

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.
РАЗДЕЛ КИНЕМАТИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.
ЗАДАНИЯ
НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

Нафиков М.З.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.

**РАЗДЕЛ КИНЕМАТИКА.
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.
ЗАДАНИЯ
НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ.**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ:

Направление подготовки бакалавра 110800 Агроинженерия

Профили:

Технические системы в агробизнесе;

Технический сервис в агропромышленном комплексе;

Электрооборудование и электротехнологии.

**Направление подготовки бакалавра 140100 Теплотехника и
теплоэнергетика**

Профиль

Энергообеспечение предприятий

Уфа, Башкирский ГАУ, 2012

УДК 531(07)
ББК 22.21Я7
Н34

Рекомендованы к изданию методической комиссией факультета механизации сельского хозяйства (протокол № 8 от 30 мая 2012 г.)

Нафиков М.З. Н34. Теоретическая механика. Раздел кинематика. Примеры решения задач. Задания на расчетно-графическую работу [Текст]: Учебное пособие /М.З. Нафиков. Уфа: Башкирский ГАУ, 2012. - 105 с.

Учебное пособие написано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования РФ по направлению подготовки «Агроинженерия», а также примерной программой, рекомендованной Главным управлением высших учебных заведений по курсу «Теоретическая механика».

Пособие составлено на основе читаемого автором в течение многих лет курса теоретической механики на механическом факультете Башкирского государственного аграрного университета. Приводится методика и образцы решения задач кинематики по всем основным темам.

Приведены задания на расчетно-графическую работу, при выполнении которых предусмотрено применение вычислительной техники.

Составитель: доктор технических наук, профессор Нафиков М.З.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, доцент кафедры физики ФГБОУ ВПО «Башкирский государственный аграрный университет» Лобанов В.М.,

кафедра «Основы конструирования механизмов и машин» института механики и энергетики ГОУВПО «Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева» (протокол заседания кафедры № 11 от 28 марта 2012 г.)

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, д.т.н., профессор Нафиков М.З.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ	5
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2. ПРОСТЕЙШИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА	22
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ №№ 3,4. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ	30
ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ №№ 5,6. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	44
ЗАДАНИЯ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ	58
УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 1К	59
РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 1К	60
УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 2К	75
РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 2К	75
УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 3К	90
РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 3К	90
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	105
СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	105

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

Кинематикой называется раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных точек и твердых тел с геометрической точки зрения, без учета их масс и действующих сил.

При исследовании кинематики точки решаются две основные задачи: 1) установление математических способов задания (описания) движения точки по отношению к данной системе отсчета; 2) определение по заданному закону движения точки всех кинематических характеристик этого движения (траектории, скорости, ускорения и т.д.).

При подготовке бакалавров направлений 110800 и 140100 рассматриваются три способа задания движения точки: 1) векторный, 2) координатный, 3) естественный.

Векторный способ (рисунок 1.1). Положение точки М на траектории АВ можно задать векторным уравнением вида $\vec{r} = \vec{r}(t)$, где \vec{r} – радиус-вектор движущейся точки М в м, t – время в с.

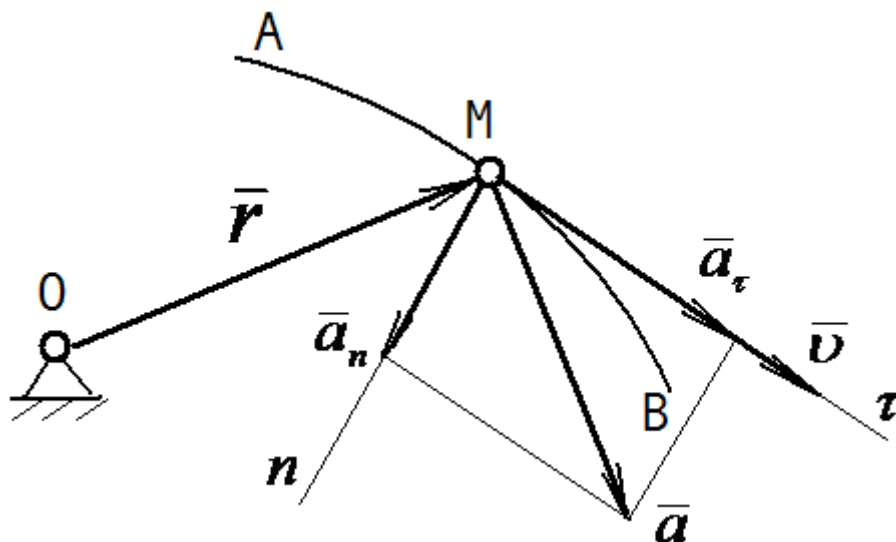


Рисунок 1.1 Векторный способ задания движения точки

Скорость точки в данный момент времени равна первой производной от радиус-вектора по времени, $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости \vec{v} направлен касательно траектории АВ. Ускорение точки М равно первой производной по времени от вектора скорости точки или второй производной от радиус-вектора, т.е.

$\bar{a} = \dot{\bar{v}} = \ddot{\bar{r}}$. Вектор ускорения \bar{a} расположен в опирающейся к траектории плоскости nOm , в общем случае он раскладывается на нормальную и касательную составляющие.

Координатный способ (рисунок 1.2). Положение точки в пространстве при этом способе определяется тремя ее координатам по зависимостям вида:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$$

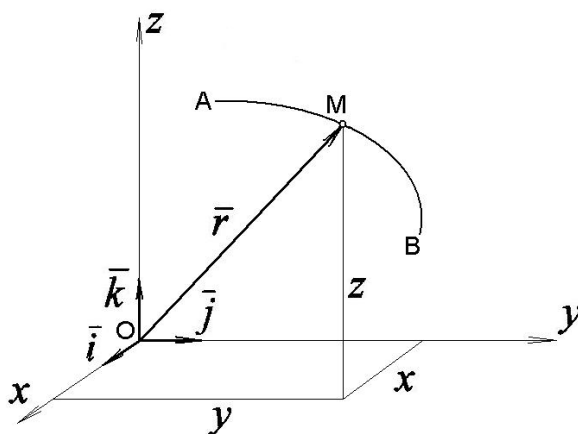


Рисунок 1.2 Координатный способ задания движения точки

Проекции вектора скорости \bar{v} на оси координат равны:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}.$$

По проекциям определяется полная скорость точки

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Аналогично определяется ускорение:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}; \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}; \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}; \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Естественный способ задания движения точки. При этом способе должны быть известны (рисунок 1.3): 1) траектория точки; 2) начальное положение точки на траектории; 3) закон движения точки по траектории в виде зависимости $s = s(t)$, где s – дуговая координата точки в м; t – время в с.

Скорость направлена касательно траектории и по модулю равна $v = \frac{ds}{dt}$.

Касательная и нормальная составляющие ускорения точки равны:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a_n = \frac{v^2}{\rho},$$

где ρ – радиус кривизны траектории.

Полное ускорение точки равно:

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

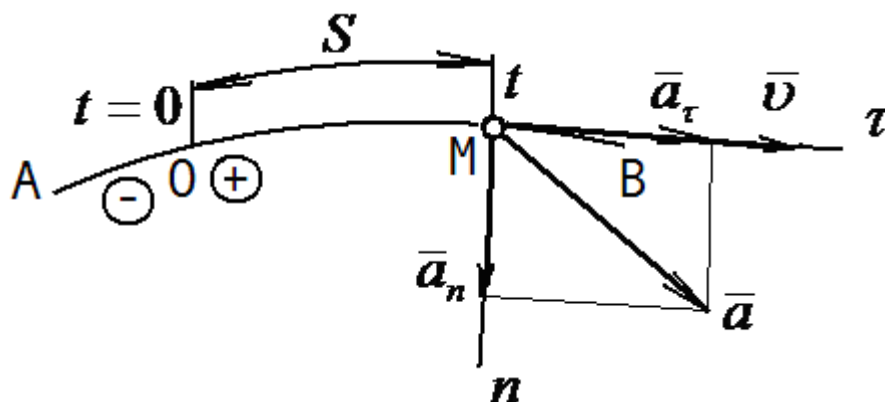


Рисунок 1.3 Естественный способ задания движения точки

При движении точки по прямой линии ее скорость и ускорение направлены по траектории (рисунок 1.4) и по величине равны:

$$v = \frac{dS}{dt}; \quad a = a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

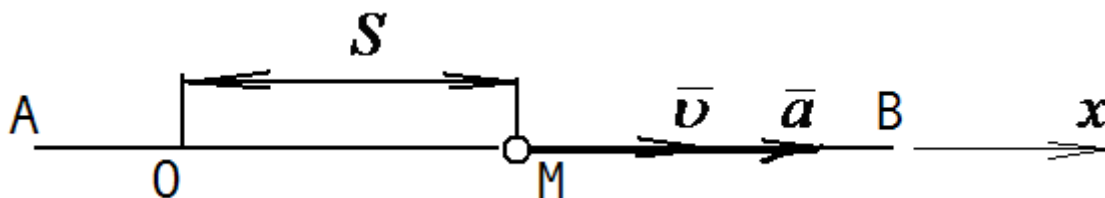


Рисунок 1.4 Движение точки М по прямой АВ

При решении задач следует составить кинематическую схему, показать на ней движущуюся точку в текущий момент времени, выбрать рациональную систему осей координат. Затем составляются уравнения движения точки по одной из трех форм и определяются траектория и кинематические характеристики движения. Скорости и ускорения обязательно показываются на чертеже, при необходимости строятся графики.

Задача 1.1 Найти траекторию точки М шатуна кривошипно-ползунного механизма, изображенного на рисунке 1.1.1, если $r = l = 60$ см, $MB = \frac{1}{3}l$,

$\varphi = 4\pi \cdot t$ рад (t – в секундах), а также определить скорость, ускорение и радиус кривизны траектории точки в момент, когда $\varphi = 0$.

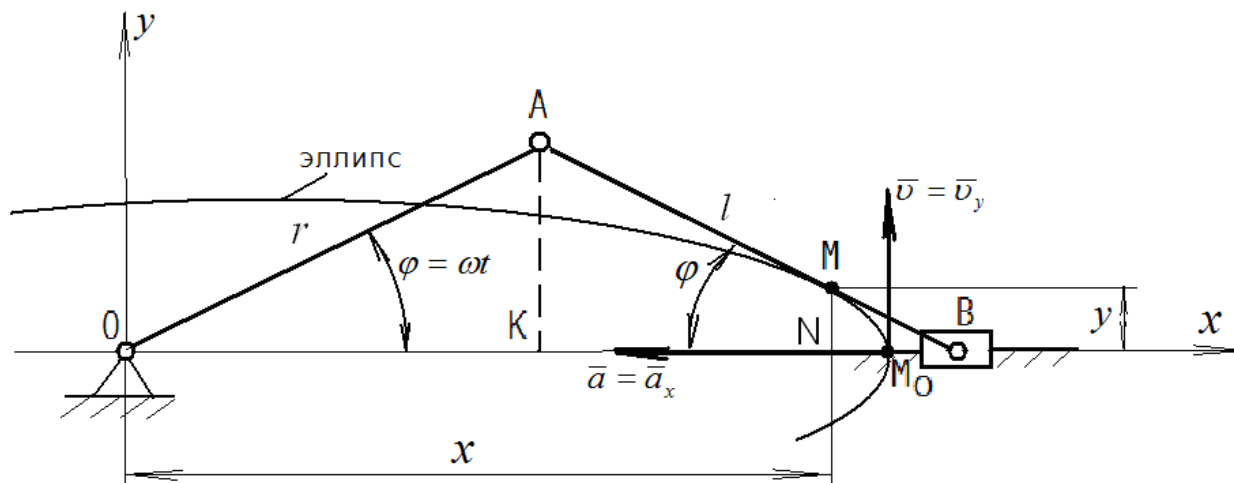


Рисунок 1.1.1 Кривошипно-ползунный механизм

Решение.

1. Пользуясь кинематической схемой на рисунке 1.1.1, определим координаты точки М на шатуне АВ:

$$x = OK + KN = OA \cdot \cos \varphi + AM \cdot \sin \varphi = 0,6 \cdot \cos(4\pi \cdot t) + 0,4 \cdot \cos(4\pi \cdot t) = 1 \cdot \cos(4\pi \cdot t); \quad (1.1.1)$$

$$y = MN = MB \cdot \sin \varphi = 0,2 \cdot \sin(4\pi \cdot t). \quad (1.1.2)$$

Движение точки М задано координатным способом уравнениями (1.1.1) и (1.1.2).

2. Исключив из параметрических уравнений (1.1.1) и (1.1.2) время t , получим уравнение траектории точки М:

$$\sin^2(4\pi \cdot t) = \frac{x^2}{1^2}; \quad \cos^2(4\pi \cdot t) = \frac{y^2}{0,2^2}; \quad \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{0,2^2} = 1. \quad (1.1.3)$$

Уравнение (1.1.3) является уравнением эллипса.

3. Для заданного положения механизма определим скорость точки М:

$$v_x = \dot{x} = -4\pi \cdot \sin(4\pi \cdot t) = -4\pi \cdot \sin 0 = 0 \text{ м/с};$$

$$v_y = \dot{y} = 0,8\pi \cdot \cos(4\pi \cdot t) = 0,8 \cdot \cos 0 = 0,8\pi \text{ м/с};$$

$$v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{0 + (0,8\pi)^2} = 0,8\pi \text{ м/с}; \quad \bar{v} = \bar{v}_y. \quad (1.1.4)$$

4. Определим ускорение точки:

$$\begin{aligned}
 a_x = \dot{v}_x &= -16\pi^2 \cdot \cos(4\pi \cdot t) = -16\pi^2 \cdot \cos 0 = -16\pi^2 \text{ м/с}^2; \\
 a_y = \dot{v}_y &= -3,2\pi^2 \cdot \sin(4\pi \cdot t) = -3,2\pi^2 \cdot \sin 0 = 0; \\
 a = a_x &= -16\pi^2 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a} = \bar{a}_x
 \end{aligned}
 \tag{1.1.5}$$

5. Касательное ускорение точки М для заданного положения механизма равно

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v} = \frac{0 \cdot (-16\pi^2) + 0,8\pi \cdot 0}{0,8\pi} = 0.$$

6. Нормальное ускорение равно

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{(16\pi^2)^2 - 0} = 16\pi^2 \text{ м/с}^2.$$

7. Для заданного положения механизма радиус кривизны траектории точки М равен

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(0,8\pi)^2}{16\pi^2} = 0,04 \text{ м}.$$

Задача 1.2 На проволочной окружности радиуса $R = 10$ см надето колечко М; через него проходит стержень ОА, который равномерно вращается вокруг точки О, лежащей на той же окружности. Угловая скорость стержня такова, что он поворачивается на прямой угол за 5 секунд. Определить скорость v и ускорение a колечка М.

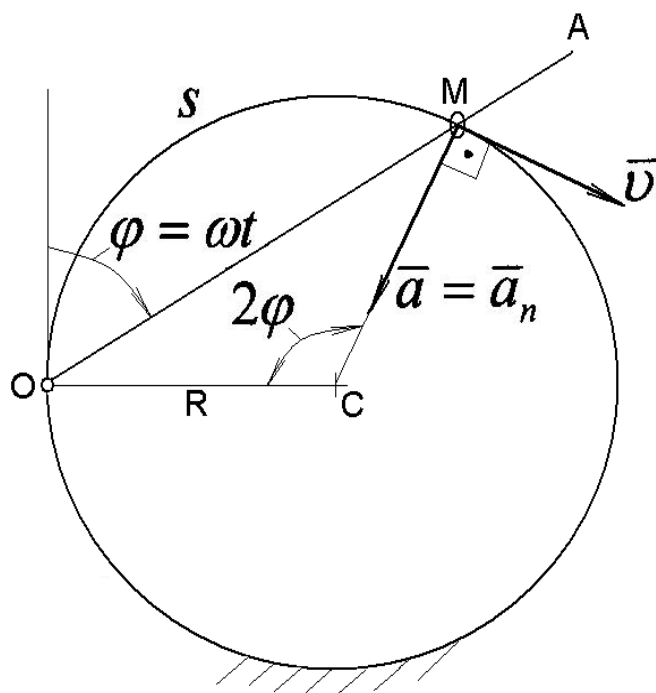


Рисунок 1.2.1 Скорость и ускорение колечка М

Решение. В данной задаче имеется три твердых тела: 1) неподвижная проволочная окружность радиуса R ; 2) стержень OA , равномерно вращающийся вокруг неподвижной оси O ; 3) колечко M , принимаемое за материальную точку, и движущееся по окружности радиуса R .

При равномерном вращении угол φ поворота стержня OA равен $\varphi = \omega \cdot t$. Угловую скорость ω стержня можно определить из условия, что стержень поворачивается на прямой угол за 5 секунд, т.е.

$$\pi/2 = \omega \cdot 5, \text{ откуда } \omega = \pi/10 \text{ рад/с, } \varphi = \frac{\pi}{10} \cdot t \text{ рад.}$$

В равнобедренном треугольнике OMC угол при вершине C равен 2φ , следовательно дуговая координата s точки M равна

$$s = 2\varphi \cdot R = 2 \frac{\pi}{10} \cdot t \cdot 0,1 = 0,02\pi \cdot t.$$

Подведем итог. Для точки M известны: 1) траектория – окружность радиуса R ; начальное положение O точки на траектории; закон движения точки по траектории в виде зависимости $s = s(t)$. Таким образом, движение точки M задано в естественной форме.

Определим скорость точки

$$v = \frac{ds}{dt} = 0,02\pi \text{ м/с; } v = const.$$

Вектор скорости направлен по касательной к траектории точки.

Определим ускорение \bar{a} точки, имеющее в общем случае две составляющие – нормальную \bar{a}_n и касательную \bar{a}_τ .

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau.$$

Нормальное ускорение \bar{a}_n направлено к центру кривизны траектории и по модулю равно

$$a_n = v^2 / \rho = v^2 / R = (0,02\pi)^2 / 0,1 = 0,0004\pi^2 \text{ м/с}^2.$$

Касательное ускорение точки $a_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$, т.к. в данной задаче $v = const$.

Таким образом, ускорение точки M равно $a = a_n = 0,004\pi^2 \text{ м/с}^2$.

Задача 1.3 Точка М движется с постоянным ускорением a_τ по окружности радиуса R без начальной скорости (рисунок 1.3.1). Через сколько секунд после начала движения касательное и нормальное ускорения станут численно равны между собой?

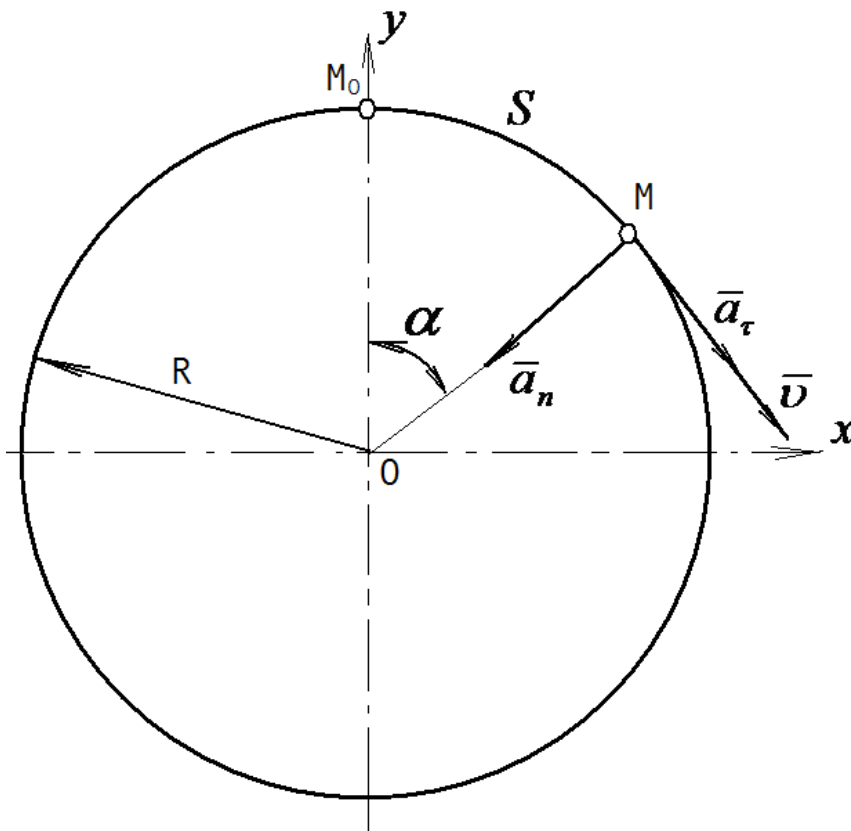


Рисунок 1.3.1 Движение точки М по окружности

Решение. При движении по окружности нормальное и касательное ускорения точки определяются соответственно по формулам:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Интегрируем уравнение $dv = a_\tau \cdot dt$ и получим при $a_\tau = const$:

$$\int_0^v dv = a_\tau \int_0^t dt; \quad v = a_\tau \cdot t.$$

В искомый момент времени нормальное и касательное ускорения равны между собой:

$$\frac{(a_\tau \cdot t)^2}{R} = a_\tau; \quad t = \sqrt{\frac{R}{a_\tau}}.$$

Задача 1.4 Стержень, конец А которого скользит от точки О по неподвижной прямой Oy с постоянной скоростью v_A , проходит через муфту, вращающуюся на шарнире вокруг неподвижной точки В. Известно: $v_A = 0,03$ м/с; $a = 0,5$ м; $b = 0,2$ м.

1. Составить уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат.
2. Вычертить траекторию точки М.
3. Найти скорость точки М и построить график зависимости скорости точки от времени.

