес или соизмеритель.

В теории индексов обычно придерживаются следующих правил:

- индексы качественных показателей строятся с весами отчетного периода. Тогда формула агрегатного индекса примет вид

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}$$

- индексы количественных показателей строятся с весами базисного периода. Формула агрегатного индекса в этом случае имеет следующий вид:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}$$

К количественным относят показатели, характеризующие физические размеры явления, например, производство продукции в натуральном выражении, количество проданного товара, численность работающих, объем промышленно-производственных фондов и т.д. (как правило, в названии количественного показателя содержатся слова «объем», «число», «численность», «количество»; при этом используются простые единицы измерения — метры, килограммы, тонны, штуки, рубли).

Качественный показатель используется для экономической (качественной) характеристики количественной единицы совокупности. Это цена за единицу товара (продукции), себестоимость единицы продукции, фондоотдача, фондоемкость, средняя заработная плата (единица измерения качественного показателя сложная — руб./шт., г п./руб., руб./чел. и т.д.).

Индивидуальный индекс — представляет собой относительный показатель, характеризующий изменение отдельного элемента сложного экономического явления.

Методика исчисления индивидуальных индексов динамики социально-экономических показателей подобна методике расчета относительных величин: сравнивается абсолютное значение показателя в текущем периоде с базисным периодом.

Величина, изменение которой изучается с помощью индекса называется индексируемой величиной.

В отличие от агрегатной формы индекса, средние индексы используются тогда, когда имеется информация об изменении индексируемой величины по отдельным единицам исследуемой совокупности (т.е. известны индивидуальные индексы).

Средний индекс - это сводный индекс, вычисленный как

средневзвешенная величина из значений индивидуальных индексов.

Средний индекс получают путем преобразования агрегатного индекса. В зависимости от того, какие веса используются в соответствующей агрегатной формуле (базисного или отчетного периода), средний индекс рассчитывается по формуле средней арифметической или средней гармонической величины. Соответственно, исчисленные по одним и тем же данным агрегатный и средний индексы всегда равны.

Например, средний индекс физического объема товарооборота. Его агрегатная формула имеет вид

$$I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0}$$

Тогда, учитывая, что индивидуальный индекс представляет собой отношение $i_q = \frac{q_1}{q_0}$, получим $q_1 = i_q \cdot q_0$. Подставим это выражение в формулу

агрегатного индекса
$$I_q = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} = \frac{\sum i_q q_0 P_0}{\sum q_0 P_0}$$

Получен индекс физического объема товарооборота в виде средней арифметической взвешенной из индивидуальных индексов, в которой в качестве весов используется товарооборот базисного периода ($q_0 P_0$).

Рассмотрим индекс цен. Его агрегатная формула имеет вид

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Из формулы индивидуального индекса цен $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ выразим

$p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ и, подставив в формулу агрегатного индекса, получим

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

Получен средний гармонический индекс цен.

5.2 Примеры решения задач

Построение агрегатного индекса покажем на примере сводного (общего) индекса цен. В данном случае индексируемой величиной является цена, поэтому в числителе возьмем ее значение за отчетный период (p_1), а в знаменателе — за базисный (p_0). Непосредственно просуммировать цены отчетного периода и разделить их на сумму базисных цен мы не можем. Если же цену каждого товара умножить на его количество, то полученные произведения, характеризующие товарооборот, суммировать можно. Поскольку цена — качественный показатель, данные о количестве проданных товаров необходимо взять на уровне отчетного периода. Таким образом, получаем следующую формулу агрегатного индекса цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Задание 1. Имеется следующая информация о проданной продукции одного из магазинов города.

Наименование товара	Единицы измерения	Цена, руб.		Количество проданного товара	
		Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Кефир	л	10	15	5 055	6 547
Творог	упак	18	22	3 527	4 010
Молоко	л	11	17	11 540	13 370

Рассчитайте общее изменение цен по магазину в отчетном году по сравнению с базисным.

Проведем расчет общего индекса цен по агрегатной формуле.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{15 \cdot 6547 + 22 \cdot 4010 + 17 \cdot 13370}{10 \cdot 6547 + 18 \cdot 4010 + 11 \cdot 13370} = \frac{413715}{284720} = 1,453$$

Следовательно, цены на молочную продукцию увеличились в 1,453 раз, или на 45,3%.