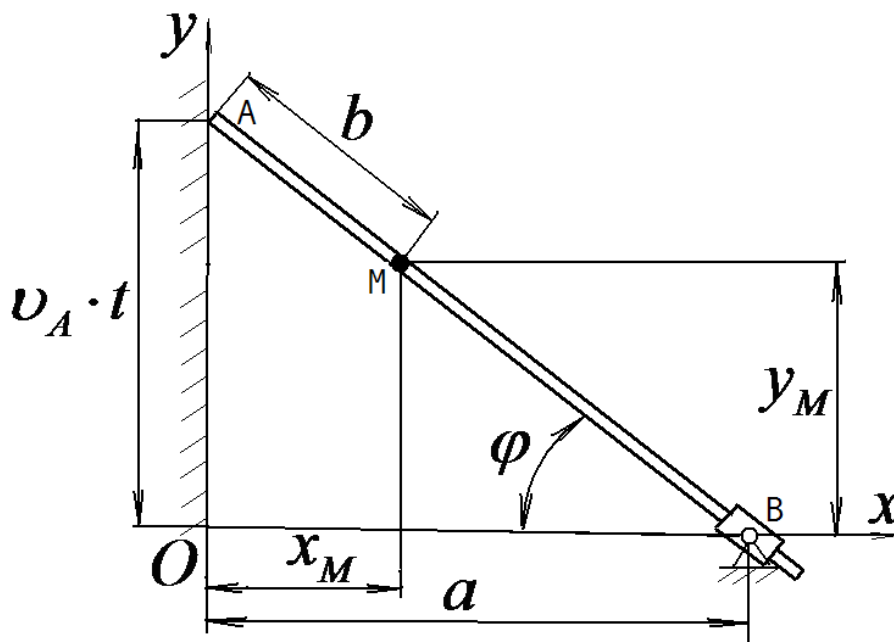


Рисунок 1.4.1 Расчетная схема к задаче 1.4

Решение.

$$\text{В } \triangle ABO: \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{v_A \cdot t}{a}; \quad \sin \varphi = \frac{v_A \cdot t}{\sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}}; \quad \cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}}.$$

Текущие координаты точки М равны:

$$x = b \cdot \cos \varphi = b \cdot \frac{a}{\sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}};$$

$$y = (a - x) \cdot \operatorname{tg} \varphi = \left(a - b \cdot \frac{a}{\sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}} \right) \frac{v_A \cdot t}{a} = \left(1 - \frac{b}{\sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}} \right) \cdot v_A \cdot t. \quad (1.4.1)$$

Введем обозначение

$$s = \sqrt{(v_A \cdot t)^2 + a^2}. \quad (1.4.2)$$

Тогда текущие координаты точки можно определить:

$$x = \frac{a \cdot b}{s}; \quad y = \left(1 - \frac{b}{s}\right) \cdot v_A \cdot t. \quad (1.4.3)$$

Дважды дифференцируем выражение (1.4.2) по времени:

$$\dot{s} = v_A^2 \cdot \frac{t}{s}; \quad \ddot{s} = v_A^2 \cdot \frac{s - t \cdot \dot{s}}{s^2}. \quad (1.4.5)$$

Продифференцировав (1.4.3) по времени, определяем скорость точки М:

$$v_x = \dot{x} = -\frac{a \cdot b}{s^2} \cdot \dot{s}; \quad v_y = v_A \cdot \left(\frac{b \cdot \dot{s}}{s^2} \cdot t + 1 - \frac{b}{s}\right); \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (1.4.6)$$

Определяем промежуток времени τ , за который угол φ наклона стержня достигнет значения 60° :

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{v_A \cdot \tau}{a}; \quad \tau = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{v_A} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,5}{0,03} = 28,8 \text{ с.}$$

Таблица 1.4.1 Кинематические параметры движения точки М стержня

t , с	x , м	y , м	v_x , м/с	v_y , м/с	v , м/с
0	0,200	0	0	0,0180	0,0180
2,4	0,198	0,043	-0,0004	0,0301	0,0301
4,8	0,192	0,089	-0,008	0,0305	0,0305
7,2	0,184	0,137	-0,0012	0,0309	0,0310
9,6	0,173	0,188	-0,0015	0,0315	0,0315
12,0	0,162	0,243	-0,0018	0,0320	0,0321
14,4	0,151	0,301	-0,0020	0,0326	0,0326
16,8	0,141	0,362	-0,0021	0,0330	0,0331
19,2	0,131	0,465	-0,0023	0,0334	0,0335
21,6	0,120	0,556	-0,0024	0,0337	0,0338
24,0	0,114	0,623	-0,0025	0,0340	0,0341
26,4	0,107	0,623	-0,0025	0,0343	0,0344
28,8	0,100	0,691	-0,0026	0,0345	0,0346

Производим многократные расчеты по формулам (1.4.1-1.4.6), разбив промежутков времени τ на 12 равных частей. Используем электронную таблицу Excel для проведения вычислений и построения графиков на рисунках 1.4.2 и 1.4.3.

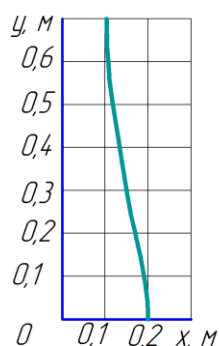


Рисунок 1.4.2
Траектория точки
М стержня

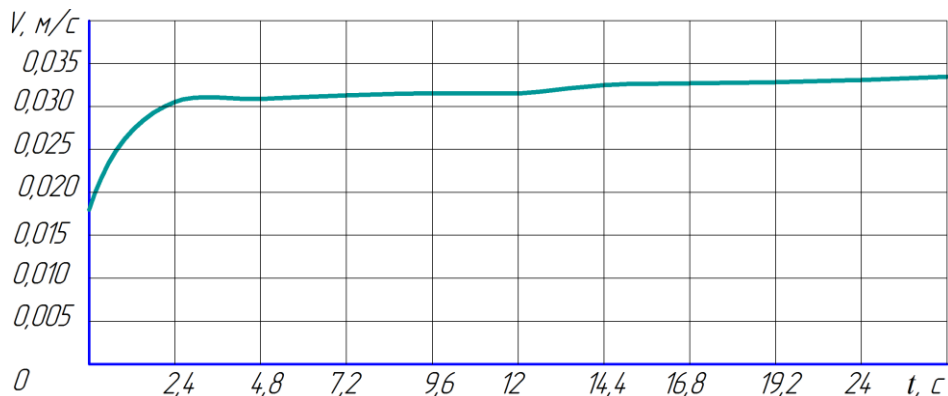


Рисунок 1.4.3 График зависимости скорости
точки М от времени

Задача 1.5 Колесо радиуса $R=0,4$ м катится без скольжения по прямолинейному рельсу (рисунок 1.5.1). Скорость центра колеса постоянна и равна $v_c = \frac{\pi}{2}$ м/с. Точка М лежит на продолжении радиуса СА колеса, $MA = a = 0,2$ м. В начальный момент радиус СА занимал нижнее вертикальное положение.

1. По заданному движению механизма составить уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат.

2. Вычертить траекторию точки М.

3. Найти скорость точки М.

4. Определить касательное, нормальное и полное ускорения точки, радиус кривизны траектории. Построить графики зависимостей скорости и касательного ускорения точки М от времени.

Решение. Пользуясь кинематической схемой на рисунке 1.5.1, составим уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат.

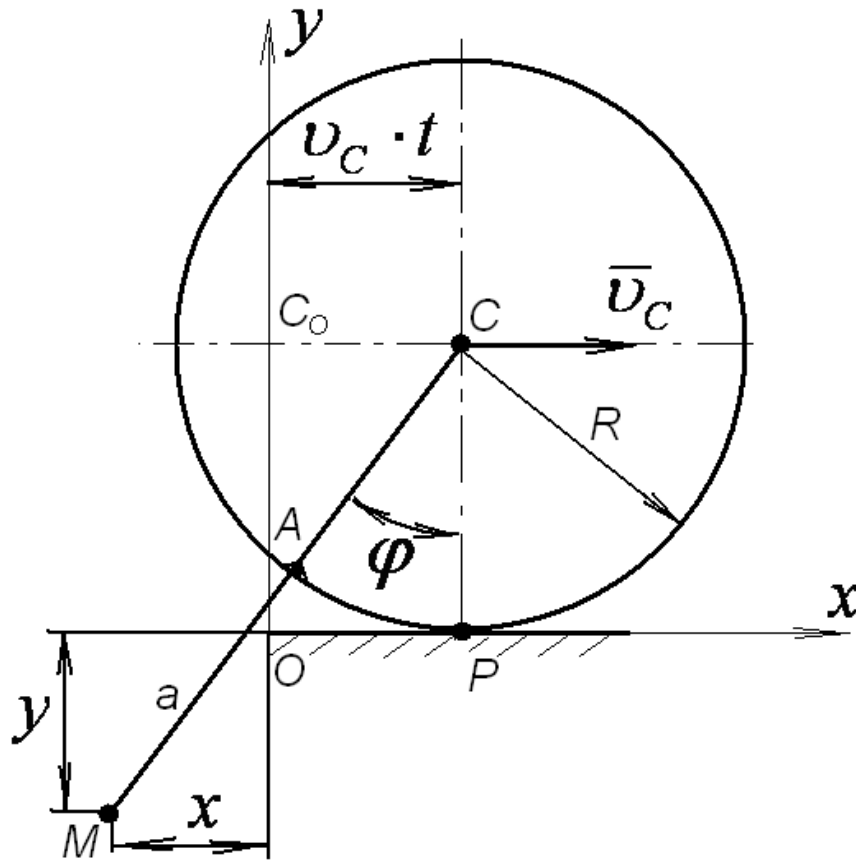


Рисунок 1.5.1 Кинематическая схема к задаче 1.5

При движении с постоянной скоростью путь, пройденный центром С колеса равен

$$C_0C = OP = AP = v_C \cdot t.$$

Угол поворота колеса, катящегося без скольжения, равен

$$\varphi = \frac{AP}{R} = \frac{v_C \cdot t}{R}.$$

Определим координаты точки М:

$$\begin{aligned} x &= v_C \cdot t - CM \cdot \sin \varphi = v_C \cdot t - (R + a) \cdot \sin\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right), \\ y &= R - CM \cdot \cos \varphi = R - (R + a) \cdot \cos\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right). \end{aligned} \quad (1.5.1)$$

Дифференцируем уравнения (1.5.1) и определяем скорость точки М:

$$\begin{aligned} v_x = \dot{x} &= v_C \left(1 - \frac{R+a}{R} \cdot \cos\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right)\right), \quad v_y = \dot{y} = v_C \cdot \frac{R+a}{R} \cdot \sin\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right), \\ v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

Аналогично определяем ускорение точки:

$$\begin{aligned} a_x = \dot{v}_x &= v_C^2 \cdot \frac{R+a}{R^2} \cdot \sin\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right), \quad a_y = \dot{v}_y = v_C^2 \cdot \frac{R+a}{R^2} \cdot \cos\left(\frac{v_C \cdot t}{R}\right), \\ a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

Касательное ускорение точки М равно первой производной по времени от скорости точки

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{2v_x \cdot a_x + 2v_y \cdot a_y}{2\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v}. \quad (1.5.4)$$

Нормальное ускорение равно

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \quad (1.5.5)$$

Вычислим радиус кривизны траектории точки М

$$\rho = \frac{v^2}{a_n}. \quad (1.5.6)$$

Определим время τ одного оборота колеса, приравняв угол поворота $\varphi = 2\pi$:

$$\tau = \frac{2\pi \cdot R}{v_c}. \quad (1.5.7)$$

Поделив время τ на 12 частей, производим многократные вычисления по формулам (1.5.1-1.5.6). Результаты вычислений приведены в таблице 1.5.1. По результатам вычислений построены траектория точки М, графики скорости и касательного ускорения (рисунки 1.5.2, 1.5.3 и 1.5.4 соответственно). Расчеты и построение графиков упрощаются при использовании электронной таблицы Excel.

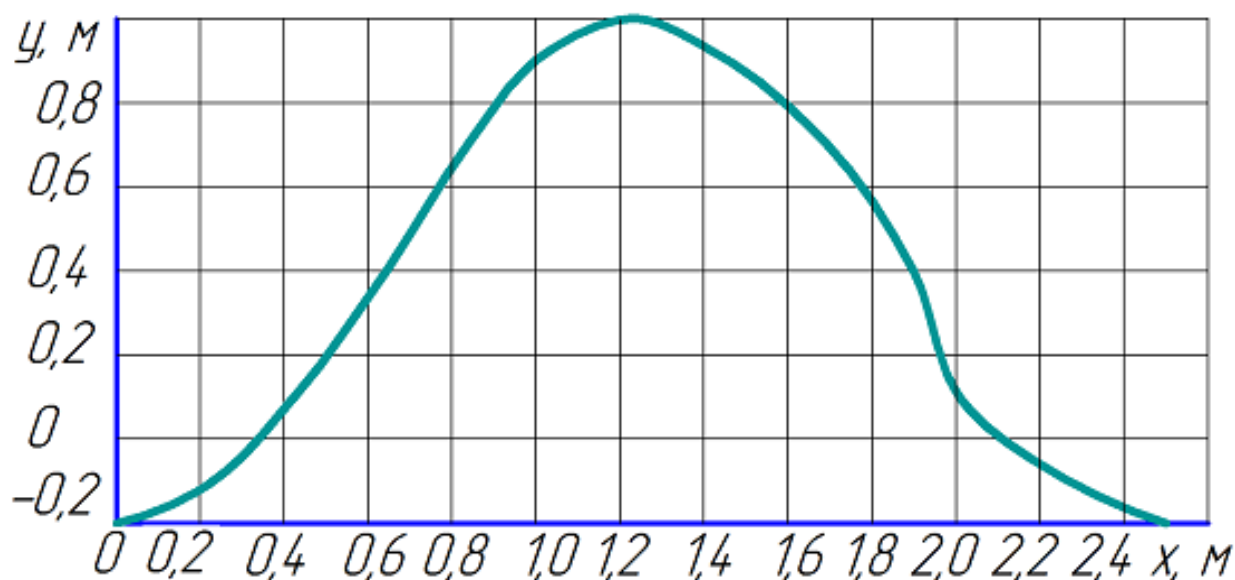


Рисунок 1.5.2 Траектория вынесенной точки М колеса – удлиненная циклоида

Таблица 1.5.1 Кинематические параметры движения точки М в зависимости от времени

t, c	0	0,133	0,267	0,400	0,533	0,667	0,800	0,933	1,067	1,200	1,333	1,467	1,600
x, m	0	-0,091	-0,101	0,028	0,318	0,747	1,257	1,766	2,195	2,485	2,614	2,604	2,514
y, m	-0,200	-0,120	0,100	0,400	0,700	0,920	1,000	0,920	0,700	0,400	0,100	-0,120	-0,200
$v_x, m/c$	-0,785	-0,469	0,393	1,571	2,749	3,612	3,927	3,612	2,749	1,571	0,393	-0,470	-0,785
$v_y, m/c$	0	1,178	2,041	2,356	2,041	1,178	0	-1,178	-2,041	-2,356	-2,041	-1,178	0
$U, m/c$	0,785	1,268	2,078	2,832	3,424	3,799	3,927	3,799	3,424	2,832	2,078	1,268	0,785
$a_x, m/c^2$	0	4,627	8,013	9,253	8,013	4,626	0	-4,627	-8,013	-9,253	-8,013	-4,626	0
$a_y, m/c^2$	9,253	8,013	4,627	0	-4,627	-8,013	-9,253	-8,013	-4,627	0	4,627	8,013	9,253
$a, m/c^2$	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253	9,253
$a_\tau, m/c^2$	0	5,729	6,058	5,133	3,678	1,914	0	-1,914	-3,678	-5,133	-6,058	-5,729	0
$a_n, m/c^2$	9,253	7,266	6,994	7,698	8,491	9,053	9,253	9,053	8,491	7,698	6,994	7,266	9,253
ρ, m	0,067	0,221	0,617	1,042	1,380	1,594	1,667	1,594	1,380	1,042	0,617	0,221	0,067

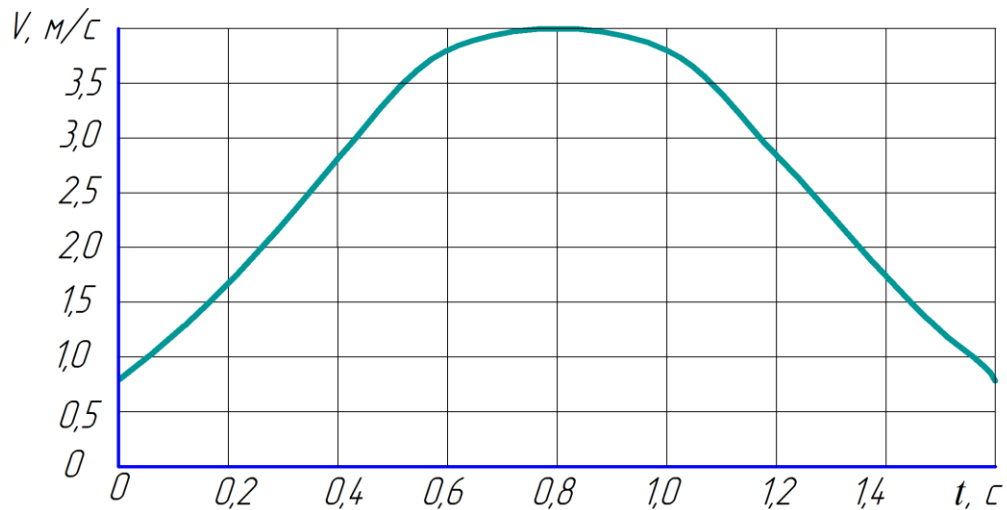


Рисунок 1.5.3 Зависимость скорости точки М от времени

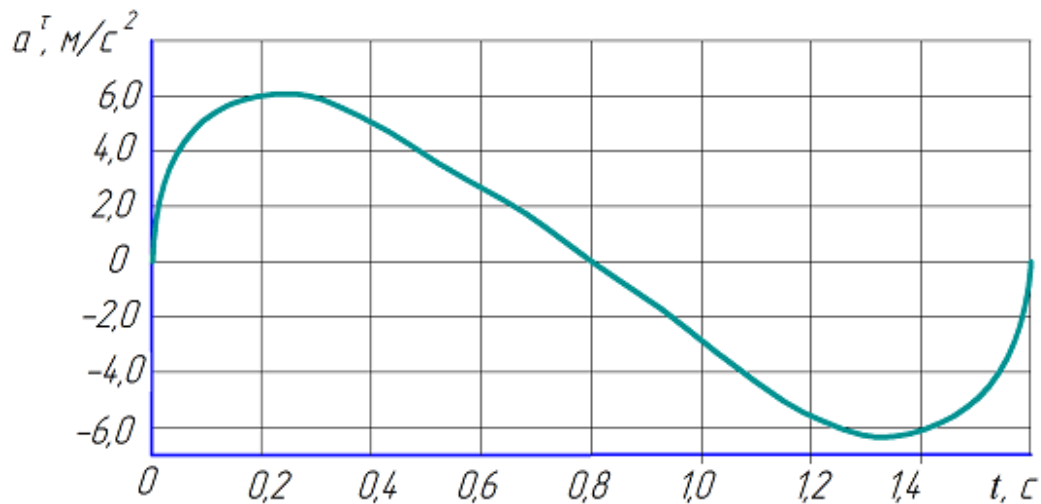


Рисунок 1.5.4 Зависимость касательного ускорения точки М от времени

Задача 1.6 Прямая АВ катится без скольжения по окружности радиуса $R=0,5$ м так, что угол φ изменяется по закону $\varphi = \frac{\pi}{4} \cdot t$ рад. В начальный момент точка М совпадала с точкой К. Требуется:

1. По заданному движению механизма составить уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат.
2. Вычертить траекторию точки М.
3. Найти скорость точки М.
4. Определить касательное, нормальное и полное ускорения точки, радиус кривизны траектории.

5. Построить графики скорости и полного ускорения точки.

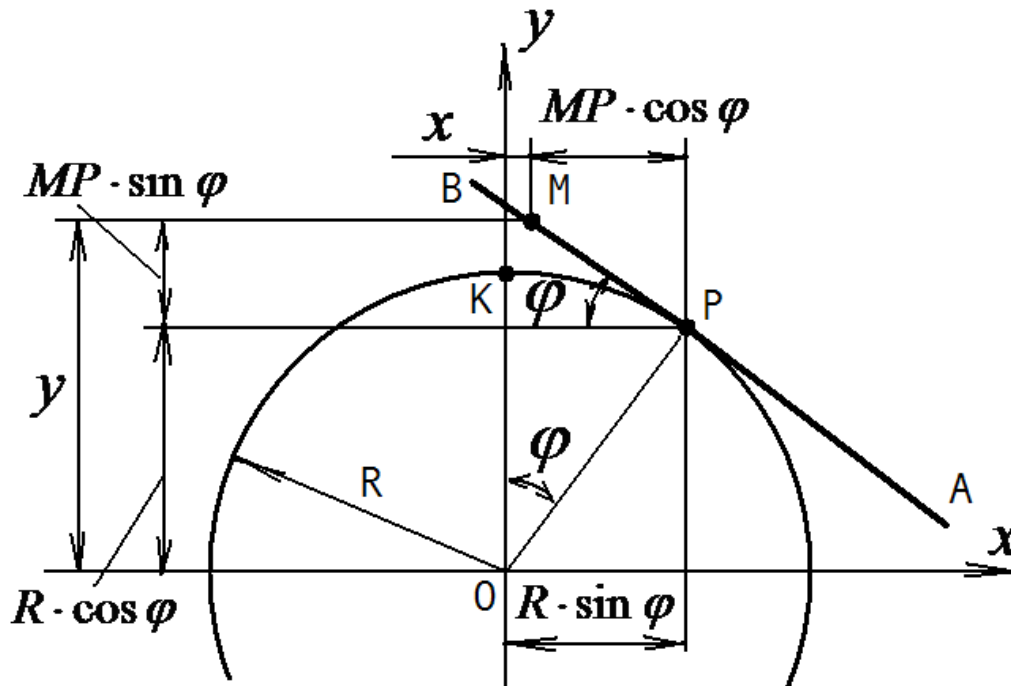


Рисунок 1.6.1 Кинематическая схема к задаче 1.6

Решение. 1. Пользуемся кинематической схемой на рисунке 1.6.1. Составим уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат. При качении прямой АВ по основной окружности длина дуги РК равна длине отрезка РМ, т.е.:

$$PK = PM = R \cdot \varphi = R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot t.$$

Координаты точки М прямой АВ равны:

$$x = R \cdot \sin \varphi - MP \cdot \cos \varphi = R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) - R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right);$$

$$y = R \cdot \cos \varphi + MP \cdot \sin \varphi = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) + R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right). \quad (1.6.1)$$

2. Скорость точки М находим по ее проекциям на оси координат:

$$v_x = \dot{x} = -R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) - R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) + R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) = R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right);$$

$$v_y = \dot{y} = -R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) + R \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) + R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) = R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right);$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (1.6.2)$$

3. Аналогично определяем ускорение точки:

$$a_x = \dot{v}_x = R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) + \frac{\pi}{4} \cdot t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right)\right);$$

$$a_y = R \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right) - \frac{\pi}{4} \cdot t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot t\right)\right);$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \quad (1.6.3)$$

4. Касательная составляющая ускорения определяется по формуле

$$a_\tau = \frac{v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y}{v}. \quad (1.6.4)$$

5. Вычисляем нормальное ускорение точки М

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}. \quad (1.6.5)$$

6. Находим радиус кривизны траектории

$$\rho = \frac{v^2}{a_n}. \quad (1.6.6)$$

Вычисляем время τ , за которое стержень АВ повернется на угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$

рад:

$$\frac{\pi}{4} \cdot \tau = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tau = 2 \text{ с.}$$

Поделив время τ на 12 частей, производим многократные вычисления по формулам (1.6.1-1.6.6). Результаты вычислений приведены в таблице 1.6.1. По результатам вычислений на рисунке 1.6.2 построена траектория точки М, графики изменения скорости и ускорения точки показаны на рисунке 1.6.3.

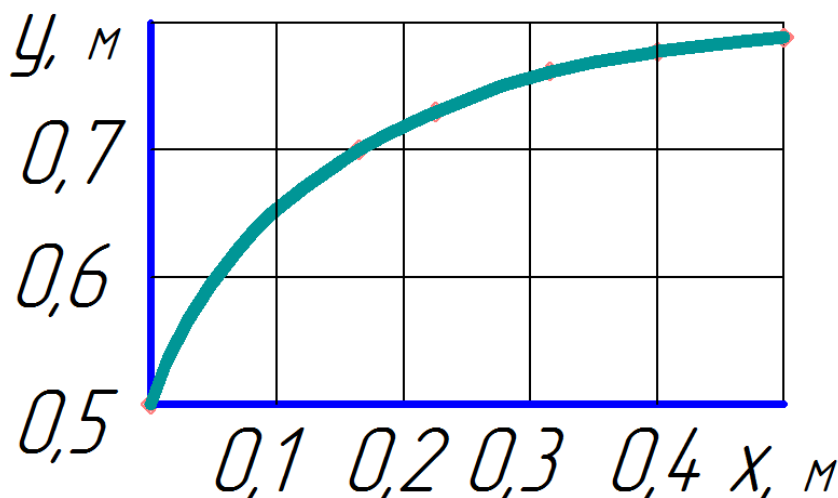


Рисунок 1.6.2 Траектория точки М – эвольвента

Таблица 1.6.1 Кинематические параметры движения точки М в зависимости от времени

t, c	0	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6	1	7/6	4/3	3/2	5/3	11/6	2
x, m	0	0,0004	0,003	0,010	0,023	0,045	0,076	0,118	0,171	0,237	0,314	0,402	0,500
y, m	0,500	0,504	0,517	0,537	0,564	0,596	0,631	0,668	0,703	0,736	0,762	0,779	0,785
$U_x, m/c$	0	0,007	0,027	0,059	0,103	0,156	0,218	0,285	0,356	0,427	0,497	0,561	0,617
$U_y, m/c$	0	0,051	0,099	0,142	0,178	0,204	0,218	0,219	0,206	0,177	0,133	0,074	0
$U, m/c$	0	0,051	0,103	0,154	0,206	0,257	0,308	0,360	0,418	0,447	0,477	0,508	0,574
$a_x, m/c^2$	0	0,080	0,158	0,230	0,294	0,348	0,389	0,417	0,429	0,424	0,402	0,364	0,308
$a_y, m/c^2$	0,308	0,301	0,277	0,239	0,186	0,122	0,047	-0,036	-0,125	-0,218	-0,310	-0,400	-0,484
$a_1, m/c^2$	0,308	0,311	0,319	0,331	0,348	0,369	0,392	0,418	0,447	0,447	0,508	0,541	0,574
$a_\tau, m/c^2$	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308	0,308
$a_n, m/c^2$	0	0,040	0,081	0,121	0,161	0,202	0,242	0,283	0,323	0,363	0,404	0,444	0,484
ρ, m	0	0,065	0,131	0,195	0,262	0,327	0,393	0,458	0,524	0,589	0,654	0,720	0,785

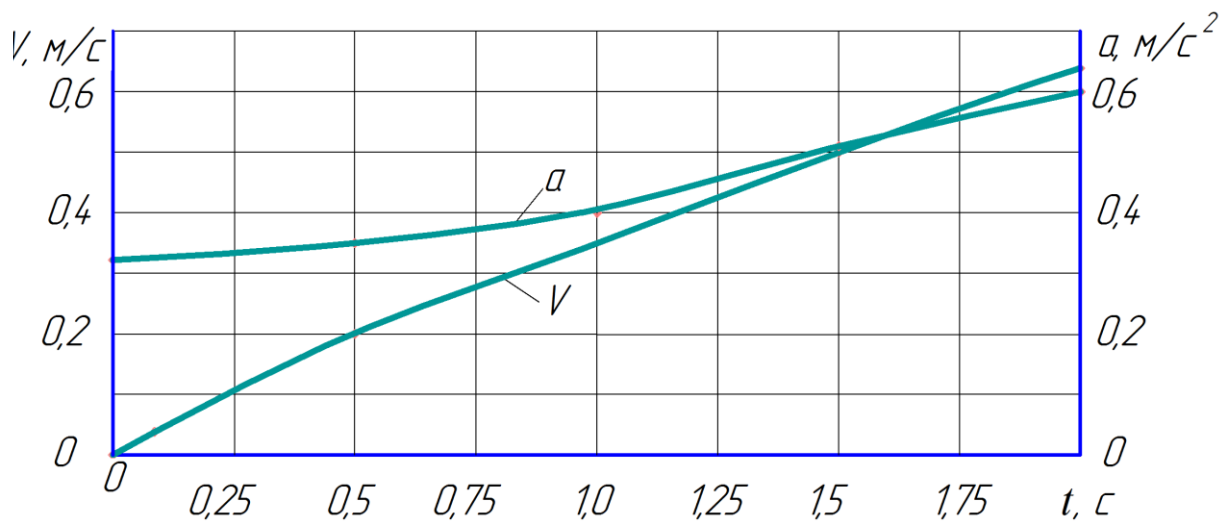


Рисунок 1.6.3 Зависимости скорости и ускорения точки М от времени

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2. ПРОСТЕЙШИЕ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

К числу простейших относятся поступательное движение твердого тела и вращение вокруг неподвижной оси.

Поступательным называется такое движение твердого тела, при котором любой отрезок прямой, неизменно связанный с движущимся телом, остается параллельным своему первоначальному положению. При поступательном движении все точки твердого тела двигаются по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения. Поэтому кинематика поступательного движения твердого тела совпадает с кинематикой одной любой его точки.

Ротор на рисунке 2.1 вращается вокруг неподвижной оси z . Положение ротора определяется уравнением вида $\varphi = \varphi(t)$, где φ – угол поворота ротора вокруг оси z в рад; t – время в с. Угловая скорость ω и угловое ускорение ε твердого тела соответственно равны:

$$\omega = \dot{\varphi}; \quad \varepsilon = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}.$$

Единица измерения угловой скорости в системе СИ рад/с, углового ускорения – рад/с².

Скорость произвольной точки М ротора может быть найдена по формуле $v = \omega \cdot r$, где r – кратчайшее расстояние от точки до оси вращения (рисунок 2.1).

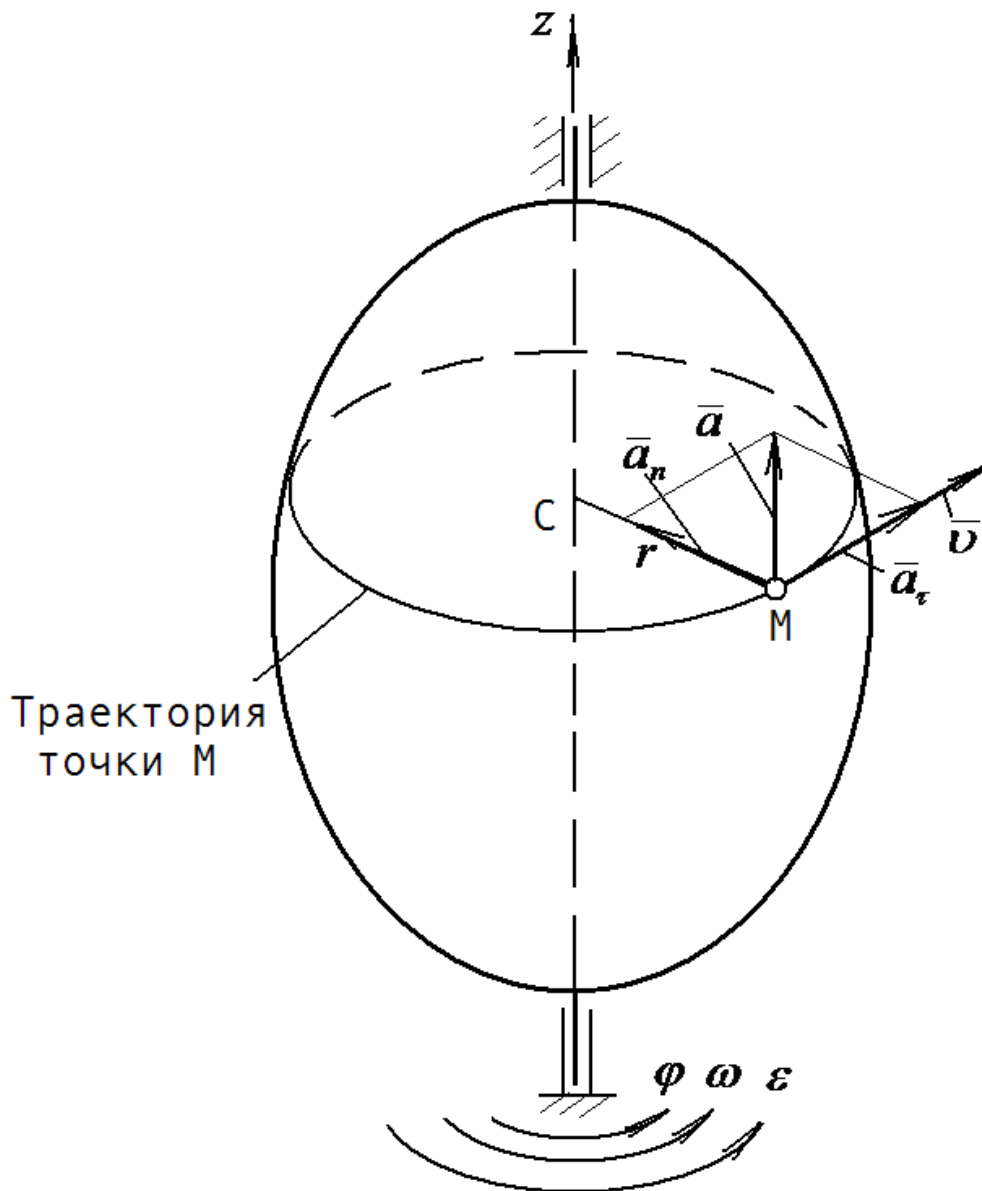


Рисунок 2.1 Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Вектор скорости \bar{v} направлен касательно траектории в сторону вращения ротора. Ускорение \bar{a} точки М имеет в общем случае две составляющие – нормальную \bar{a}_n , направленную к оси вращения, и касательную \bar{a}_τ , перпендикулярную нормальной. Для определения ускорения точки М ротора необходимо пользоваться зависимостями:

$$a_n = \omega^2 \cdot r; \quad a_\tau = \varepsilon \cdot r; \quad \bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}.$$

Во многих механизмах осуществляется передача вращательного движения от одного вала к другому зубчатыми, ременными и другими видами

передач (рисунок 2.2). При определении угловых скоростей в этом случае удобно пользоваться понятием передаточного отношения.

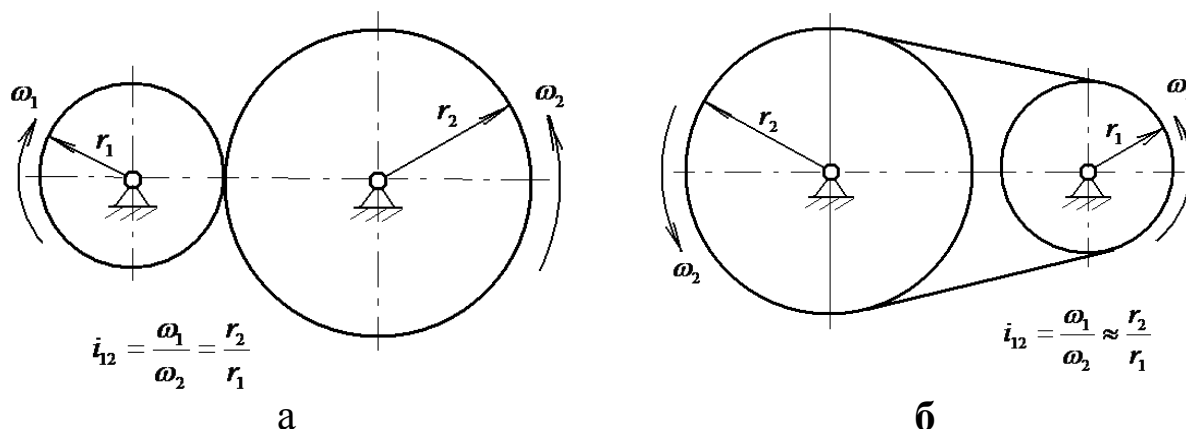


Рисунок 2.2 Передача вращательного движения:
а – зубчатая передача; б – ременная передача

Задача 2.1 Вал радиуса $R = 10$ см приводится во вращение гирей, привешенной к нему на нити (рисунок 1, а). Движение гири выражается уравнением $x = 100t^2$, где x – расстояние гири от места схода нити с поверхности вала, выраженное в сантиметрах, t – время в секундах. Определить угловую скорость ω и угловое ускорение ε вала, а также скорость и полное ускорение точки M на поверхности вала в момент t .

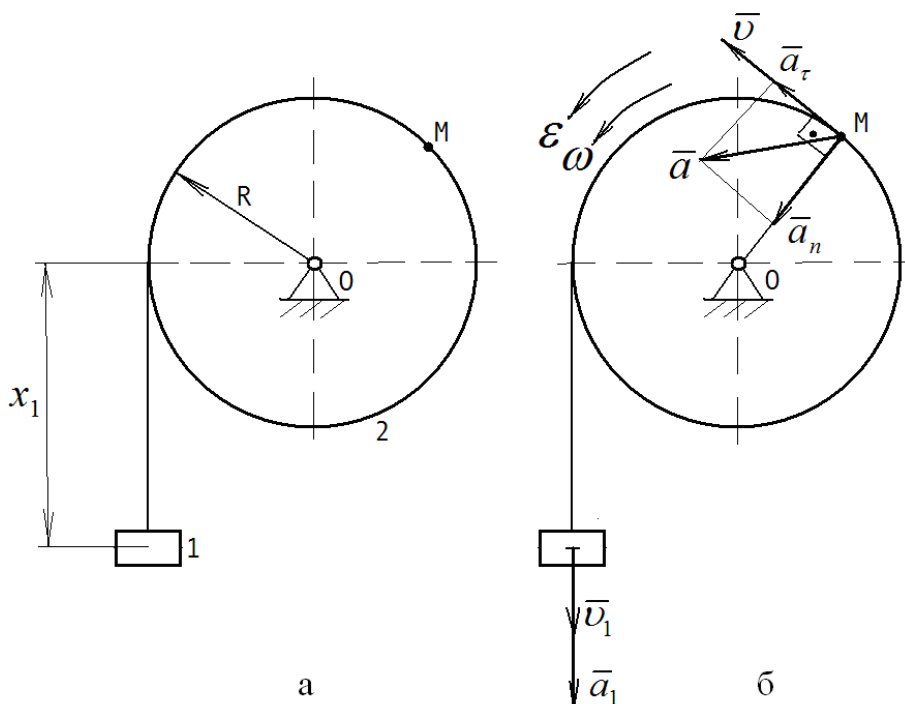


Рисунок 2.1.1 Движение гири и вала: а – кинематическая схема;
б – кинематические характеристики движения твердых тел

Решение. Механическая система содержит два твердых тела – гирию 1, движущуюся поступательно, и вал 2, вращающийся вокруг неподвижной оси. Определим скорость и ускорение гири в любой момент времени:

$$v_1 = \dot{x} = 2t \text{ м/с}; \quad a_1 = \dot{v}_1 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Покажем вектора \bar{v}_1 и \bar{a}_1 на чертеже рисунок 2.1.1, б.

Определим угловую скорость и угловое ускорение вала:

$$\omega = \frac{v_1}{R} = \frac{2t}{0,1} = 20t \text{ рад/с}; \quad \varepsilon = \dot{\omega} = 20 \text{ рад/с}^2.$$

Покажем ω и ε на чертеже круговыми стрелками.

Скорость произвольной точки М на поверхности вала равна

$$v = \omega \cdot R = 20t \cdot 0,1 = 2t \text{ м/с}.$$

Ускорение точки складывается из двух составляющих

$$\bar{a} = \bar{a}_n + \bar{a}_\tau.$$

Определим и покажем на чертеже нормальное и касательное ускорения точки М:

$$a_n = \omega^2 \cdot R = (20t)^2 \cdot 0,1 = 40t^2 \text{ м/с}^2; \quad a_\tau = \varepsilon \cdot R = 20 \cdot 0,1 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение точки М в любой момент времени равно

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(40t^2)^2 + 2^2} \text{ м/с}^2.$$

Задача 2.2 Станок со шкивом 2 приводится в движение из состояния покоя бесконечным ремнем от шкива 1 электродвигателя (рисунок 2.2.1). Радиусы шкивов $r_1 = 75$ см и $r_2 = 30$ см; после пуска в ход электродвигателя его угловое ускорение равно $\varepsilon_1 = 0,4\pi$ рад/с². Пренебрегая скольжением ремня по шкивам, определить через какое время τ угловая скорость станка будет равна $\omega_2 = 10\pi$ рад/с.

Решение. Вычислим передаточное отношение ременной передачи. При отсутствии проскальзывания ремня оно равно

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{0,3}{0,75} = 0,4.$$

Определим угловое ускорение вала станка

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 / i_{12} = 0,4\pi / 0,4 = \pi \text{ рад/с}^2.$$

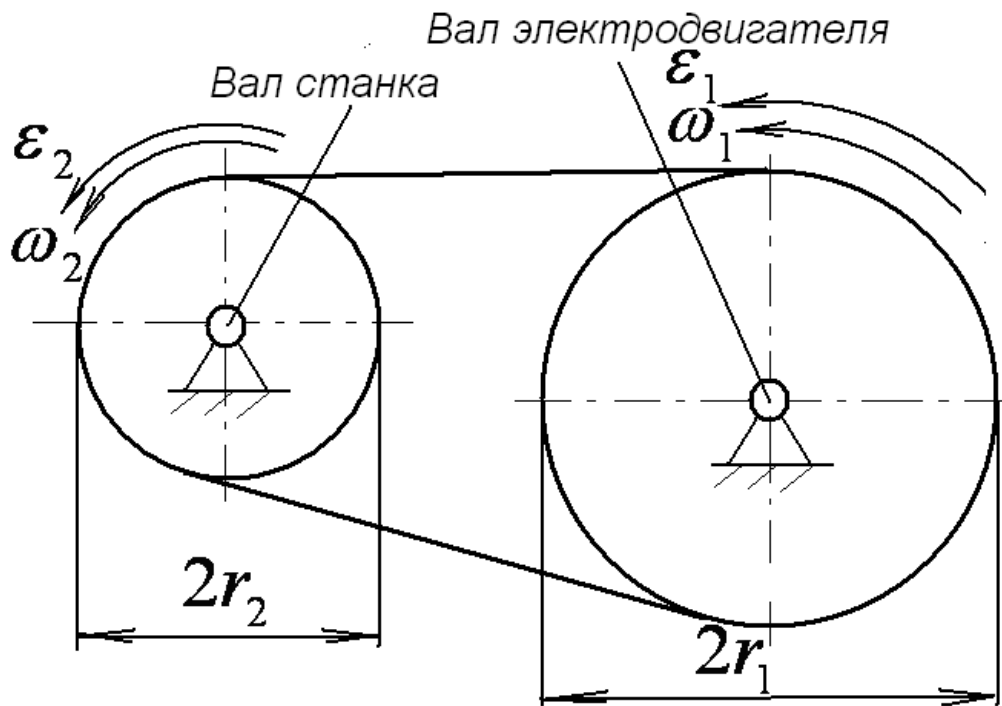


Рисунок 2.2.1 Привод металлорежущего станка

Угловое ускорение равно первой производной по времени от угловой скорости:

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt}; \quad d\omega_2 = \varepsilon_2 \cdot dt; \quad \int_0^{10\pi} d\omega_2 = \varepsilon_2 \int_0^{\tau} dt; \quad 10\pi = \varepsilon_2 \cdot \tau; \quad \tau = 10 \text{ с.}$$

Задача 2.3 В механизме стрелочного индикатора движение от рейки мерительного штифта 1 передается шестерне 2, на оси которого укреплено зубчатое колесо 3, сцепляющееся с шестерней 4, несущей стрелку. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задано уравнением $x = a \cdot \sin kt$ и радиусы зубчатых колес соответственно равны r_2, r_3 и r_4 .