По данным этой же таблицы определим изменения объема продаж молочной продукции. Для этого рассчитаем общий индекс физического объема товарооборота.

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{10 \cdot 6547 + 18 \cdot 4010 + 11 \cdot 13370}{10 \cdot 5055 + 18 \cdot 3527 + 11 \cdot 11540} = 1,181$$

Таким образом, в среднем физический объем товарооборота молочной продукции увеличился в 1,181раза, или на 18,1%.

По данным той же таблицы определим общий индекс товарооборота.

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{6546 \cdot 15 + 4010 \cdot 22 + 13370 \cdot 17}{5055 \cdot 10 + 3527 \cdot 18 + 11540 \cdot 11} = 1,717$$

То есть товарооборот вырос в 1,717 раза, или на 71,7%.

5.3 Задания для самостоятельной работы

5.1 Имеются следующие условные данные по одному из магазинов о продаже продукции ОАО «УМКК»:

Наименование продукции	Продано продукции, кг		Цена 1 кг, руб.	
	июнь	декабрь	июнь	декабрь
«Докторская»	42	54	410	482
«Русская»	36	38	447	496
«Молочная»	25	25	358	383

Определите:

- индивидуальные и общие индексы: цен, физического объема продукции и стоимости продукции;
- экономия (перерасход) денежных средств населения за счет изменения уровня цен на продукцию в декабре текущего года по сравнению с июнем.

Проверьте взаимосвязь вычисленных показателей и сформулируйте выводы.

5.2 Цена 1 кг проданного сыра «Сметанковый» в одном из супермаркетов в отчетном периоде по сравнению с базисным возросла на 9,2%, а количество проданного сыра уменьшилось на 1,4%. Определите, на сколько процентов изменилась стоимость проданного сыра?

5.3 Имеются данные по универсаму о продаже конфет:

Наименование конфет	Количество проданных конфет, кг		Цена 1 кг, руб.	
	февраль	июль	февраль	Июль
«Белочка»	200	220	385	390
«Ореховая роща»	120	115	396	425
«Мишка косолапый»	250	275	384	430

Определите:

- индивидуальные и общие индексы: цен, физического объема продукции и стоимости продукции;
- изменение стоимости продукции в абсолютном выражении в целом и за счет отдельных факторов в июле по сравнению с февралем.

5.4 Приводятся условные данные по магазину о продаже продукции:

Вид продукции	Стоимость продукции, тыс. руб.		Индивидуальные индексы цен
	I квартал	III квартал	
Яблоки	190	205	1,09
Груши	280	292	1,12
Бананы	165	178	0,97

Определите:

- а) общие индексы: цен, физического объема продукции и товарооборота;
 б) изменение товарооборота в абсолютном выражении в целом и за счет отдельных факторов в III квартале по сравнению с I кварталом.

5.5 Мясокомбинат производит несколько видов разнородной продукции, стоимость которой в отчетном периоде составила 1,68 млн. руб.

В отчетном периоде по сравнению с базисным периодом стоимость всей продукции увеличилась за счет изменения уровня цен по каждому виду продукции на 12%, а за счет изменения количества продукции каждого вида снизилась на 200 тыс. руб.

Определите общие индексы: цен, физического объема и стоимости продукции.

5.6 В отчетном периоде по сравнению с базисным периодом численность сотрудников страховой организации уменьшилась на 2,5%, а фонд оплаты труда за этот же период возрос на 5,7%.

Определите относительное изменение средней заработной платы одного сотрудника фирмы.

5.7 Количество проданного в торговом киоске мороженого «Пломбир» в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилось на 5%, «Эскиммо» – сократилось на 2%, «Фруктовый лед» – возросло на 10%, а товарооборот продукции в базисном периоде составил, соответственно: 180, 150 и 120 тыс. руб.

Рассчитайте общий индекс физического объема продукции киоска и абсолютное изменение стоимости всей продукции только за счет изменения количества проданного мороженого.

5.8 Имеются данные о продаже мясной продукции в одном из супермаркетов города (цифры условные):

Вид продукции	Стоимость продукции, тыс. руб.		Изменение количества проданной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	отчетный период	
Буженина	4,5	4,9	+ 6
Шейка	3,6	4,0	+ 4
Окорок	2,7	2,8	- 3
Карбонад	4,7	5,1	+ 5

Определите:

а) общие индексы: цен, физического объема продукции и стоимости продукции;

б) изменение стоимости всей продукции в абсолютном выражении в целом и за счет отдельных факторов в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом.