Решение. Штифт 1 совершает поступательное прямолинейное движение, скорости всех его точек, включая точку зацепления с шестерней 2, равны

$$v_1 = \dot{x} = ak \cdot \cos kt.$$

Общая угловая скорость зубчатых колес 1 и 2 равна

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{v_1}{r_2} = \frac{ak}{r_2} \cdot \cos kt.$$

Определим передаточное отношение зубчатой пары 3,4

$$i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{r_4}{r_3},$$

откуда угловая скорость зубчатого колеса 4 со стрелкой равна

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_{34}} = \frac{r_3}{r_2 \cdot r_4} \cdot \cos kt.$$

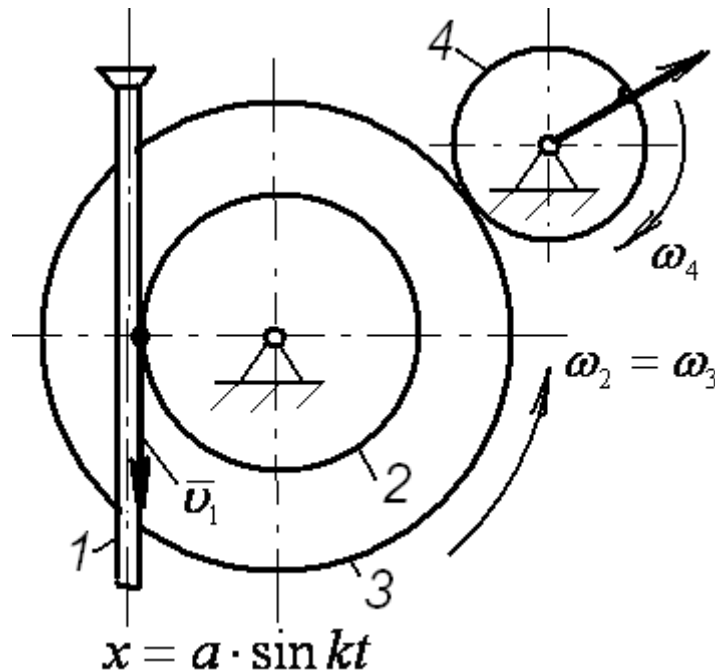


Рисунок 2.3.1 Механизм стрелочного индикатора

Стрелка индикатора совершает гармоническое колебательное движение.

Задача 2.4 В механизме домкрата, показанного на рисунке 2.4.1, при вращении рукоятки А начинают вращаться шестерни 1, 2, 3, 4 и 5, которые приводят в движение зубчатую рейку В домкрата. Определить скорость последней, если рукоятка А вращается с угловой скоростью, равной π рад/с. Числа зубьев шестерен: $z_1 = 6$, $z_2 = 24$, $z_3 = 8$, $z_4 = 32$; радиус пятой шестерни $r_5 = 4$ см.

Решение. Определим передаточные отношения для зацеплений зубчатых колес:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{34} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_3}.$$

Перемножив найденные передаточные отношения, определим передаточное отношение всего домкрата:

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{34} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{24}{6} \cdot \frac{32}{8} = 16.$$

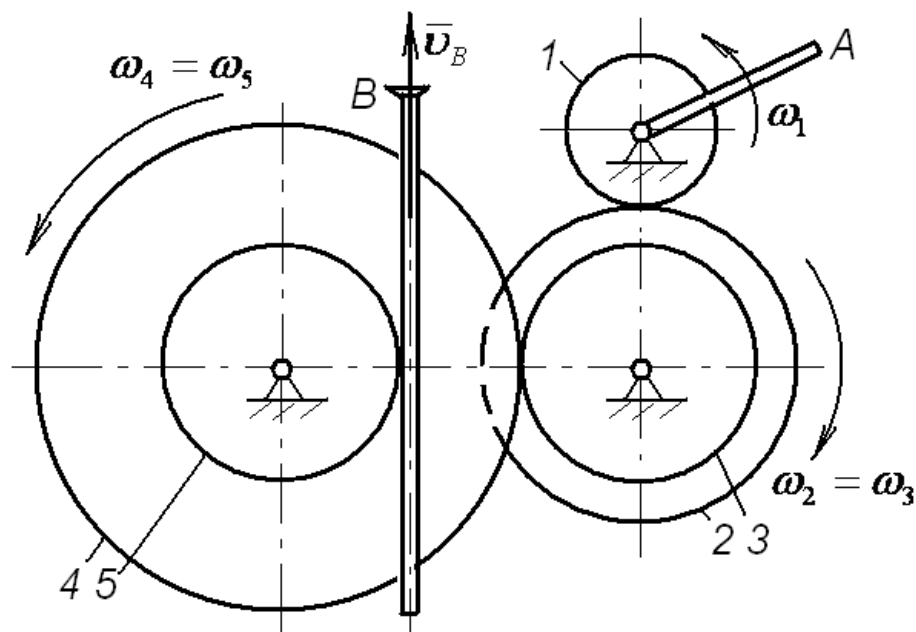


Рисунок 2.4.1 Механизм зубчатого домкрата

По составленному передаточному отношению i_{14} определяем угловые скорости колес 4 и 5:

$$\omega_4 = \omega_5 = \omega_1 / i_{14} = \pi / 16 = 0,196 \text{ рад/с.}$$

Скорость подъема рейки равна

$$v_B = \omega_5 \cdot r_5 = 0,196 \cdot 0,04 = 0,00785 \text{ м/с} = 7,85 \text{ мм/с.}$$

Задача 2.5 Найти закон движения толкателя кулачкового механизма, показанного на рисунке 2.5.1, если диаметр эксцентрика $d = 2r$, а ось O вращения кулачка находится от его центра C на расстоянии $OC = e$, ось Ox направлена по толкателю, начало отсчета – на оси вращения, $y/r = \lambda$.

Решение. Для определения координаты x толкателя воспользуемся расчетной схемой на рисунке 2.5.2. Из треугольников OBC и ABC получим:

$$r \cdot \sin \alpha = e \cdot \sin \varphi; \quad \sin \alpha = \frac{e}{r} \cdot \sin \varphi = \lambda \cdot \sin \varphi; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}.$$

В ΔAOC :

$$x = AO = OB + AB = e \cdot \cos \varphi + r \cdot \cos \alpha = e \cdot \cos \varphi + r \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}.$$

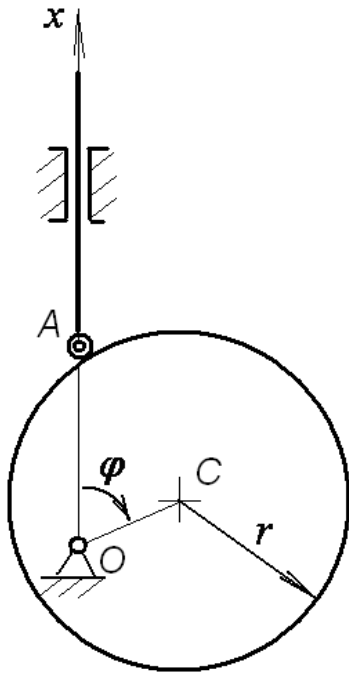


Рисунок 2.5.1 Кулачковый механизм с поступательно движущимся толкателем

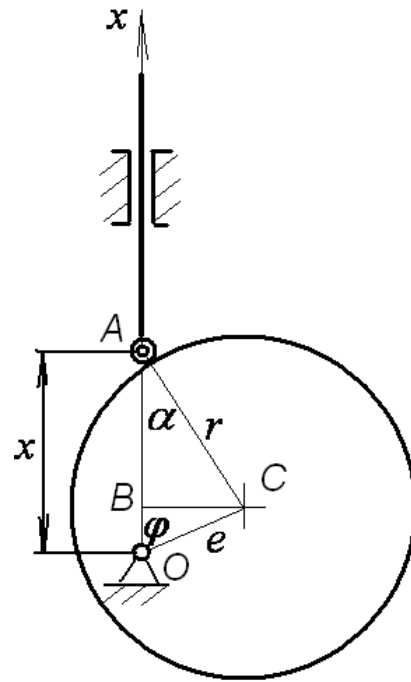


Рисунок 2.5.2 Определение закона движения толкателя

Задача 2.6 Найти, на какую высоту опустится толкатель, опирающийся своим концом М о круговой контур радиуса $r = 0,3$ м кулачка, движущегося поступательно с постоянной скоростью $v_k = 0,05$ м/с. Время опускания стержня $t = 3$ с. В начальный момент толкатель находился в наивысшем положении.

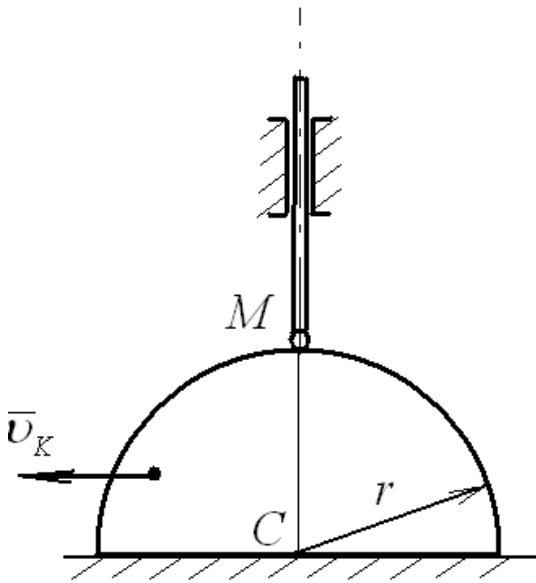


Рисунок 2.6.1 Кулачковый механизм

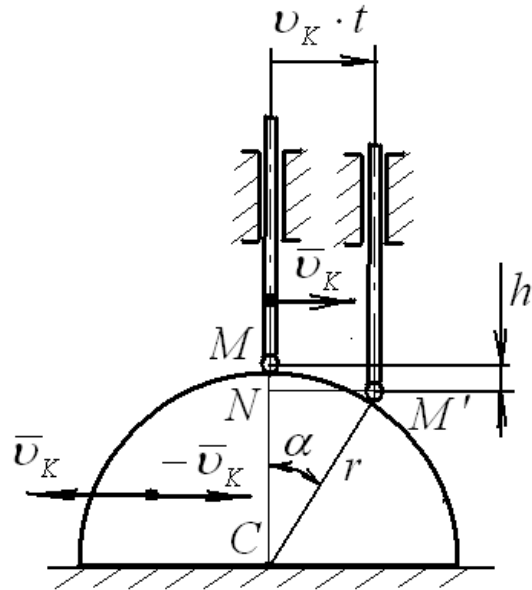


Рисунок 2.6.2 Определение перемещения толкателя методом обращения движения

Решение. При исследованиях кулачковых механизмов часто пользуются методом обращения движения, заключающемся в остановке кулачка. Весь кулачковый механизм на рисунке 2.6.1, состоящий из кулачка и толкателя, будем перемещать в сторону, противоположную движению кулачка, со скоростью $-\bar{v}_K$. При этом кулачок будет неподвижен, а толкатель будет двигаться вправо. При движении с постоянной скоростью горизонтальное перемещение толкателя будет равно $v_K \cdot t$ (рисунок 2.6.2). Из $\triangle CNM'$ определяем:

$$\sin \alpha = \frac{NM'}{CM'} = \frac{v_K \cdot t}{r} = \frac{0,05 \cdot 3}{0,3} = 0,5; \quad \alpha = 30^\circ; \quad CN = r \cdot \cos 30^\circ = 0,3 \cdot \cos 30^\circ = 0,2598 \text{ м.}$$

Вертикальное перемещение толкателя равно

$$h = CM - CN = 0,3 - 0,2598 = 0,4020 \text{ м.}$$

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ №№ 3,4. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

Сложным (или составным) называется такое движение точки, при котором она участвует одновременно в двух или нескольких простых движениях. При изучении сложного движения точки применяют две системы осей координат – неподвижную и подвижную (рисунок 3.1). Абсолютное движение точки М (ее движение относительно неподвижной системы отсчета $x_1 y_1 z_1$) раскладывается, как показано на рисунке 3.1, на переносное движение (движение вместе с подвижными осями координат $x y z$) и на относительное (движение относительно подвижной системы отсчета $x y z$). Для обозначения абсолютного, переносного и относительного движений применяют соответственно индексы «а», «е» и «г».

Абсолютной скоростью (ускорением) точки называется скорость (ускорение) точки по отношению к неподвижной системе отсчета $x_1 y_1 z_1$.

Относительной скоростью (ускорением) точки М называется скорость (ускорение) этой точки по отношению к подвижной системе координат $x y z$.

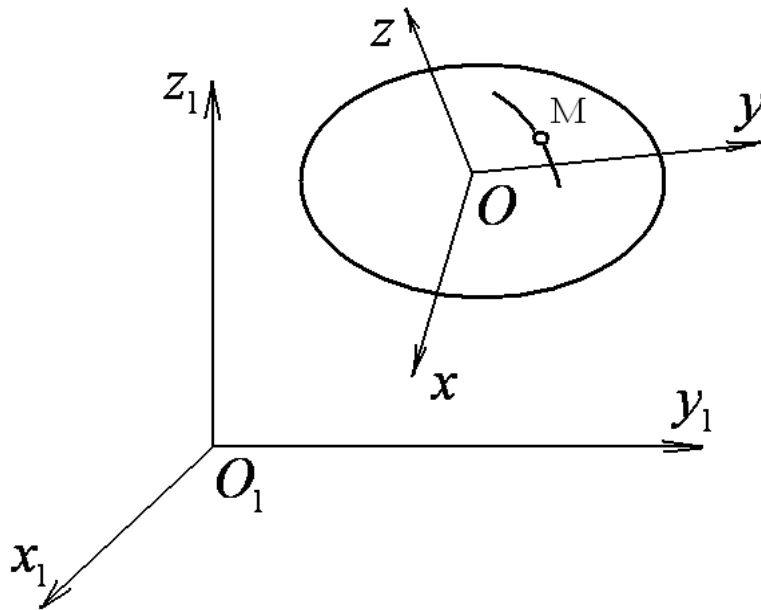


Рисунок 3.1 Разложение сложного движения точки

Переносной скоростью (ускорением) называется скорость (ускорение) той точки подвижной системы относительно неподвижной, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка М.

Соотношение между этими тремя скоростями выражаются теоремой сложения скоростей

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r. \quad (3.1)$$

где \bar{v}_a – абсолютная скорость точки; \bar{v}_e – переносная скорость; \bar{v}_r – относительная скорость точки.

Если переносное движение является поступательным, то абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме переносного и относительного ускорений этой точки:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r. \quad (3.2)$$

В случае, когда переносное движение точки является вращательным, абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме переносного, относительного ускорений и ускорения Кориолиса:

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_k, \quad (3.3)$$

$$\bar{a}_k = 2\bar{\omega} \times \bar{v}_r. \quad (3.4)$$

В соответствии с (3.4) для определения направления ускорения Кориолиса \bar{a}_k воспользуемся правилом векторного произведения. Вектор \bar{a}_k направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены вектора $\bar{\omega}$ и \bar{v}_r , таким образом, чтобы наблюдатель, смотря с положительного конца вектора \bar{a}_k , видел кратчайший поворот первого сомножителя $\bar{\omega}$ до совмещения со вторым сомножителем \bar{v}_r , направленным против хода часовой стрелки, как на рисунке 3.2.

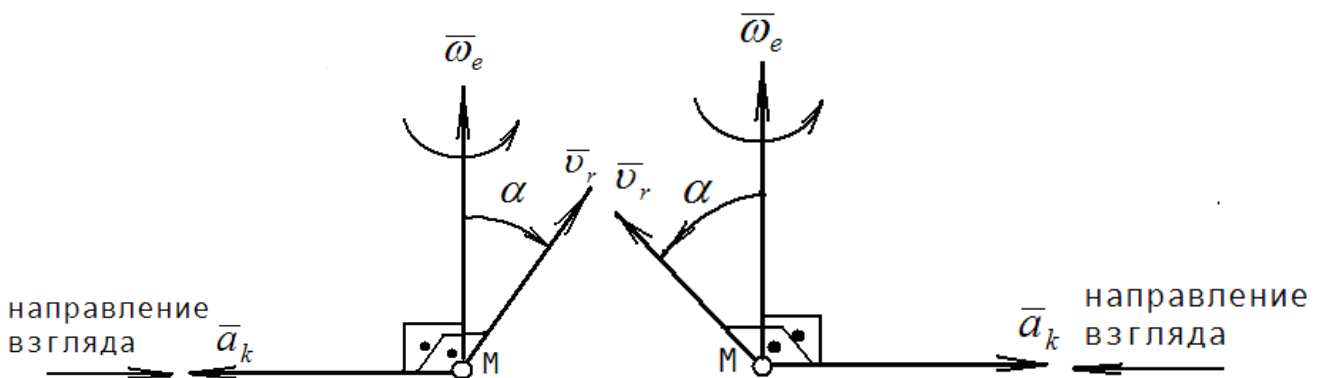


Рисунок 3.2 Определение направления ускорения Кориолиса

Модуль ускорения \bar{a}_k равен

$$a_k = 2\omega \cdot v_r \cdot \sin \alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов $\bar{\omega}$ и \bar{v}_r .

Частный случай плоского движения точки М показан на рисунке 3.3. Точка совершает относительное движение в плоскости, перпендикулярной оси вращения z .

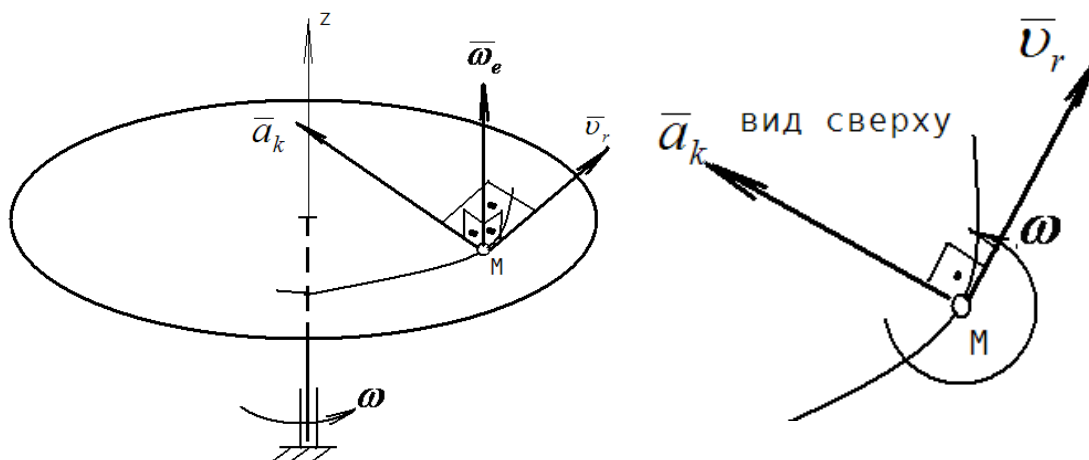


Рисунок 3.3 Случай плоского сложного движения точки

При $\alpha = 90^\circ$ все три вектора $\bar{\omega}_e$, \bar{v}_r , \bar{a}_k взаимно перпендикулярны. В рассматриваемом частном случае для определения направления вектора \bar{a}_k достаточно вектор \bar{v}_r повернуть в сторону переносного вращательного движения на угол 90° .

Модуль ускорения Кориолиса при $\alpha = 90^\circ$ равен

$$a_k = 2\omega \cdot v_r.$$

Задача 3.1 Полуцилиндр радиуса $R = 0,1$ м движется поступательно и прямолинейно по неподвижной горизонтальной плоскости со скоростью $v_1 = 0,3$ м/с и толкает опирающийся на него стержень СД, который перемещается в вертикальных направляющих.

Найти скорость точки С стержня относительно полуцилиндра и расстояние СЕ от этой точки до диаметра АВ в момент, когда скорость стержня СД будет $v_2 = 0,4$ м/с (рисунок 3.1.1).

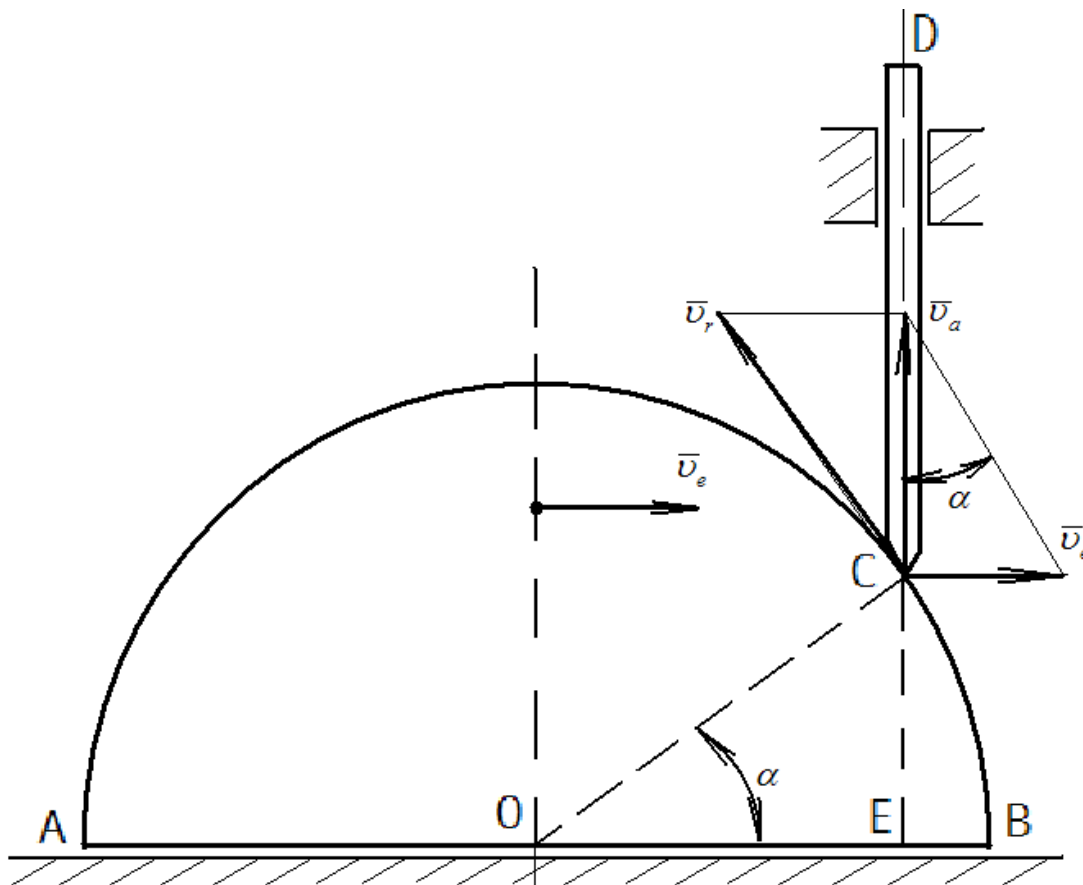


Рисунок 3.1.1 Движение полуцилиндра и стержня

Решение.

Переносным движением точки С стержня является ее движение вместе с полуцилиндром. Поэтому скорость полуцилиндра является переносной скоростью, $\bar{v}_1 = \bar{v}_e$. Стержень СД движется поступательно в вертикальных направляющих. Поэтому абсолютная скорость точки С направлена по вертикали и по модулю равна $v_a = v_2$

Вектор относительной скорости \bar{v}_r направлен по касательной, проведенной в точке С к поверхности полуцилиндра. Чтобы показать вектор относительной скорости \bar{v}_r , нужно построить в точке С векторный параллелограмм в соответствии с теоремой сложения скоростей (3.1):

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r.$$

Угол между векторами \bar{v}_a и \bar{v}_r равен углу АОС, обозначенному на рисунке 3.1.1, как α . Из параллелограмма скоростей находим:

$$v_r = \sqrt{v_a^2 + v_e^2} = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} = 0,5 \text{ м/с}; \quad \sin \alpha = \frac{v_e}{v_r} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6.$$

Следовательно,

$$CE = OC \cdot \sin \alpha = 0,1 \cdot 0,6 = 0,06 \text{ м.}$$

Задача 3.2 В кулисном механизме при качании кривошипа ОС вокруг оси О, перпендикулярной к плоскости чертежа, ползун А, перемещаясь вдоль кривошипа ОС, приводит в движение стержень АВ, движущийся в вертикальных направляющих К. Расстояние ОК = l.

Определить скорость движения ползуна А относительно кривошипа ОС в функции от угловой скорости ω и угла поворота φ кривошипа.

Решение. 1. Разберем сложное движение ползуна А на рисунке 3.2.1. Выберем неподвижную систему осей координат x_1Oy_1 , связанную со стойкой механизма, а также подвижную систему отсчета xOy , связанную с вращающимся кривошипом ОС. Движение точки А вместе с подвижной системой отсчета (вращение с кривошипом вокруг оси, проходящей через точку О) является переносным движением. Движение точки относительно подвижных

осей (по кривошипу OC) является относительным. Результирующим (абсолютным) является движение ползуна относительно неподвижных осей x_1Oy_1 , т.е. движение в вертикальных направляющих K .

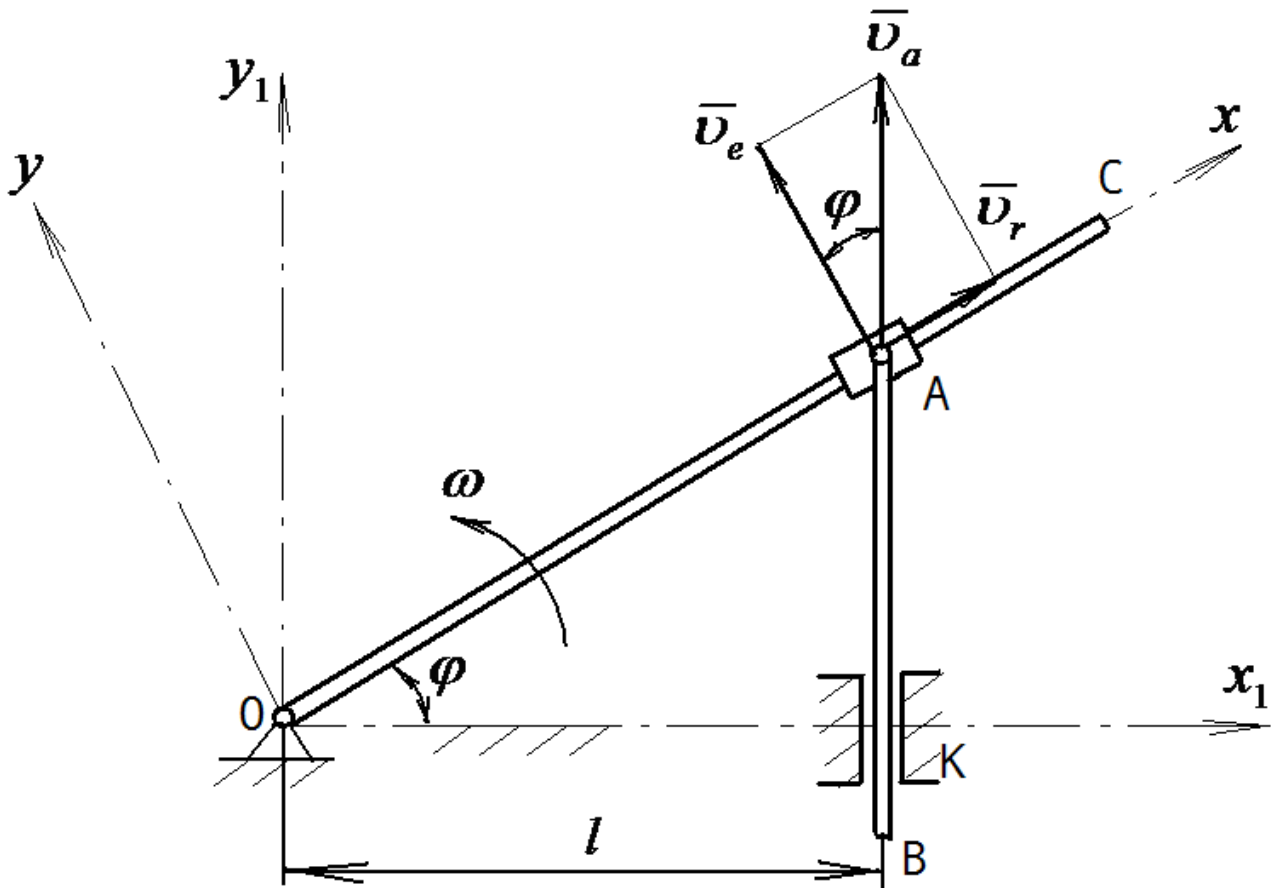


Рисунок 3.2.1 Сложное движение ползуна

2. Применим для точки A теорему сложения скоростей

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r.$$

3. Вычислим переносную скорость и покажем ее на чертеже

$$v_e = \omega \cdot OA = \frac{\omega \cdot l}{\cos \varphi}; \quad v_e \perp OA.$$

4. Построим на чертеже параллелограмм скоростей, где $\bar{v}_r \parallel OC$; $\bar{v}_a \parallel Oy_1$.

5. Из параллелограмма скоростей определяем относительную скорость ползуна

$$v_r = v_e \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \cdot l \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\cos \varphi}.$$

Задача 3.3 Квадратная пластина на рисунке 3.3.1 совершает поступательное движение в горизонтальных направляющих по закону $x_e = 0,02t^3$ м, где t – время в с. По круговому желобу радиуса $R = 0,1$ м по пластине перемещается материальная точка М в соответствии с законом $OM = S = 0,05t^2 + 0,03t$ м. Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М в момент времени $t_1 = 0,5$ с.

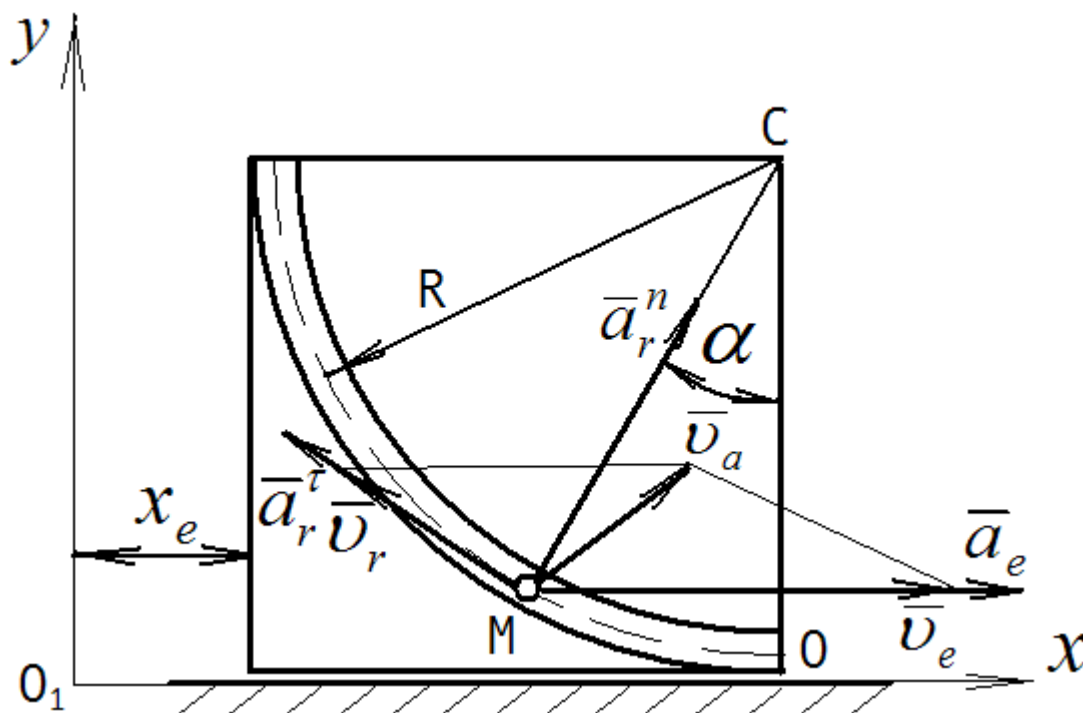


Рисунок 3.3.1 Составное движение точки М

Решение. 1. Точка М совершает сложное движение. Переносным движением является движение точки вместе с пластиной, относительным – движение по желобу пластины.

2. Определим положение точки М на пластине в заданный момент времени $t_1 = 0,5$ с.

$$OM = S = 0,05 \cdot 0,5^2 + 0,03 \cdot 0,5 = 0,0275 \text{ м}; \quad \alpha = \frac{S}{R} = \frac{0,0275}{0,1} = 0,275 \text{ рад} = 15,76^\circ.$$

3. Применим для точки М теорему сложения скоростей (3.1)

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r. \quad (3.3.1)$$

Определим переносную скорость точки:

$$v_e = \dot{x}_e = 0,06t^2 = 0,06 \cdot 0,5^2 = 0,015 \text{ м/с}; \quad \bar{v}_e \parallel O_1x.$$

Относительная скорость равна

$$v_r = \dot{S} = 0,1 \cdot t + 0,03 = 0,1 \cdot 0,5 + 0,03 = 0,08 \text{ м/с}; \quad \bar{v}_r \perp CM.$$

Определяем абсолютную скорость точки в заданный момент времени:

$$v_{ax} = v_e - v_r \cdot \cos \alpha = 0,015 - 0,08 \cdot \cos 15,76^\circ = -0,0620 \text{ м/с};$$

$$v_{ay} = v_r \cdot \sin \alpha = 0,08 \cdot \sin 15,76^\circ = 0,0217 \text{ м/с};$$

$$v_a = \sqrt{v_{ax}^2 + v_{ay}^2} = \sqrt{(-0,0620)^2 + 0,0217^2} = 0,0657 \text{ м/с}.$$

3. Воспользуемся теоремой сложения ускорений при поступательном переносном движении (3.2):

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r = \bar{a}_e + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau. \quad (3.3.2)$$

Переносное ускорение точки равно

$$a_e = \dot{v}_e = 0,12t = 0,12 \cdot 0,5 = 0,06 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_e \parallel O_1x.$$

Относительное нормальное ускорение

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{0,08^2}{0,1} = 0,064 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_r^n \parallel MC.$$

Относительное касательное ускорение

$$a_r^\tau = \dot{v}_r = 0,10 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_r^\tau \perp MC.$$

4. Проектируем уравнение (3.2.2) на оси Ox и Oy :

$$a_{ax} = a_e + a_r^n \cdot \sin \alpha - a_r^\tau \cdot \cos \alpha = 0,06 + 0,064 \cdot \sin 15,76^\circ - 0,10 \cdot \cos 15,76^\circ = 0,0189 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{ay} = a_r^n \cdot \cos 15,76^\circ + a_r^\tau \cdot \sin 15,76^\circ = 0,064 \cdot \cos 15,76^\circ + 0,10 \cdot \sin 15,76^\circ = 0,0888 \text{ м/с}^2;$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2} = \sqrt{0,0189^2 + 0,0888^2} = 0,0908 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3.4 Круглая пластина радиуса $R=0,3$ м, изображенная на рисунке 3.4.1, вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O_1 и перпендикулярной плоскости пластины, по закону $\varphi_e = \pi \cdot t^2$ рад, где t – время в с. По пластине вдоль по прямой OB , составляющей с диаметром угол $\alpha=20^\circ$, движется точка M по закону $S = OM = 0,4t^2 + 0,05t$ м. Для момента времени $t_1 = 1$ с определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение этой точки.

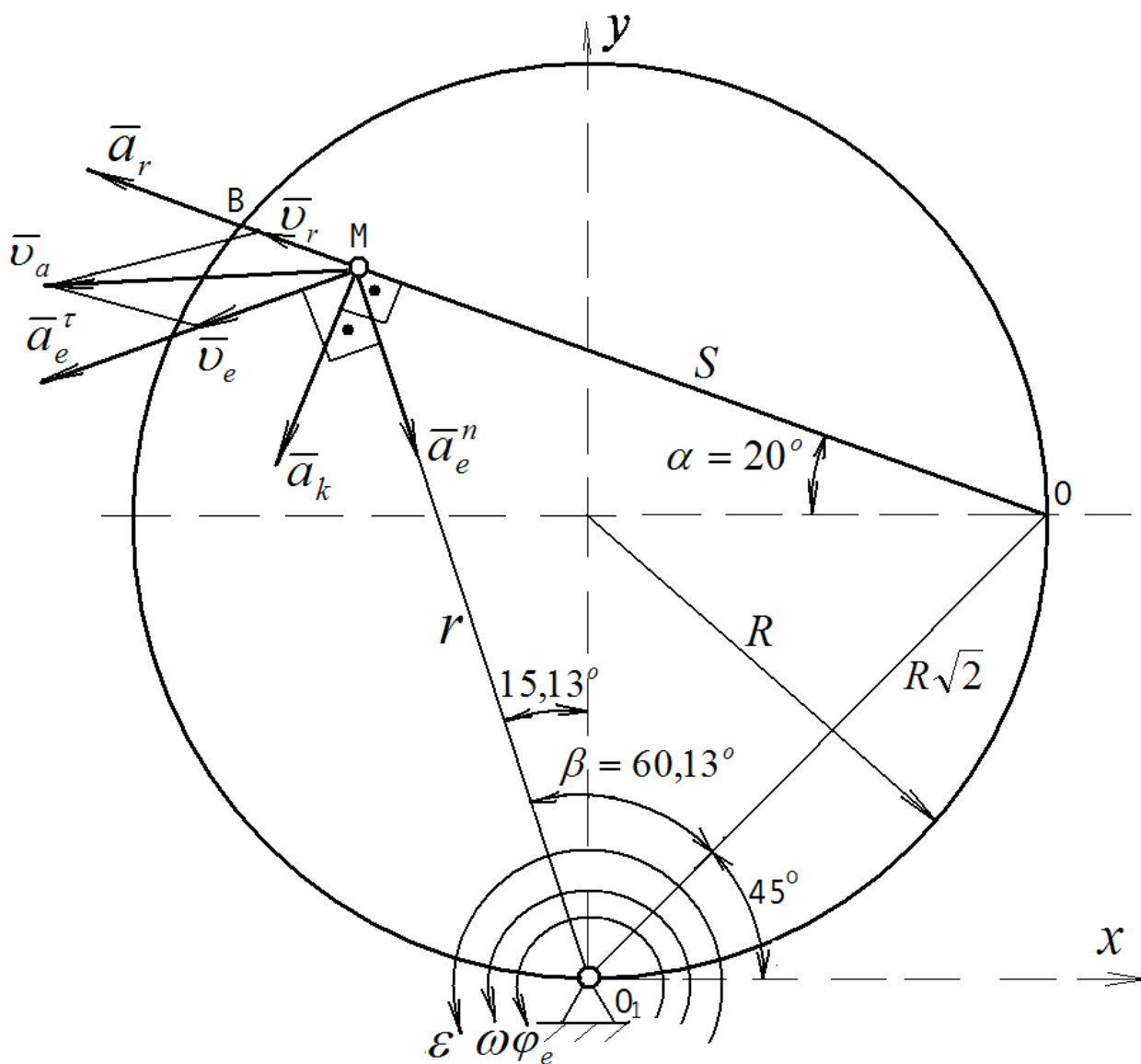


Рисунок 3.4.1 Кинематическая схема к задаче 3.4.1

Решение.

1. Рассмотрим движение точки М, как сложное. Переносным движением является вращение точки вместе с пластиной, относительным – движение по хорде ОВ пластины.

2. Определим положение точки на пластине в заданный момент времени $t_1 = 1$ с.

Путь, пройденный точкой по хорде равен

$$S = 0,4 \cdot 1^2 + 0,05 \cdot 1 = 0,45 \text{ м.}$$

В ΔO_1OM :

$$r = \sqrt{(R\sqrt{2})^2 + S^2 - 2R\sqrt{2} \cdot S \cdot \cos(45^\circ + \alpha)} = \\ \sqrt{(0,3\sqrt{2})^2 + 0,45^2 - 2 \cdot 0,3\sqrt{2} \cdot 0,45 \cdot \cos 65^\circ} = 0,4703 \text{ м} ;$$

$$\frac{S}{\sin \beta} = \frac{r}{\sin(45^\circ + \alpha)} ;$$

$$\sin \beta = \frac{0,45 \cdot \sin 65^\circ}{0,4703} = 0,8620 ; \quad \beta = 60,13^\circ .$$

3. Определим в заданный момент времени угловую скорость и угловое ускорение пластины:

$$\omega = \dot{\varphi}_e = 2\pi \cdot t = 2\pi \cdot 1 = 6,28 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon = \dot{\omega} = 2 \cdot \pi = 6,28 \text{ рад/с}^2.$$

4. Применим для точки М теорему сложения скоростей

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r . \quad (3.4.1)$$

Вычислим и покажем на чертеже переносную скорость

$$v_e = \omega \cdot r = 6,28 \cdot 0,470 = 2,95 \text{ м/с}; \quad \bar{v}_e \perp O_1M .$$

Относительная скорость точки М равна

$$v_r = \dot{S} = 0,8 \cdot t + 0,05 = 0,8 \cdot 1 + 0,05 = 0,85 \text{ м/с}; \quad \bar{v}_r \parallel OB.$$

Для определения абсолютной скорости точки в заданный момент времени спроектируем векторное равенство (3.4.1) на подвижные оси координат:

$$v_{ax} = -v_e \cdot \cos 15,13^\circ - v_r \cdot \cos 20^\circ = -2,95 \cdot \cos 15,13^\circ - 0,85 \cdot \cos 20^\circ = -3,65 \text{ м/с};$$

$$v_{ay} = -v_e \cdot \sin 15,13^\circ + v_r \cdot \sin 20^\circ = -2,95 \cdot \sin 15,13^\circ + 0,85 \cdot \sin 20^\circ = -0,48 \text{ м/с};$$

$$v_a = \sqrt{(v_{ax})^2 + (v_{ay})^2} = \sqrt{(-3,65)^2 + (-0,48)^2} = 3,68 \text{ м/с}.$$

5. Применим теорему сложения ускорений для переносного вращательного движения (теорему Кориолиса)

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_k . \quad (3.4.2)$$

Вычислим и покажем на чертеже переносное нормальное ускорение

$$a_e^n = \omega^2 \cdot r = 6,28^2 \cdot 0,470 = 18,5 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_e^n \parallel MO_1.$$

Переносное касательное ускорение

$$a_e^\tau = \varepsilon \cdot r = 6,28 \cdot 0,470 = 2,95 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_e^\tau \perp O_1M.$$

Относительное ускорение равно

$$a_r = \dot{v}_r = 0,80 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_r \parallel OM.$$

Ускорение Кориолиса равно

$$a_k = 2\omega \cdot v_r = 2 \cdot 6,28 \cdot 0,85 = 10,7 \text{ м/с}^2.$$

Для определения направления вектора ускорения Кориолиса поворачиваем вектор относительной скорости \bar{v}_r в сторону вращения пластины на угол 90° .

6. Проектируем векторное уравнение (3.4.2) на оси координат:

$$a_{ax} = a_e^n \cdot \sin 15,13^\circ - a_e^\tau \cdot \cos 15,13^\circ - a_r \cdot \cos 20^\circ - a_k \cdot \sin 20^\circ =$$

$$= 18,5 \cdot \sin 15,13^\circ - 2,95 \cdot \cos 15,13^\circ - 0,80 \cdot \cos 20^\circ - 10,7 \cdot \sin 20^\circ = -4,12 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{ay} = -a_e^n \cdot \cos 15,13^\circ - a_e^\tau \cdot \sin 15,13^\circ + a_r \cdot \sin 20^\circ - a_k \cdot \cos 20^\circ =$$

$$= -18,5 \cdot \cos 15,13^\circ - 2,95 \cdot \sin 15,13^\circ + 0,80 \cdot \sin 20^\circ - 10,7 \cdot \cos 20^\circ = -17,5 \text{ м/с}^2.$$

Абсолютное ускорение точки М в заданный момент времени равно

$$a_a = \sqrt{(a_{ax})^2 + (a_{ay})^2} = \sqrt{(-4,12)^2 + (-17,5)^2} = 18,0 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3.5 Изображенный на рисунке 3.5.1 круглый диск радиуса $R = 0,15$ м вращается вокруг вертикальной оси по закону $\varphi_e = 2\pi \cdot t^2$ рад. По ободу диска перемещается точка М в соответствии с законом $OM = S = 0,03t + 0,05t^2$ м. Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение в момент времени $t_1 = 1,5$ с.

Решение.

1. Точка М совершает сложное движение. Переносным движением точки является вращение вместе с диском. Относительным является ее движение

относительно связанных с диском подвижных осей координат xO_1y , т.е. движение точки по ободу диска.