5.9 Приводятся условные данные о продаже колбасы «Свиная» в трех супермаркетах города:

№ супермаркет а	Продано продукции, кг		Цена 1 кг, руб.	
	март	сентябрь	март	сентябрь
1	70	94	695	716
2	65	58	835	844
3	82	80	946	975

Вычислите:

– индексы цен: переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов.

– абсолютное изменение средней цены по трем супермаркетам в целом и за счет отдельных факторов.

Проверьте их взаимосвязь и объясните экономический смысл.

5.10 На одном из молочных комбинатов индекс себестоимости продукции переменного состава составил 1,09; постоянного состава – 1,14.

Вычислите индекс влияния структурных сдвигов и объясните экономический смысл этих индексов.

5.11 По имеющимся данным Росстата по двум видам экономической деятельности вычислите:

– показатели и индексы фондоотдачи по каждому виду экономической деятельности отдельно;

– индексы фондоотдачи в целом по двум видам экономической деятельности переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов;

– абсолютное изменение средней фондоотдачи по двум видам экономической деятельности в целом и за счет отдельных факторов.

Напишите выводы.

Виды экономической деятельности	Объем отгруженных товаров, выполненных работ и услуг, млрд. руб.		Среднегодовая стоимость основных фондов, млрд. руб.	
	2008 г.	2014 г.	2008 г.	2014 г.
Добыча полезных ископаемых	5272	6 114	6 366	8 559
Обрабатывающие производства	16864	17 553	6 002	7 090

5.12 Цена 1 кг проданных вафель «Артек» возросла на 1,4%, «Курортные» - снизилась на 1,5%, «Шоколадные» - увеличилась на 4,0%. Стоимость проданных вафель в отчетном периоде составила, соответственно: 31, 45 и 28 тыс. руб.

Рассчитайте общий индекс цен.

5.13 По трем мебельным предприятиям имеются условные данные:

№ предприятия	Произведено продукции, тыс. шт.		Себестоимость единицы изделия, руб.	
	1 кварта л	2 кварта л	1 кварта л	2 кварта л
1	430	405	220	254
2	540	625	275	280
3	680	700	250	295

Вычислите индексы себестоимости продукции: переменного состава, постоянного состава и влияния структурных сдвигов. Проверьте взаимосвязь вычисленных индексов.

5.14 В отчетном периоде по сравнению с базисным периодом производительность труда на молочном комбинате возросла на 3,7%, а численность работников снизилась на 1,5%. Определите относительное изменение стоимости произведенной продукции комбината.

5.15 Издержки производства в кондитерском объединении в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом возросли на 10,5%, а себестоимость единицы продукции увеличилась за этот же период на 9,2%. Определите, как изменился объем произведенной мясокомбинатом продукции.

5.16 Имеются следующие данные о ценах на минеральные удобрения и объемах его производства в Республике Башкортостан:

Год	Цена за 1 т., тыс.руб.	Произведено, млн.т.
2010	155,1	17,7
2011	149,8	12,1
2012	227,6	15,9

При условии 100%-й реализации угля за каждый год определите цепные и базисные, индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота. Проверьте взаимосвязь цепных и базисных индексов.

5.17 Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке г. Ростов-на-Дону:

Продукт	2004 г.		2005 г.	
	Цена за 1 кг, руб.	Продано, тыс.т.	Цена за 1 кг, руб.	Продано, тыс. т.
Говядина	16,13	52,8	17	43,1
Свинина	17,25	70,9	17,25	67,7

Рассчитайте сводные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота, а также величину перерасхода покупателей от роста цен.

5.18 По промышленному предприятию имеются следующие данные:

Изделие	Общие затраты на производство в 2002 г., млн.руб.	Изменение себестоимости изделия в 2002 г. по сравнению с 2001 г., %
Электромясорубка	1234	+0,6
Кухонный комбайн	5877	+8,4
Миксер	980	+1,6

Определите общие изменения себестоимости продукции в 2002 г. по сравнению с 2001 г. и обусловленный этим изменением размер экономии или дополнительных затрат предприятия.

5.19 Имеются следующие данные о трудоемкости продукции предприятия и объемах ее производства:

Вид продукции	2002 г.		2003 г.	
	Произведено, тыс.шт.	Затраты на 100 изделий, чел./ч	Произведено, тыс.шт.	Затраты на 100 изделий, чел./ч
А	275	75	291	72
Б	163	119	174	115

Рассчитайте индексы производительности труда, физического объема продукции, затрат труда.