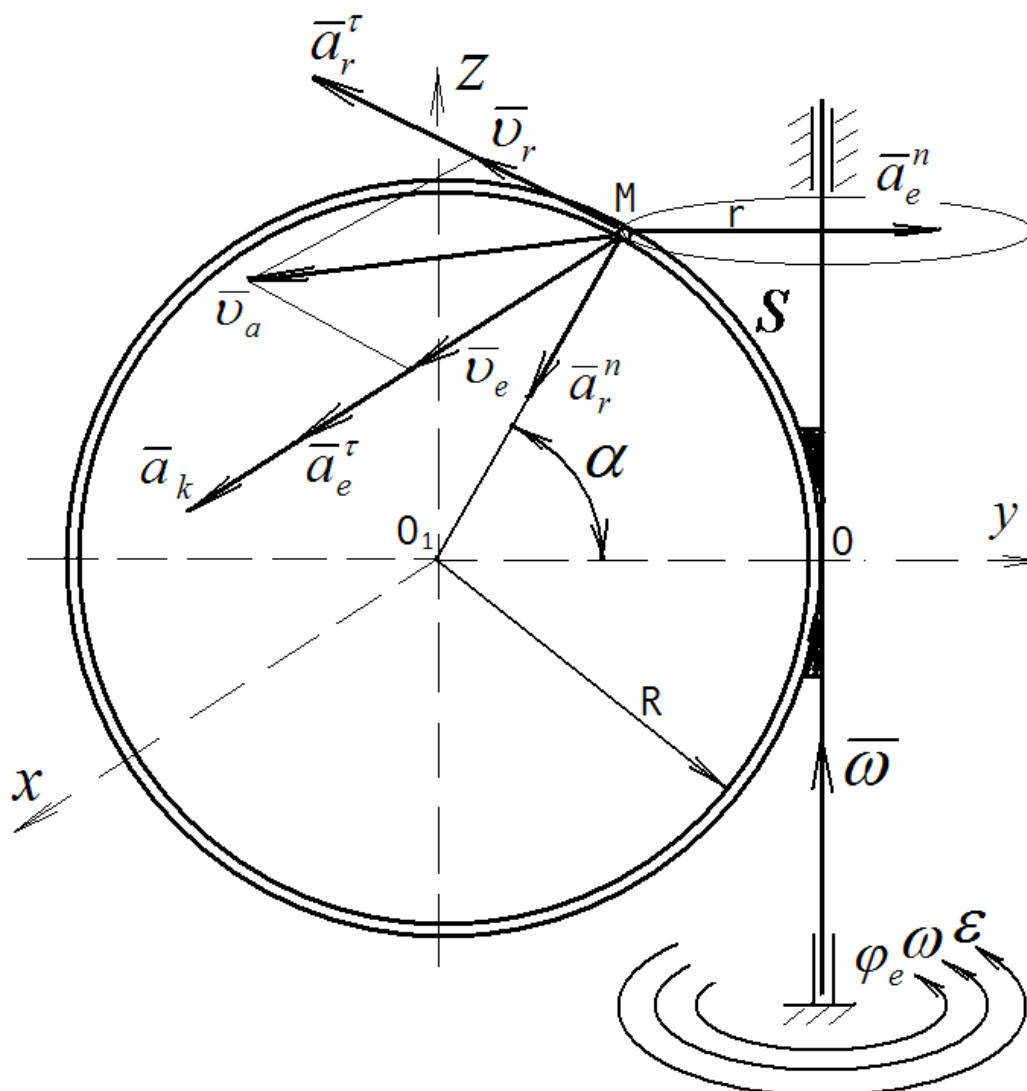


Рисунок 3.5.1 Сложное движение точки М

2. Определим угловую скорость и угловое ускорение диска в заданный момент времени.

Угловая скорость равна

$$\omega = \dot{\varphi}_e = 4\pi \cdot t = 4\pi \cdot 1,5 = 18,8 \text{ рад/с.}$$

Показываем на чертеже угловую скорость круговой стрелкой, направленной в сторону вращения диска, а также в форме вектора. Вектор $\bar{\omega}$ направлен параллельно оси вращения таким образом, что наблюдатель, смотрящий с его конца, видел вращение диска, происходящим против хода часовой стрелки.

Угловое ускорение диска

$$\varepsilon = \dot{\omega} = 4\pi = 12,6 \text{ рад/с}^2.$$

3. Определим положение точки М на диске в заданный момент времени $t_1 = 1,5$ с.

$$OM = S = 0,03 \cdot 1,5 + 0,05 \cdot 1,5^2 = 0,1575 \text{ м};$$

$$\alpha = S / R = 0,1575 / 0,15 = 1,05 \text{ рад} = 60,2 \text{ град.}$$

Расстояние до оси вращения

$$r = R(1 - \cos \alpha) = 0,15(1 - \cos 60,2^\circ) = 0,0755 \text{ м.}$$

4. Применим для точки М теорему сложения скоростей

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r. \quad (3.5.1)$$

В уравнении (3.5.1) переносная скорость точки равна

$$v_e = \omega \cdot r = 18,8 \cdot 0,0755 = 1,42 \text{ м/с.}$$

Относительная скорость в заданный момент времени равна

$$v_r = \dot{S} = 0,03 + 0,1 \cdot t = 0,03 + 0,1 \cdot 1,5 = 0,18 \text{ м/с.}$$

Покажем вектора скоростей на чертеже. Вектор $\bar{v}_e \parallel O_1x$. Вектор $\bar{v}_r \perp O_1M$.

Так как $\bar{v}_e \perp \bar{v}_r$, то абсолютная скорость точки равна

$$v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = \sqrt{1,42^2 + 0,18^2} = 1,43 \text{ м/с.}$$

5. Абсолютное ускорение точки будем определять по теореме Кориолиса (3.3):

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_k. \quad (3.5.2)$$

6. Вычислим и покажем на чертеже вектора ускорений из правой части уравнения (3.5.2).

Переносное нормальное ускорение

$$a_e^n = \omega^2 \cdot r = 18,8^2 \cdot 0,0755 = 26,68 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_e^n \parallel O_1y.$$

Переносное касательное ускорение

$$a_e^\tau = \varepsilon \cdot r = 12,6 \cdot 0,0755 = 0,95 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_e^\tau \parallel O_1x.$$

Относительное нормальное ускорение

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{0,18^2}{0,15} = 0,22 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_r^n \parallel MO_1.$$

Относительное касательное ускорение

$$a_r^\tau = \dot{v}_r = 0,10 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_r^\tau \perp \bar{a}_r^n.$$

Ускорение Кориолиса по модулю равно

$$a_k = 2\omega \cdot v_r \cdot \sin(\bar{\omega} \wedge \bar{v}_r) = 2\omega \cdot v_r \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 18,8 \cdot 0,18 \cdot \sin 60,2^\circ = 5,87 \text{ м/с}^2.$$

Направление этого ускорения можно определить по векторной формуле

$$\bar{a}_k = 2\bar{\omega} \times \bar{v}_r.$$

Направление вектора \bar{a}_k покажем на чертеже в соответствии с правилом векторного произведения. Вектор \bar{a}_k направляем перпендикулярно плоскости yO_1z , в которой расположены вектора $\bar{\omega}$ и \bar{v}_r таким образом, чтобы наблюдатель, смотрящий с положительного конца вектора \bar{a}_k видел поворот первого сомножителя $\bar{\omega}$ до совмещения со вторым сомножителем \bar{v}_r на угол $\alpha < 180^\circ$ происходящим против хода часовой стрелки. Таким образом, $\bar{a}_k \parallel O_1x$.

7. Проектируем векторное уравнение (3.5.2) на подвижные оси координат:

$$a_{ax} = a_e^\tau + a_k = 0,95 + 5,87 = 6,82 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{ay} = a_e^n - a_r^n \cdot \cos \alpha - a_r^\tau \cdot \sin \alpha = 26,68 - 0,22 \cdot \cos 60,2^\circ - 0,10 \cdot \sin 60,2^\circ = 26,48 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{az} = -a_r^n \cdot \sin \alpha + a_r^\tau \cdot \cos \alpha = -0,22 \cdot \sin 60,2^\circ + 0,10 \cdot \cos 60,2^\circ = -0,14 \text{ м/с}^2.$$

8. Вычислим для заданного момента времени значение абсолютного ускорения

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2} = \sqrt{6,82^2 + 26,48^2 + (-0,14)^2} = 27,34 \text{ м/с}^2.$$

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ №№ 5,6.

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Плоскопараллельным (или плоским) называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости Π (рисунок 4.1). Движение плоской фигуры S , полученной в результате сечения твердого тела плоскостью xOy , параллельной неподвижной плоскости Π , происходит в своей плоскости и дает полное представление о плоскопараллельном движении всего твердого тела.

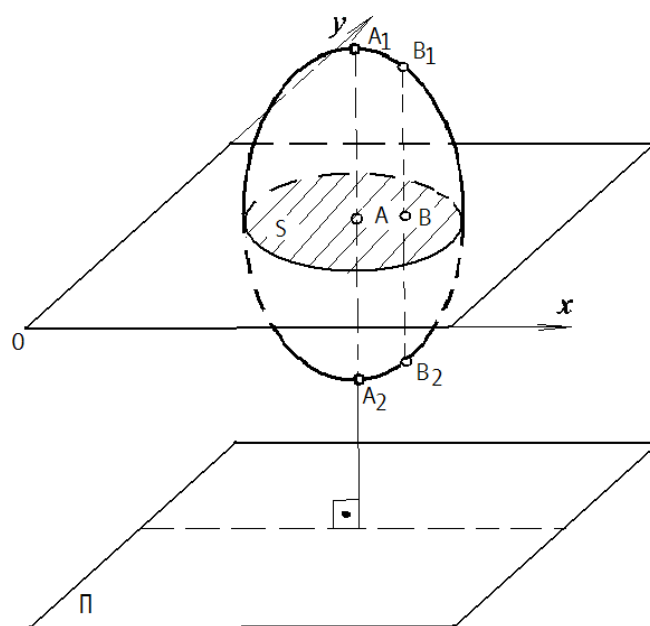


Рисунок 4.1 Плоскопараллельное движение твердого тела

Движение плоской фигуры S в своей плоскости можно представить, как поступательное движение вместе с произвольно выбранным полюсом и одновременное вращение вокруг оси, проходящей через этот полюс. При этом скорость любой точки тела равна геометрической сумме скорости полюса и скорости этой точки во вращательном движении вместе с телом вокруг полюса

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (4.1)$$

где скорость при вращении точки B вокруг точки A равна по модулю $v_{BA} = \omega \cdot AB$; вектор \bar{v}_{BA} направлен перпендикулярно отрезку AB в сторону вращения фигуры. Скорость точки B показана на рисунке 4.2 как диагональ параллелограмма, построенного на векторах \bar{v}_A и \bar{v}_{BA} , как на сторонах.

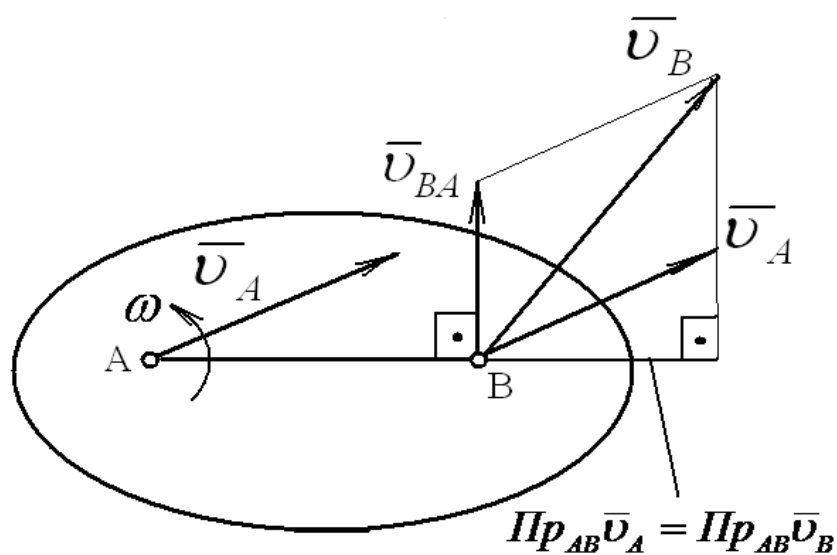


Рисунок 4.2 Определение скорости произвольной точки В плоской фигуры

Проекции скоростей двух точек плоской фигуры на прямую АВ, соединяющую эти точки, равны между собой.

Определять скорости точек движущегося плоскопараллельно твердого тела также можно через мгновенный центр скоростей C_v . Это такая точка тела, скорость которой в данный момент времени равна нулю (рисунок 4.3).

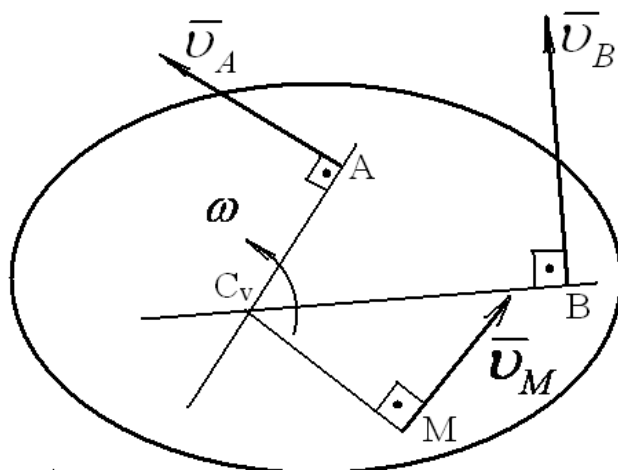


Рисунок 4.3 Определение скоростей точек плоской фигуры при вращении вокруг мгновенного центра скоростей

Если известны МЦС и угловая скорость вращения ω , то вектор скорости любой точки будет перпендикулярен отрезку, соединяющему C_v с данной точкой, и направлен в соответствии с направлением вращения тела. Модуль скорости равен произведению угловой скорости на расстояние от точки до МЦС.

Ускорение произвольной точки В плоской фигуры можно выразить через ускорение \bar{a}_A полюса А по векторному уравнению:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (4.2)$$

В (4.2) нормальное ускорение при вращении точки В вокруг полюса А равно по модулю $a_{BA}^n = \omega^2 \cdot AB$; $\bar{a}_{BA}^n \parallel BA$. Касательное ускорение \bar{a}_{BA}^τ при вращении точки В вокруг точки А перпендикулярно отрезку АВ, направлено в сторону углового ускорения ε и по модулю равно $a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot AB$ (рисунок 4.4).

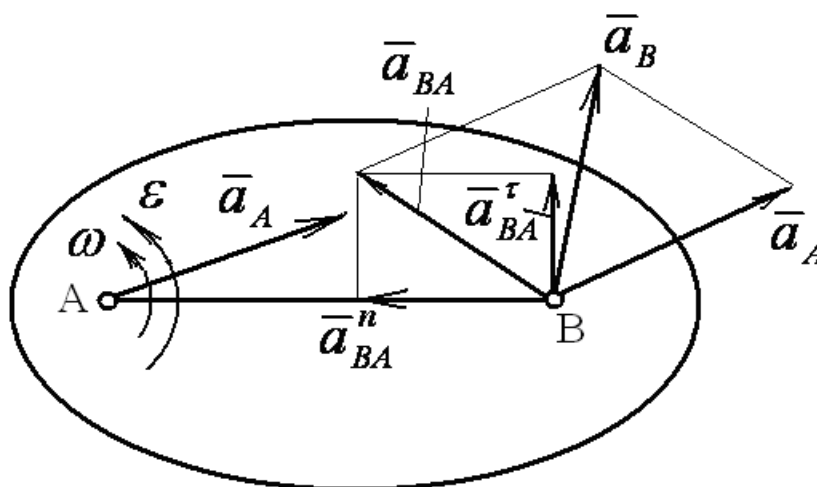


Рисунок 4.4 Определение ускорения произвольной точки В плоской фигуры

Задача 4.1 Колесо радиуса $R = 0,5$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути; скорость центра его постоянна и равна $v_o = 10$ м/с. Найти скорости концов M_1 , M_2 , M_3 и M_4 вертикального и горизонтального диаметров колеса. Определить угловую скорость колеса.

Решение. Точка касания колеса с направляющей имеет в данный момент времени нулевую скорость, следовательно, она является мгновенным центром скоростей. Угловая скорость колеса равна

$$\omega = \frac{v_o}{OC_v} = \frac{v_o}{R} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ рад/с.}$$

Скорость точки M_1 , совпадающей с мгновенным центром скоростей, равна нулю.

прямой AC направлении точка C двигаться не может. Двигаться вниз не даст выступ C окружности лунки, а при движении вверх появится зазор между окружностью и движущейся прямой.

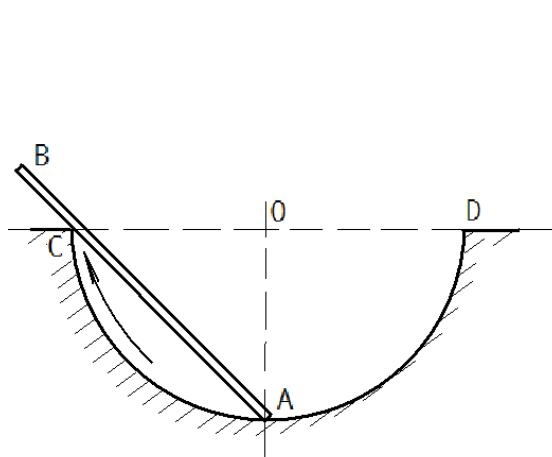


Рисунок 4.2.1 Движение прямой АВ по полуокружности

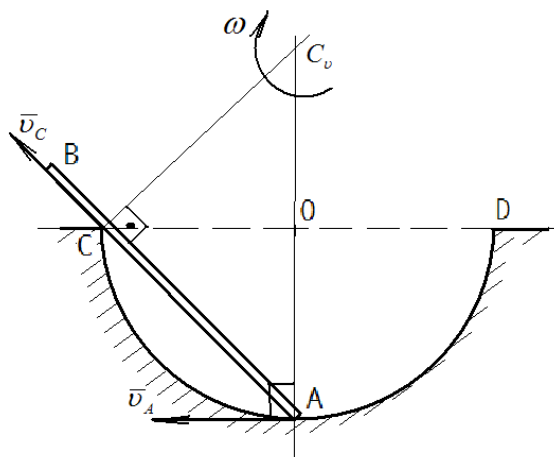


Рисунок 4.2.2 Скорости точек прямой АВ

Проведя перпендикуляры к векторам \bar{v}_A и \bar{v}_C , находим точку C_v – мгновенный центр скоростей тела АВ. Прямая АВ совершает мгновенный поворот вокруг оси, проходящей через C_v :

$$\omega = \frac{v_A}{AC_v} = \frac{v_C}{CC_v}; \quad v_C = \frac{CC_v}{AC_v} \cdot v_A = v_A \cdot \cos 45^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2,83 \text{ м/с.}$$

Задача 4.3 Катущка радиуса R на рисунке 4.3.1 катится по горизонтальной плоскости НН без скольжения. На средней части катушки радиуса r намотана нить, конец которой В обладает при этом движении скоростью u по горизонтальному направлению.

Определить скорость v_o перемещения оси катушки.

Решение. Мгновенным центром скоростей катушки, совершающей плоскопараллельное движение, является точка ее касания с плоскостью НН (рисунок 4.3.2). Угловая скорость катушки равна

$$\omega = \frac{U}{AC_v} = \frac{U}{R-r}.$$

Скорость центра О катушки равна

$$v_o = \omega \cdot OC_v = \frac{R}{R-r} \cdot U.$$

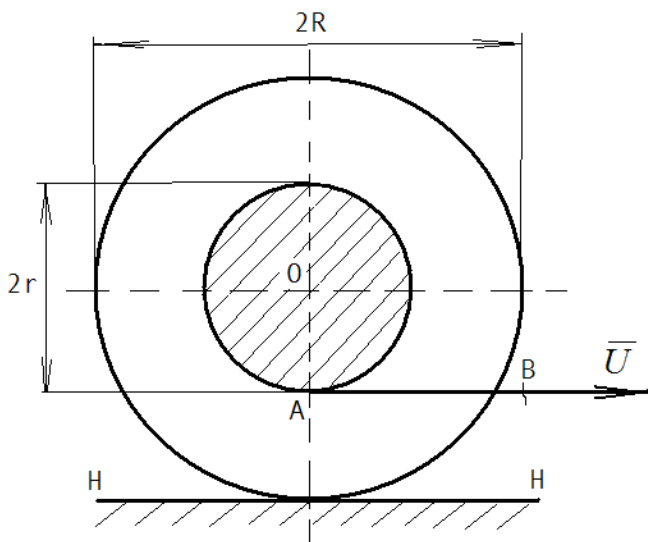


Рисунок 4.3.1 Качение катушки без скольжения по плоскости HH

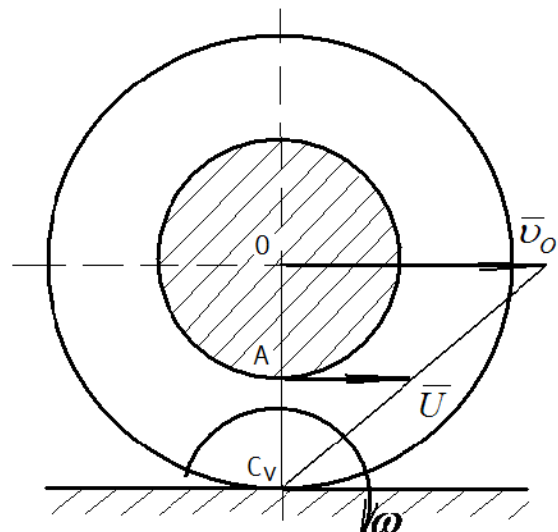


Рисунок 4.3.2 Вращение катушки вокруг мгновенной оси вращения C_v

Задача 4.4 На рисунке 4.4.1 изображен суммирующий механизм. Две параллельные рейки механизма движутся в одну сторону с постоянными скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Между рейками зажат диск радиуса $r = 0,5$ м, катящийся по рейкам без скольжения.

Найти угловую скорость диска и скорость его центра.