5.20 Уровень рыночных цен на молочные продукты и объем их реализации в двух городах характеризуется следующими данными:

Продукт	Город А		Город Б	
	Цена за 1 кг, руб.	Продано, т	Цена за 1 кг, руб.	Продано, т
Молоко	4	76	4	68
Масло	22	45	24	39
Творог	20	60	23	55
Сыр	18	32	16	24

Рассчитайте двумя способами территориальный индекс цен города А по отношению к городу Б.

5.21 Товарооборот организации составил в 2006 г. – 6600 тыс. руб., а в 2002 г. – 5680 тыс. руб. Определите за рассматриваемый период:

- 1) среднегодовой абсолютный прирост товарооборота;
- 2) среднегодовые темпы роста и прироста товарооборота.

5.22 Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Продукт	2008		2009	
	Цена за 1 кг, руб.	Продано, тыс.т.	Цена за 1 кг, руб.	Продано, тыс.т.
Говядина	120	50,5	145	48,2
Свинина	130	70,9	160	70,6

Рассчитайте сводные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота, а также величину перерасхода покупателей от роста цен.

5.23 Имеются данные о производстве отдельных видов продукции на предприятии:

Товар	Себестоимость единицы продукции, руб.		Объем производства, шт.	
	январь	февраль	январь	февраль
А	300	280	2000	2200
Б	320	330	3000	2880
В	400	380	2500	2600

Определите индивидуальные и общие индексы себестоимости продукции, физического объема и затрат на производство продукции.

5.24 Имеются данные о реализации товаров населению:

Товар	Цена за 1 кг, руб.		Продано, шт	
	май	июнь	май	июнь
А	15,5	17,0	2092	2090
Б	16,2	16,5	1187	1200
В	20,0	22,0	1346	1300

Определите индивидуальные и общие индексы цен, физического объема и товарооборота.

5.25 Имеются данные по трем предприятиям, выпускающим одноименную продукцию:

Номер предприятия	Базисный период		Отчетный период	
	Себестоимость единицы продукции, руб.	Затраты на выпуск продукции, тыс. руб.	Себестоимость единицы продукции, руб.	Выработано продукции, тыс. шт.
1	20,0	900	19,5	50
2	18,5	1000	20,5	55
3	21,0	1150	21,5	45

Определите среднюю себестоимость единицы продукции по группе предприятий в базисном и отчетном годах. Сравните полученные результаты.

5.26 Имеются следующие данные о товарообороте магазина за два года:

Товарные группы	Товарооборот, млн.руб.		Изменение физического объема товарооборота, %
	2006 г.	2009 г.	
А	10	12	+10
Б	14	19	Без изменений
В	34	32	-5

Определить:

1) индивидуальные и общий индексы физического объема товарооборота;

2) индивидуальные и общий индексы цен;

- 3) общий индекс товарооборота;
- 4) сумму перерасхода населением от изменения цен в 2009 г.

5.27 Общий объем выручки от продаж предприятия в отчетном периоде увеличился на 90% и составил 5100 млн. руб. Физический объем реализованной продукции увеличился на 10%.

Определите:

- 1) изменение товарооборота в абсолютном и относительном выражениях;
- 2) индекс цен.

5.28 Рост цен на молоко в 1 полугодии 2012 г. в целом по региону характеризуется следующими данными:

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Цена, в % к предыдущему периоду	100,8	103,5	98,7	100,1	94,6	95,0

Определите общее изменение цен на молоко за весь рассматриваемый период.

5.4 Тестовые вопросы

5.1 Индексы позволяют соизмерить социально-экономические явления:

- а) в пространстве
- б) во времени
- в) в пространстве и во времени

5.2 Индексируемой величиной в общем индексе цен выступает...

- а) стоимость произведенной продукции
- б) цена на единицу продукции
- в) объем произведенной продукции
- г) величина затрат на единицу продукции

5.3 Если физический объем продукции увеличился на 20%, а цены снизились на 25%, то изменение товарооборота (в %) равно _____.

5.4 Агрегатные индексы качественных показателей строятся:

- а) с весами текущего периода
- б) с весами базисного периода
- в) без использования весов

5.5 Может ли индекс переменного состава превышать индекс фиксированного состава?

- а) может

5.6 Если индекс постоянного состава - 75%; индекс структурных сдвигов состава - 120%, то индекс переменного состава (в %) равен... (Результат ввести без указания единиц измерения)

- а) 90%
- б) 50%

5.7 Можно ли утверждать, что индивидуальные индексы по

методологии исчисления адекватны темпам роста?

а) можно

б) нельзя

5.8 Связь между сводными индексами стоимостного объема товарооборота (I_{pq}), физического объема товарооборота (I_q) и цен (I_p):

а) $I_q = I_{pq} \times I_p$

б) $I_p = I_q \times I_{pq}$

в) $I_{pq} = I_q \times I_p$

г) $I_{pq} = I_q : I_p$

5.9 Агрегатные индексы количественных показателей строятся с весами:

а) отчетного периода

б) базисного периода

5.10 Что показывает индивидуальный индекс:

а) изменение конкретного показателя

б) изменение сложного показателя

в) изменение отдельного элемента сложного явления

Список используемой литературы

1. Федеральный закон от 29.11.2007 г. №282 ФЗ «Об официальном статистическом учете и системе государственной статистики Российской Федерации».
2. Аблеева, А.М. Статистика [Текст]: учебное пособие по изучению дисциплины и выполнению курсовой работы для студентов очной и заочной формы обучения / А.М. Аблеева. – Уфа, 2011. – 172 с.
3. Глинский, В.В. Статистический анализ: учебное пособие для вузов, 2-е изд., перераб. и доп. / В.В. Глинский, В.Г. Ионин. – Москва: Филинь, 1998.
4. Елисеева, И.И. Общая теория статистики [Текст]: учебник / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев. – Москва: Финансы и статистика, 2002. – 480 с.
5. Зинченко, А.П. Статистика [Текст]: учебник / А.П. Зинченко. - Москва: Колос, 2007. – 427 с.
6. Козлов, А.Ю. Пакет анализа MS Excel в экономико-статистических расчетах /А.Ю. Козлов, В.Ф. Шилов под ред. В.С. Мхитаряна. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2003.
7. Ларина, Т.Н. Методы прогнозирования в экономике [Текст]: учебное пособие / Т.Н.Ларина, Н.П. Кирюхина. – Оренбург: Издательский центр ОГАУ, 2008. – 104 с.
8. Левин, Дэвид М. Статистика для менеджеров с использованием Microsoft Excel [Текст]: Пер. с англ. / Дэвид М. Левин, Дэвид Стефан, Тимоти СС. Кребиль, Марк Л. Беренсон. - 4-е изд. – Москва: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1312 с.
9. Палий, И.А. Прикладная статистика [Текст]: учеб. пособие для вузов. / И.А. Палий. – Москва: Высшая школа, 2004. – 176 с.
10. Переяслова, И.Г. Статистика для студентов вузов [Текст] / И.Г. Переяслова, Е.Б.Колбачев, О.Г. Переяслова. – Изд.2-е. – Ростов на Дону: Феникс, 2007. – 210 с.
11. Практикум по статистике [Текст]: учебное пособие / под ред. И.И. Елисеевой. - Москва: Высшее образование, 2007. – 429 с.
12. Практикум по общей теории статистики: учебное пособие / И.И. Елисеева, Н.А. Флуд, М.М. Юзбашев под ред. И.И. Елисеевой. – Москва: Финансы и статистика, 2008.
13. Практикум по теории статистики [Текст]: учебное пособие / под ред. Р.А. Шмойлова. – Москва: Финансы и статистика, 2007. – 416 с.
14. Рафикова, Н.Т. Основы статистики [Текст]: учебное пособие / Н.Т. Рафикова. – Москва: Финансы и статистика, 2007. – 352 с.
15. Рогатных, Е.Б. Элементарная статистика: теоретические основы и прикладные задания [Текст]: учебник / Е.Б. Рогатных. – 2-е изд., стереотип. – Москва: Издательство «Экзамен», 2009. – 158 с.
16. Статистика [Текст]: учебник / под ред. И.И. Елисеевой. – Москва: Высшее образование, 2007. – 566 с.
17. Статистика [Текст]: учебник для вузов (+CD) / под ред. И.И.Елисеевой. – Санкт Петербург: Питер, 2010. – 368 с.