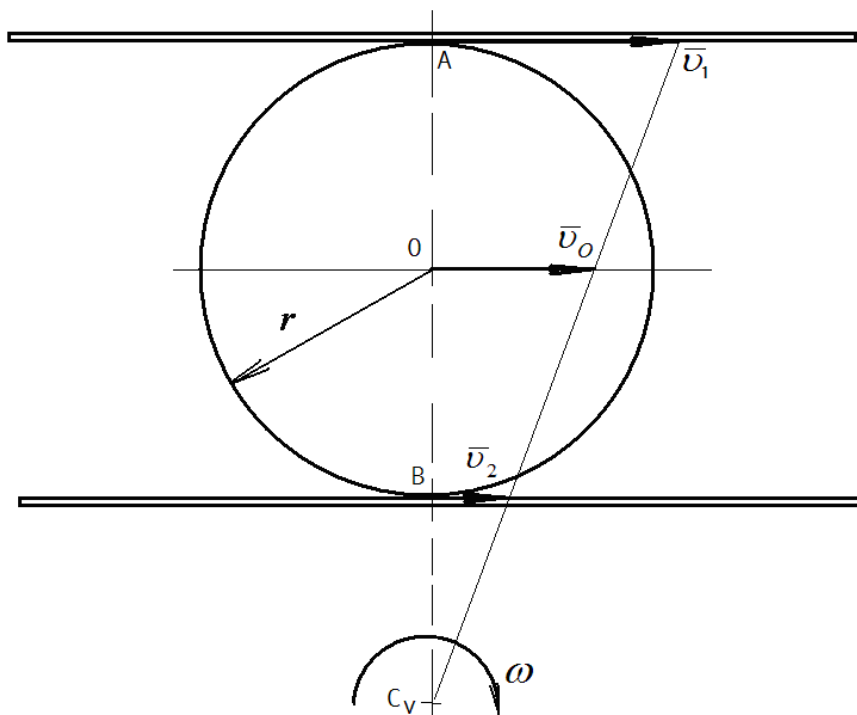


Рисунок 4.4.1 Суммирующий механизм

Решение. Диск суммирующего механизма совершает плоскопараллельное движение. Определяем положение точки C_v - мгновенного центра скоростей диска, как точку пересечения общего перпендикуляра к векторам скоростей \bar{v}_1 и \bar{v}_2 со вспомогательной прямой, проведенной через концы этих векторов. Диск совершает мгновенный поворот вокруг оси, проходящей через C_v . При этом:

$$v_o = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4 \text{ м/с}; \quad \omega = \frac{v_1}{AC_v} = \frac{v_2}{BC_v}; \quad BC_v = AC_v - 2r;$$

$$AC_v = 2r \cdot \frac{v_1}{v_1 - v_2} = 2 \cdot 0,5 \cdot \frac{6}{6 - 2} = 1,5 \text{ м}; \quad \omega = \frac{6}{1,5} = 4 \text{ рад/с.}$$

Задача 4.5 Цепная передача в велосипеде состоит из цепи, охватывающей ведущую звездочку А с 26 зубцами и ведомую звездочку В с 9 зубцами. Задняя звездочка В неизменно соединена с задним колесом D, диаметр которого равен 70 см. Определить скорость велосипеда, когда звездочка А делает в секунду один оборот, а колесо D катится при этом без скольжения по прямолинейному участку пути.

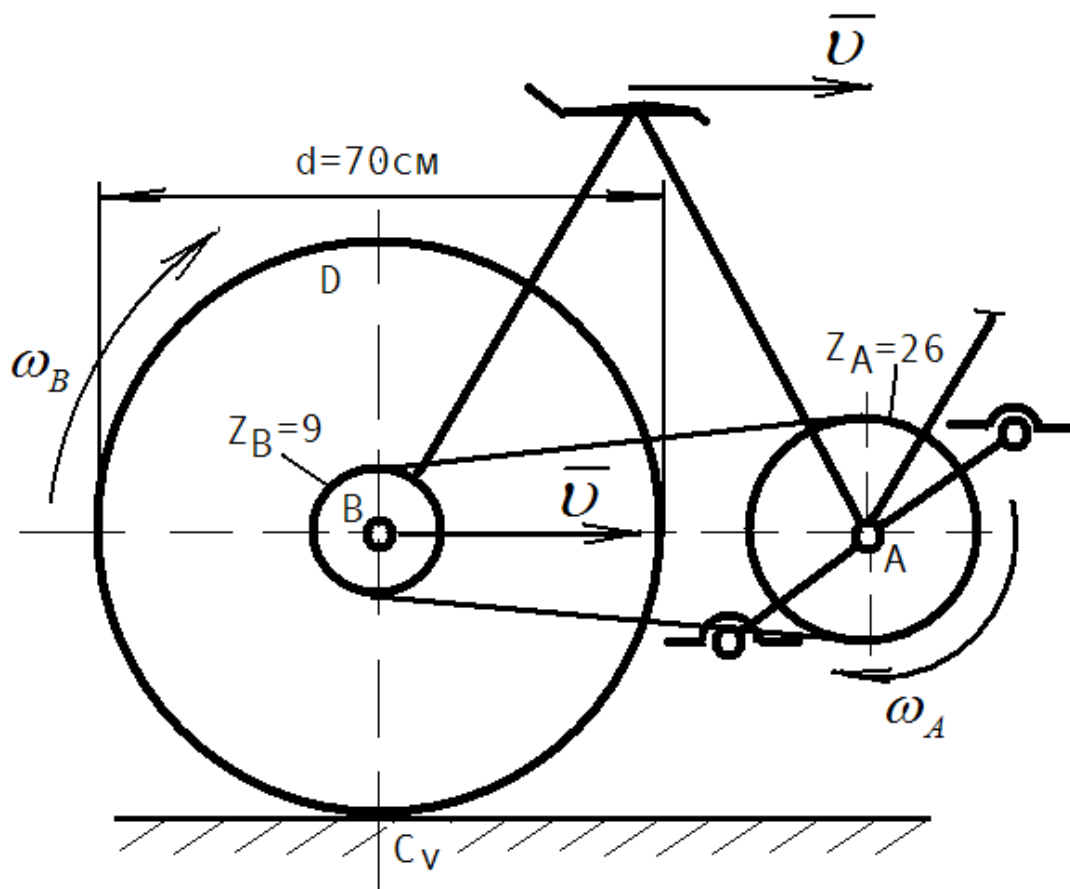


Рисунок 4.5.1 Движение велосипеда

Решение. Колесо D со звездочкой B и звездочка A совершают плоскопараллельное движение. Они перемещаются вместе с рамой велосипеда и одновременно вращаются вокруг осей, проходящих соответственно через точки B и A.

Передаточное отношение цепной передачи равно

$$i_{AB} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{z_B}{z_A} = \frac{9}{26} = 0,346.$$

Звездочка A делает один оборот за секунду, его угловая скорость равна $\omega_A = 2 \cdot \pi$ рад/с. Вычислим по передаточному отношению угловую скорость звездочки B и колеса D

$$\omega_B = \frac{\omega_A}{i_{AB}} = \frac{2 \cdot \pi}{0,346} = 18,2 \text{ рад/с.}$$

Скорость оси B (скорость велосипеда) равна

$$v = \omega_B \cdot \frac{d}{2} = 18,2 \cdot \frac{0,7}{2} = 6,35 \text{ м/с} = 22,9 \text{ км/час.}$$

Задача 4.6 Кривошип OA длиной 0,2 м вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_O = 10$ рад/с и приводит в движение шатун AB длиной 1 м; ползун B движется по вертикали (рисунок 4.6.1).

Найти угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ε_1 шатуна, а также скорости и ускорения ползуна B и середины C шатуна в момент, когда кривошип и шатун взаимно перпендикулярны и образуют с горизонтальной осью углы по 45° .

Решение. 1. Кривошипно-ползунный механизм содержит три подвижных звена: кривошип OA, вращающийся вокруг неподвижной оси O, шатун AB, совершающий плоскопараллельное движение, и ползун B, движущийся поступательно по вертикали.

2. Определим и покажем на чертеже скорость конца кривошипа:

$$v_A = \omega_O \cdot OA = 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ м/с}; \quad \vec{v}_A \perp OA.$$

3. Определим мгновенный центр скоростей шатуна АВ. Покажем на чертеже скорость \bar{v}_B по траектории точки В, найдем C_v как точку пересечения перпендикуляров к векторам \bar{v}_A и \bar{v}_B . Скорость $\bar{v}_C \perp CC_v$.

$$\omega_1 = \frac{v_A}{AC_v} = \frac{v_B}{BC_v} = \frac{v_C}{CC_v}. \quad (4.6.1)$$

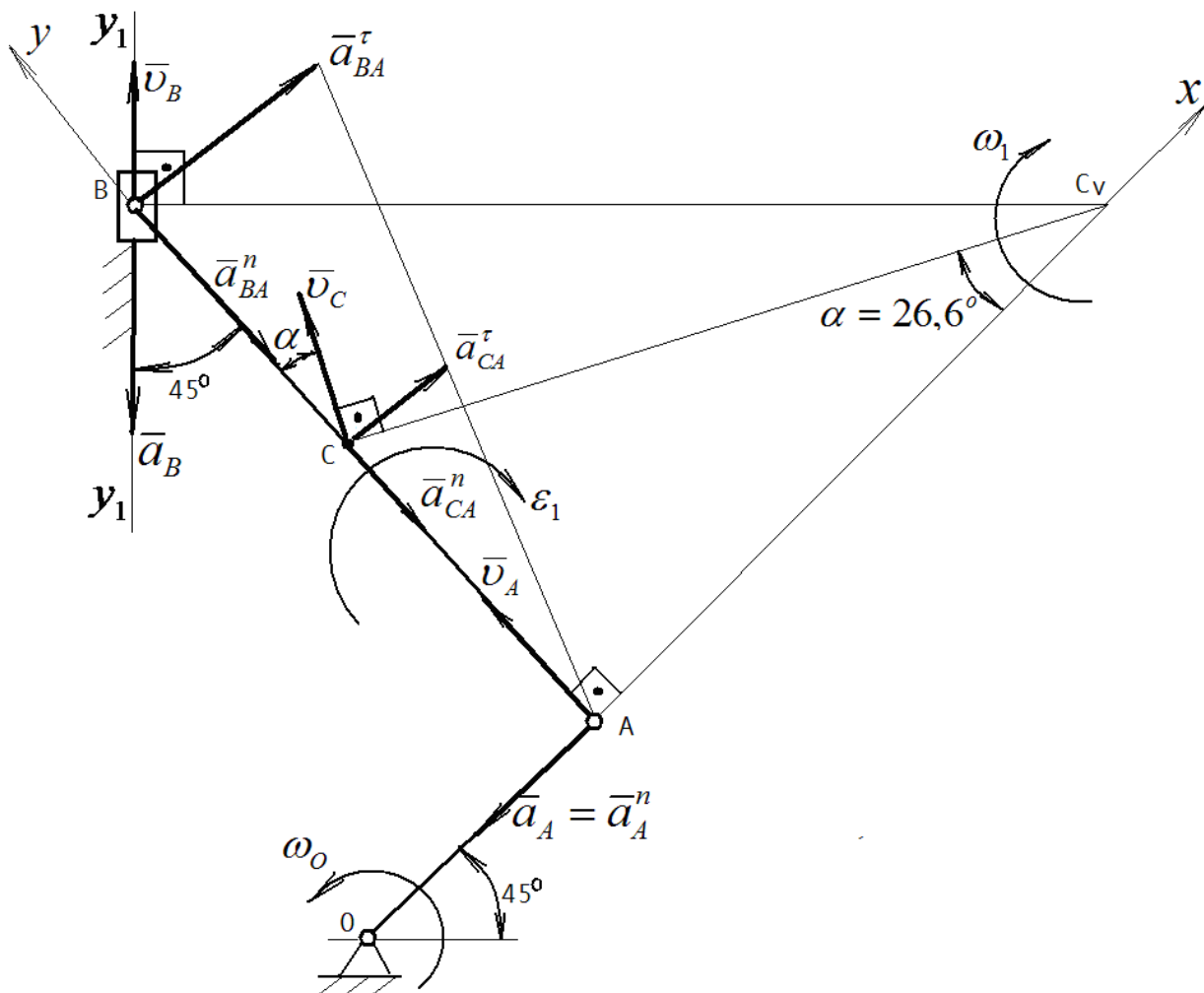


Рисунок 4.6.1 Кривошипно-ползунный механизм

4. Выполним необходимые геометрические вычисления.

$$\underline{\Delta ABC_v}. \quad AC_v = AB = 1 \text{ м}; \quad BC_v = \frac{AB}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\cos 45^\circ} = 1,41 \text{ м}.$$

$$\underline{\Delta ACC_v}. \quad CC_v = \sqrt{AC^2 + AC_v^2} = \sqrt{0,5^2 + 1^2} = 1,19 \text{ м}.$$

5. Из соотношения (4.6.1) определяем:

$$\omega_1 = \frac{2}{1} = 2 \text{ рад/с}; \quad v_B = 2 \cdot 1,41 = 2,83 \text{ м/с}; \quad v_C = 2 \cdot 1,19 = 2,38 \text{ м/с}.$$

6. Определяем и показываем на чертеже ускорение точки А кривошипа:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot OA = 10^2 \cdot 0,2 = 20 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_A \parallel AO.$$

7. Составляем векторное уравнение для определения ускорения точки В

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.6.2)$$

где $\bar{a}_B \parallel y_1 y_1$; $a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot AB = 2^2 \cdot 1 = 4 \text{ м/с}^2$; $\bar{a}_{BA}^n \parallel BA$; $\bar{a}_{BA}^\tau \perp AB$.

8. Проектируем векторное уравнение (4.6.2) на оси координат:

$$-a_B \cdot \sin 45^\circ = -a_A + a_{BA}^\tau; \quad -a_B \cdot \cos 45^\circ = -a_{BA}^n. \quad (4.6.3)$$

Из уравнений проекций (4.6.3) определяем неизвестные ускорения:

$$a_B = a_{BA}^n / \cos 45^\circ = 4 / \cos 45^\circ = 5,66 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = a_A - a_B \cdot \sin 45^\circ = 20 - 5,66 \cdot \sin 45^\circ = 16 \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение шатуна АВ равно

$$\varepsilon_1 = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = \frac{16}{1} = 16 \text{ рад/с}^2.$$

9. Составляем векторное уравнение для определения ускорения точки С:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau. \quad (4.6.4)$$

Так как точка С расположена посередине шатуна АВ, то значения ускорений в (4.6.4) равны:

$$a_{CA}^n = a_{BA}^n / 2 = 4 / 2 = 2 \text{ м/с}^2; \quad a_{CA}^\tau = a_{BA}^\tau / 2 = 16 / 2 = 8 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_{CA}^n \parallel CA; \quad \bar{a}_{CA}^\tau \perp CA.$$

10. Для определения ускорения a_C проектируем на оси координат векторное уравнение (4.6.4):

$$a_{Cx} = -a_A + a_{CA}^\tau = -20 + 8 = -12 \text{ м/с}^2; \quad a_{Cy} = -a_{CA}^n = -2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{(-12)^2 + (-2)^2} = 12,2 \text{ м/с}^2.$$

Задача 4.7 Найти ускорение середины стержня АВ, показанного на рисунке 4.7.1, если известны ускорения его концов: $a_A = 10 \text{ см/с}^2$, $a_B = 20 \text{ см/с}^2$ и углы, образованные ускорениями с прямой АВ: $\alpha = 10^\circ$ и $\beta = 70^\circ$.

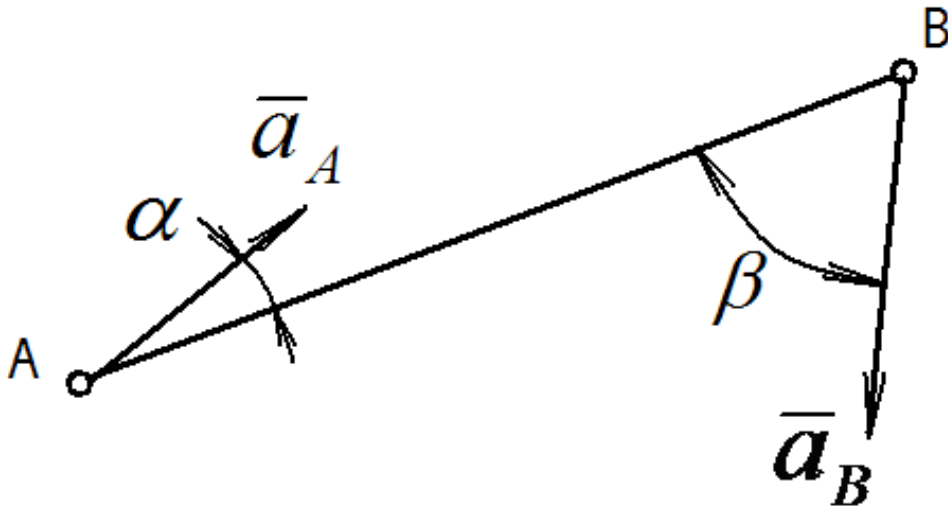


Рисунок 4.7.1 Стержень АВ, совершающий плоскопараллельное движение

Решение.

1. Ускорения точек А и В стержня связаны между собой векторным уравнением

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (4.7.1)$$

Проектируем ускорения в уравнении (4.7.1) на оси координат x и y :

$$-a_B \cdot \cos \beta = a_A \cdot \cos \alpha - a_{BA}^n, \quad (4.7.2)$$

$$-a_B \cdot \sin \beta = a_A \cdot \sin \alpha - a_{BA}^\tau. \quad (4.7.3)$$

Из уравнений (4.7.2) и (4.7.3) определяем:

$$a_{BA}^n = a_A \cdot \cos \alpha + a_B \cdot \cos \beta = 0,1 \cdot \cos 10^\circ + 0,2 \cdot \cos 70^\circ = 0,167 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^\tau = a_A \cdot \sin \alpha + a_B \cdot \sin \beta = 0,1 \cdot \sin 10^\circ + 0,2 \cdot \sin 70^\circ = 0,205 \text{ м/с}^2.$$

2. Выражаем ускорение точки С – середины стержня АВ через ускорение точки А

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau. \quad (4.7.4)$$

В уравнении (4.7.4):

$$a_{CA}^n = \omega^2 \cdot \frac{AB}{2} = \frac{a_{BA}^n}{2} = \frac{0,167}{2} = 0,083 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{CA}^\tau = \varepsilon \cdot \frac{AB}{2} = \frac{a_{BA}^\tau}{2} = \frac{0,205}{2} = 0,103 \text{ м/с}^2.$$

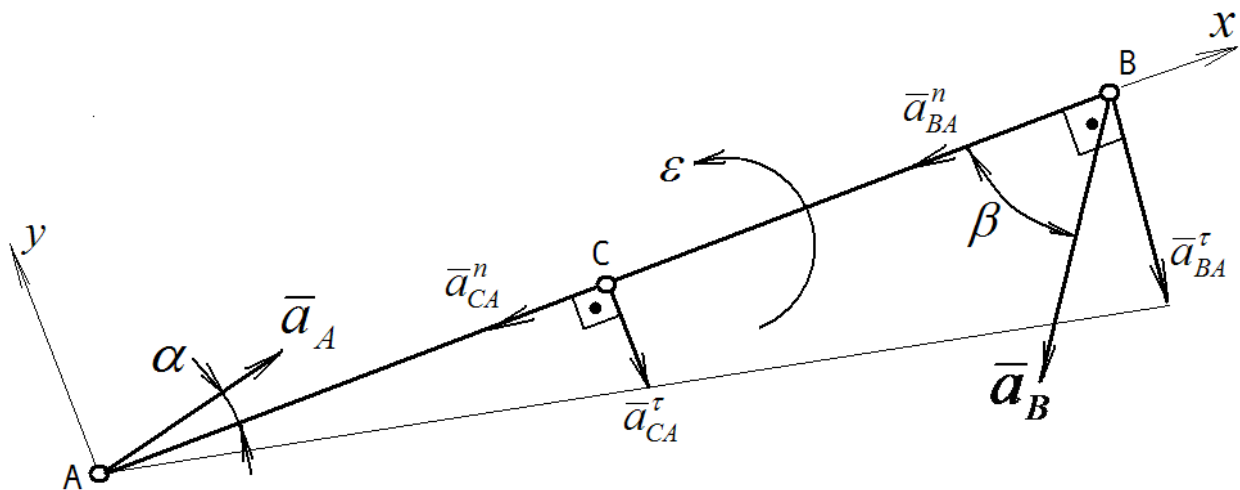


Рисунок 4.7.2 Ускорения точек стержня АВ

3. Проектируем уравнение (4.7.4) на оси координат x и y :

$$a_{Cx} = a_A \cdot \cos \alpha - a_{CA}^n = 0,1 \cdot \cos 10^\circ - 0,083 = 0,015 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{Cy} = a_A \cdot \sin \alpha - a_{CA}^\tau = 0,1 \cdot \sin 10^\circ - 0,103 = -0,086 \text{ м/с}^2.$$

По двум взаимно-перпендикулярным составляющим определяем полное ускорение точки С

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{0,015^2 + (-0,086)^2} = 0,087 \text{ м/с}^2.$$

Задача 4.8 Сателлит радиуса $r = 20$ см, катящийся без скольжения внутри неподвижного колеса, приводится в движение водилом ОА длиной 30 см (рисунок 4.8.1). Угловая скорость и угловое ускорение водила соответственно равны: $\omega_O = 5$ рад/с, $\varepsilon_O = 8$ рад/с². Определить скорости и ускорения точек А, В и С сателлита.

Решение.