18. Салин, В.Н. Статистика [Текст]: учебное пособие / В.Н. Салин, Э.Ю. Чурилова, Е.П. Шпаковская. – Москва: КНОРУС, 2007. – 304 с.
19. Салин, В.Н. Курс теории статистики для подготовки специалистов финансово-экономического профиля / В.Н. Салин, Э.Ю. Чурилова. – Москва: Финансы и статистика, 2006.
20. Сиденко, А.В. Статистика [Текст]: Учебник / А.В. Сиденко, Г.Ю. Попов, В.М. Матвеева. – Москва: Издательство «Дело и Сервис», 2000. – 464 с.
21. Сингизов, И.Ю. Статистика [Текст]: учебно-методологический комплекс / И.Ю. Сингизов. – Уфа: БАГСУ, 2008. – 129 с.
22. Статистика: учебник / под ред. В.С. Мхитаряна. – Москва: Экономист, 2005.
23. Статистика: учебник / под ред. В.С. Мхитаряна. – Москва: Высшее образование, 2008.
24. Статистика [Текст]: учебно-практическое пособие / М.Г. Назаров [и др.] под ред. М.Г. Назарова. – Москва: КНОРУС, 2008. – 478 с.
25. Статистика [Текст]: учебник / Л.П. Харченко, В.Г. Ионин, В.В. Глинский и др.; под ред. канд.экон.наук, проф. В.Г. Ионина. – 3-е изж., перераб. и доп. – Москва: ИНФРА-М, 2008. – 445 с.
26. Статистика [Текст]: учеб. для студ. сред. проф. учеб. заведений / В.С. Мхитарян, Т.А. Дуброва, В.Г. Минашкин [и др.]; под ред. В.С. Мхитаряна. – 7-е изд., стер. – Москва: Издательский центр «Академия», 2007. – 272 с.
27. Статистика: учебно-практическое пособие [Текст] / М.Г. Назаров, В.С. Варагин, Т.Б. Великанова [и др.]; под ред. д-ра экон. наук, проф., акад. Межд.акад.информ. и РАЕН М.Г. Назарова. – 2-е изд., стер. - Москва: КНОРУС, 2008. – 480 с.
28. Теория статистики [Текст]: учебник / под ред. Р.А. Шмойлова. – Москва: Финансы и статистика, 2006. – 560 с.
29. Толстик, Н.В. Статистика: учебник [Текст] / Н.В. Толстик, Н.М. Метегорина. – Изд. 4-е, допол. и перерраб. – Ростов на Дону: Феникс, 2007. – 344 с.
30. Халафян, А.А. Statistica 6: статистический анализ данных [Текст]: учебное пособие для вузов / А.А. Халафян. – 3-е изд. – Москва: Бином, 2008. – 512 с.
31. Экономическая статистика [Текст]: учебник / Ю.Н. Иванов [и др.] под ред. Ю.Н. Иванова. – Москва: Инфра-М, 2007. – 736 с.
32. Методологические положения по статистике. Вып. 1 – 4. – Москва: Госкомстат России, 1996 – 2003
33. Регионы России, 2009 [Текст]: стат. сборник. – Москва: Росстат, 2009. – 355 с.
34. Республика Башкортостан [Текст]: стат. ежегодник: в 2 ч. – Уфа: Башкортостанстат, 2009. – 523 с.
35. Россия в цифрах, 2009 [Текст]: краткий стат. сборник. - Москва: Росстат, 2009. – 520 с.
36. Российский статистический ежегодник, 2009 [Текст]: стат. сборник. –

Москва: Росстат, 2009. – 475 с.

37. Статистическое обозрение (ежеквартальный журнал Федеральной службы государственной статистики Российской Федерации).

38. www.bashstat.ru (сайт Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Республике Башкортостан (Башкортостанстата)).

39. www.gks.ru (сайт Федеральной службы государственной статистики (Росстата)).

40. www.infostat.ru (сайт информационно-издательского центра «Статистика России»).

Залилова Зария Альфировна

АНАЛИТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Учебно-методическое пособие
по изучению дисциплины «Статистика»
для студентов очной и заочной формы обучения

Подписано в печать 02.03.2015г. Формат бумаги 60×84/16 Печать оперативная.
Усл.печ.л. 5,0. Тираж 100 экз. Заказ № 147
Типография ФГБОУ ВО «Башкирский государственный аграрный университет»
450001, г. Уфа, ул.50-летия Октября, 34