1. Скорость точки А водила, вращающегося вокруг неподвижной оси О, равна

$$v_A = \omega_O \cdot OA = 5 \cdot 0,3 = 1,5 \text{ м/с.} \quad \bar{v}_A \perp OA.$$

2. Точка C_V зацепления зубчатых колес является мгновенным центром скоростей сателлита. Угловая скорость сателлита равна

$$\omega_1 = \frac{v_A}{OA} = \frac{v_A}{r} = \frac{1,5}{0,2} = 7,5 \text{ рад/с.}$$

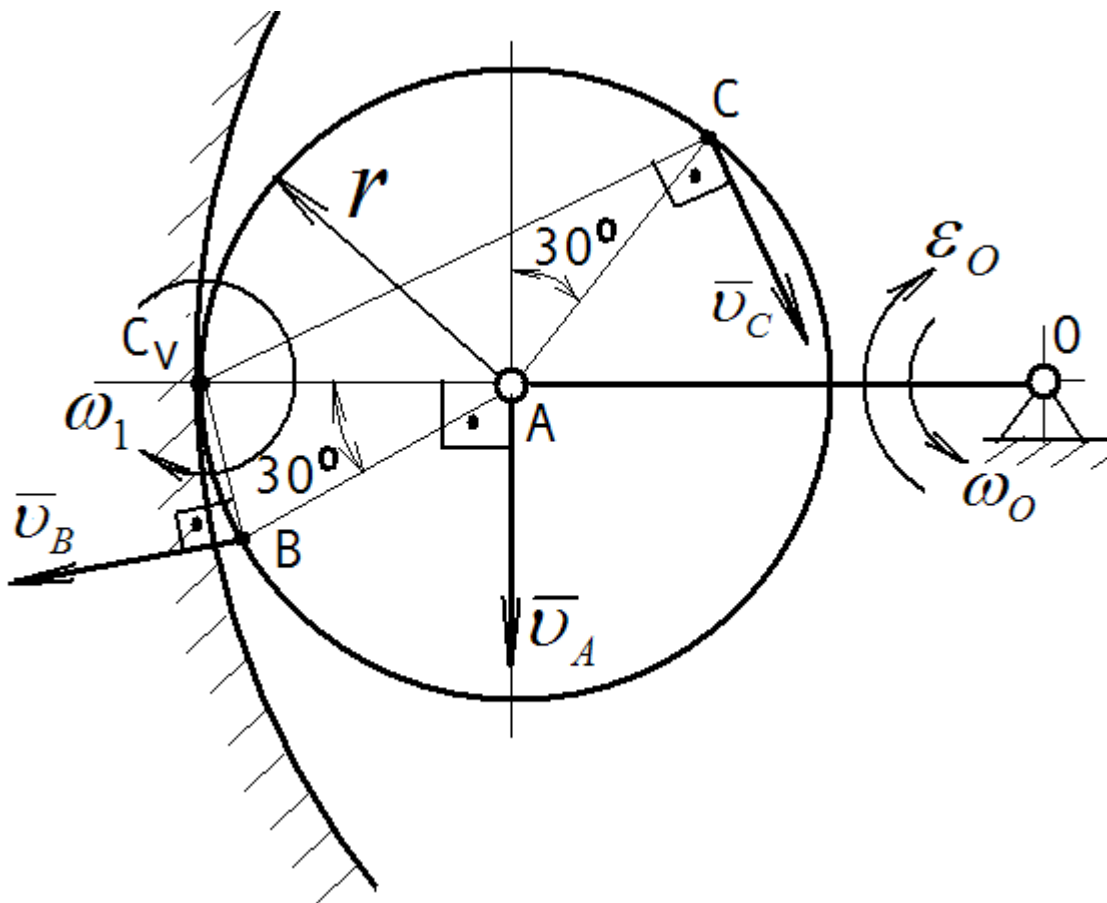


Рисунок 4.8.1 Скорости точек планетарного механизма

3. Показываем вектора скоростей \bar{v}_B и \bar{v}_C перпендикулярно соответствующим отрезкам BC_V и CC_V . Значения этих скоростей соответственно равны:

$$v_B = \omega_1 \cdot BC_V; \quad BC_V = 2r \cdot \sin 15^\circ = 2 \cdot 0,2 \cdot \sin 15^\circ = 0,104 \text{ м;}$$

$$v_B = 7,5 \cdot 0,104 = 0,78 \text{ м/с;} \quad v_C = \omega_1 \cdot CC_V;$$

$$CC_V = 2r \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot 0,2 \cdot \cos 30^\circ = 0,346 \text{ м;} \quad v_C = 7,5 \cdot 0,346 \text{ м/с.}$$

4. Определяем ускорение точки A водила:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau; \quad a_A^n = \omega_0^2 \cdot OA = 5^2 \cdot 0,3 = 7,5 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_0 \cdot OA = 8 \cdot 0,3 = 2,4 \text{ м/с}^2;$$

$$\bar{a}_A^n \parallel AO; \quad \bar{a}_A^\tau \perp AO; \quad a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \sqrt{7,5^2 + 2,4^2} = 7,87 \text{ м/с}^2.$$

4. Определяем угловое ускорение сателлита

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v_A}{r} \right) = \frac{1}{r} \cdot \frac{dv_A}{dt} = \frac{a_A^\tau}{r} = \frac{2,4}{0,2} = 12 \text{ рад/с}^2.$$

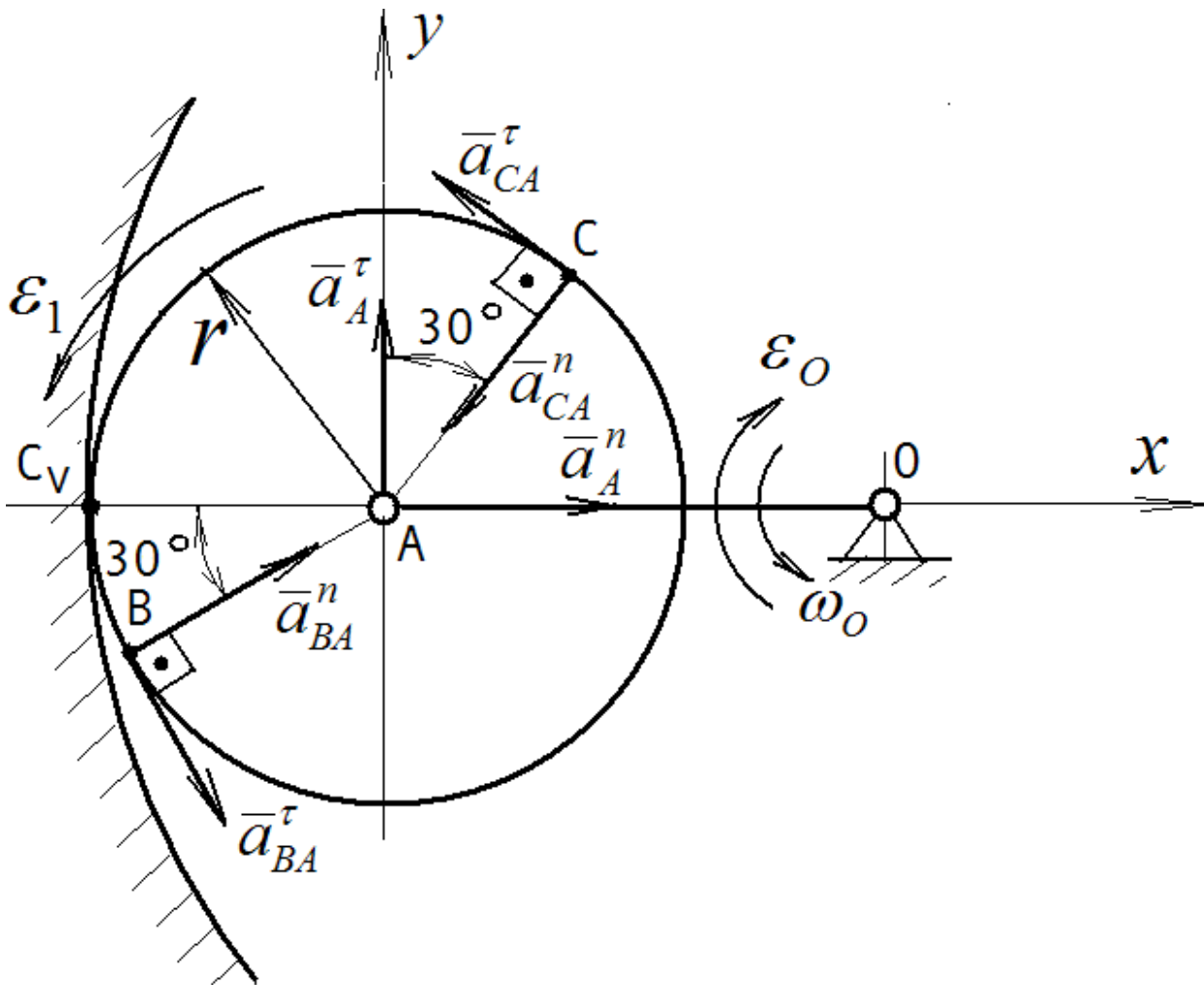


Рисунок 4.8.2 Ускорения точек планетарного механизма

5. Составляем векторное уравнение для определения ускорения точки В сателлита:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.8.1)$$

где $a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot AB = \omega_1^2 \cdot r = 7,5^2 \cdot 0,2 = 11,3 \text{ м/с}^2$; $\bar{a}_{BA}^n \parallel AB$;

$a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot AB = \varepsilon_1 \cdot r = 12 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ м/с}^2$; $\bar{a}_{BA}^\tau \perp AB$.

6. Проектируем векторное уравнение (4.8.1) на оси координат x и y :

$$a_{Bx} = a_A^n + a_{BA}^n \cdot \cos 30^\circ + a_{BA}^\tau \cdot \cos 60^\circ = 7,5 + 11,3 \cdot \cos 30^\circ + 2,4 \cdot \cos 60^\circ = 18,5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{By} = a_A^\tau + a_{BA}^n \cdot \sin 30^\circ - a_{BA}^\tau \cdot \sin 60^\circ = 2,4 + 11,3 \cdot \sin 30^\circ - 2,4 \cdot \sin 60^\circ = 5,97 \text{ м/с}^2;$$

$$a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = \sqrt{18,5^2 + 5,97^2} = 19,4 \text{ м/с}^2.$$

7. Аналогично определяем ускорение точки С:

$$\bar{a}_C = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{CA}^n + \bar{a}_{CA}^\tau; \quad (4.8.2)$$

$$a_{CA}^n = \omega_1^2 \cdot r = 7,5^2 \cdot 0,2 = 11,3 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_{CA}^n \parallel CA;$$

$$a_{CA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot r = 12 \cdot 0,2 = 2,4 \text{ м/с}^2; \quad \bar{a}_{CA}^\tau \perp CA;$$

$$a_{Cx} = a_A^n - a_{CA}^n \cdot \sin 60^\circ - a_{CA}^\tau \cdot \cos 60^\circ = 7,5 - 11,3 \cdot \sin 60^\circ - 2,4 \cdot \cos 60^\circ = -3,48 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{Cy} = a_A^\tau - a_{CA}^n \cdot \cos 60^\circ + a_{CA}^\tau \cdot \sin 60^\circ = 2,4 - 11,3 \cdot \cos 60^\circ + 2,4 \cdot \sin 60^\circ = -1,17 \text{ м/с}^2;$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{(-3,48)^2 + (-1,17)^2} = 3,67 \text{ м/с}^2.$$

ЗАДАНИЯ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

Целью настоящей расчетно-графической работы является приобретение практических навыков решения задач по кинематике.

Задания для РГР по кинематике индивидуальные, номер варианта указывается преподавателем. Первая задача на тему «Кинематика точки» выполняется с применением ЭВМ. При решении этой задачи рекомендуется использовать автоматизированное рабочее место «Win Machine». Вторая задача на тему «Плоскопараллельное движение твердого тела». Третья задача на тему «Сложное движение точки».

При оформлении расчетно-графической работы следует руководствоваться Стандартом предприятия СТО 0493582-2010. Текстовая часть РГР оформляется на одной стороне листов формата А4 210*297 мм по форме ГОСТ 2.105-95.

В текстовой части указывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст заданий не переписывать). Далее при помощи чертежных инструментов карандашом делается чертеж к задаче с учетом решаемого варианта; все углы и расположение тел должны соответствовать условиям. Чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показать оси координат, все вектора и др. Решение задач

необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получены те или иные результаты и т.п.) и подробно излагать весь ход расчетов.

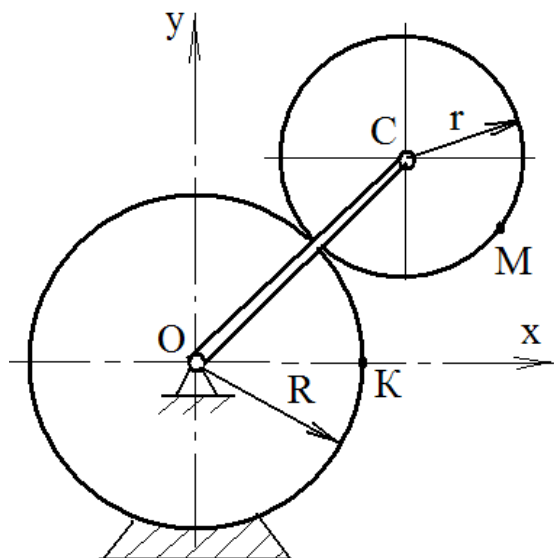
Расчетные формулы записываются отдельной строкой, а затем в них подставляются числовые значения в порядке написания формулы. Окончательный результат записывается с указанием размерности. Все расчеты выполняются в системе единиц СИ. Нумерация формул производится арабскими цифрами в скобках.

Библиография составляется в порядке цитирования в тексте или по алфавиту фамилий авторов с указанием всех выходных данных.

УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 1К

1. По заданному движению механизма составить уравнения движения точки М механизма в декартовой системе осей координат.
2. Найти скорость точки М.
3. Определить касательное, нормальное и полное ускорения точки М.
4. Вычертить траекторию точки М.
5. Построить графики скорости и полного ускорения точки М.
6. Вычислить скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки для заданного преподавателем момента времени t_1 , а также радиус кривизны траектории. Указать для заданного момента положение точки М на траектории и все найденные вектора скоростей и ускорений в масштабе.

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 1К

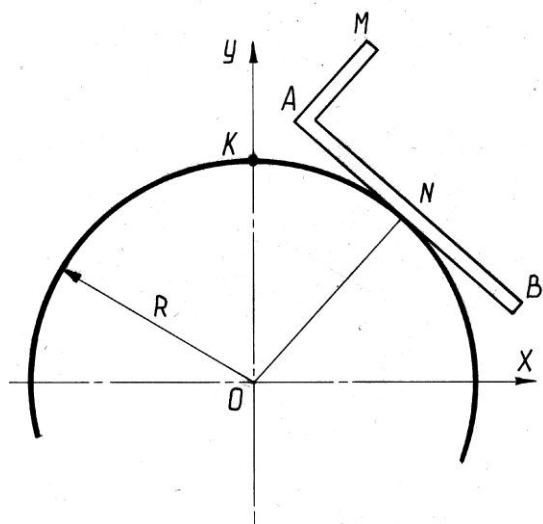


Задание 1

Колесо радиуса r катится без скольжения по неподвижному колесу радиуса R . Скорость точки C равна V_c . В начальный момент точка M совпадала с точкой K неподвижного колеса.

Таблица 1 Цифровые данные к заданию 1К вариант 1

№ вар.	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7
$r, \text{ м}$	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,35	0,3
$R, \text{ м}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,55	0,4
$V_c, \text{ м/с}$	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	π	$\pi/5$	$\pi/3$	$\pi/3$

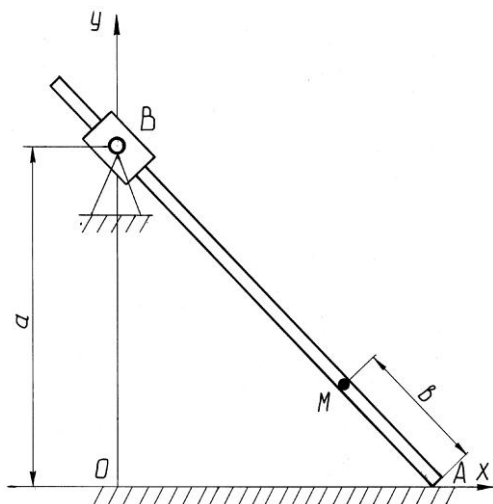


Задание 2

Прямая катится без скольжения по окружности радиуса R , причем точка N движется с постоянной скоростью V_N . В начальный момент точка A совпадает с точкой K окружности. $AM = a$.

Таблица 2 Цифровые данные к заданию 1К вариант 2

№ вар.	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6	2-7
$R, \text{ м}$	0,2	0,4	0,5	0,3	0,35	0,45	0,5
$a, \text{ м}$	0,1	0,1	0,15	0,2	0,25	0,2	0,2
$V_N, \text{ м/с}$	0,04	0,05	0,05	0,03	0,04	0,06	0,05

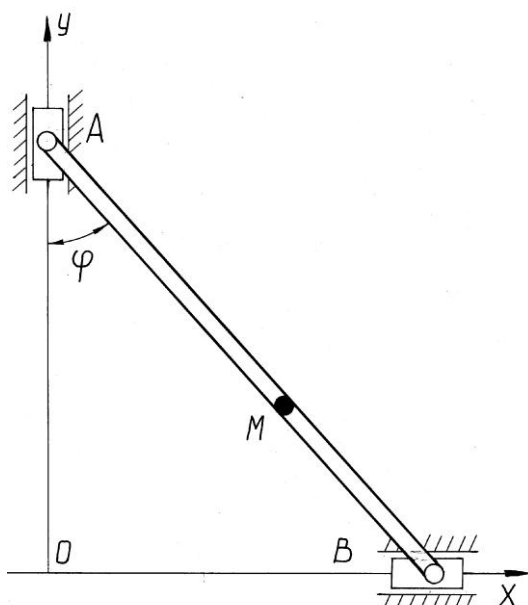


Задание 3

Конец А стержня скользит от точки О по неподвижной прямой ОХ с постоянной скоростью V_A , $OB = a$, $AM = b$. Стержень проходит через муфту, вращающуюся на шарнире В.

Таблица 3 Цифровые данные к заданию 1К вариант 3

№ вар.	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6	3-7
a , м	0,2	0,4	0,5	0,3	0,35	0,45	0,2
b , м	0,1	0,1	0,15	0,2	0,25	0,2	0,25
V_A , м/с	0,04	0,05	0,05	0,03	0,04	0,06	0,05

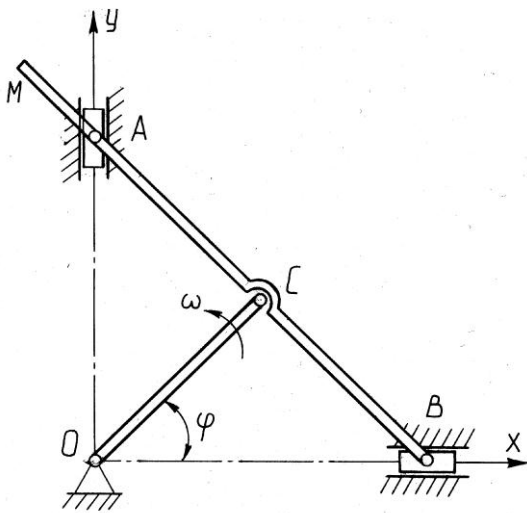


Задание 4

Стержень АВ скользит концами А и В по двум перпендикулярным прямым ОХ и ОУ, $MA = a$, $MB = b$. Угол φ изменяется по закону $\varphi = \varphi(t)$. В начальный момент точка В совпадала с точкой О.

Таблица 4 Цифровые данные к заданию 1К вариант 4

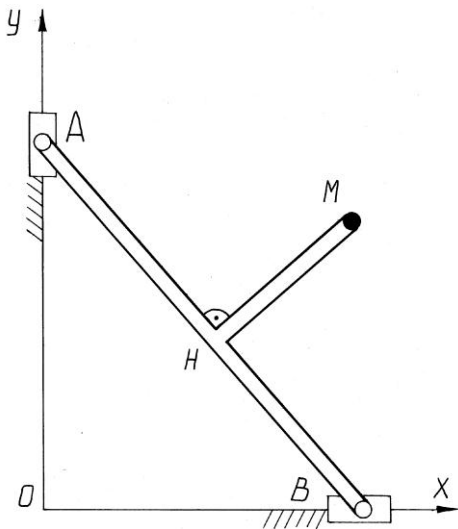
№ вар.	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6	4-7
a , м	0,2	0,25	0,2	0,4	0,5	0,45	0,2
b , м	0,4	0,3	0,3	0,2	0,3	0,15	0,3
$\varphi(t)$, рад	$5t$	$4t$	$6t$	$5t$	$2t$	$3t$	$2t$



Задание 5
Кривошип ОС равномерно вращается вокруг неподвижной оси О с угловой скоростью ω .
Размеры $OC = AC = BC = L$,
 $MA = a$, $\varphi_0 = 0$.

Таблица 5 Цифровые данные к заданию 1К вариант 5

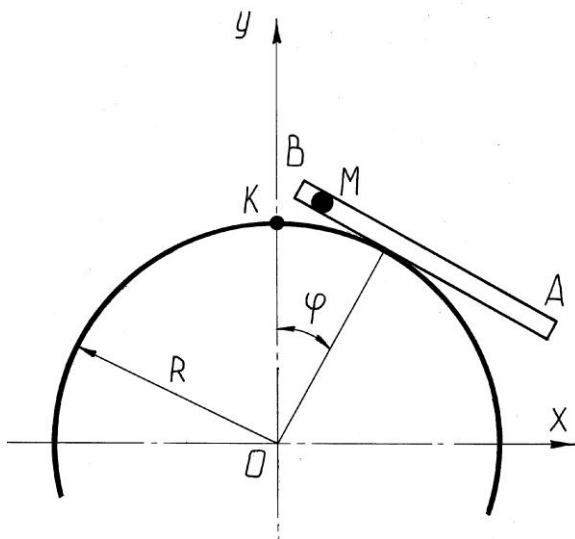
№ вар.	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6	5-7
$L, \text{ м}$	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	0,6
$a, \text{ м}$	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,3
$\omega, \text{ с}^{-1}$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/2$	$\pi/6$	$\pi/5$	$\pi/3$



Задание 6
Стержень длиной L скользит концами А и В по неподвижным направляющим ОХ и ОУ, $AH = a$, $HM = b$.
Точка В движется по закону $OB = x(t)$.

Таблица 6 Цифровые данные к заданию 1К вариант 6

№ вар.	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6	6-7
$L, \text{ м}$	0,6	0,6	1,0	0,8	1,0	0,9	0,6
$a, \text{ м}$	0,4	0,75	0,4	0,3	0,6	0,4	0,4
$b, \text{ м}$	0,3	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3
$x(t), \text{ м}$	$L \sin \frac{\pi}{12} t$	$L \sin \frac{\pi}{12} t$	$L \sin \frac{\pi}{24} t$	$L \sin 2t$	$L \cos 2t$	$L \cos \frac{\pi}{12} t$	$L \sin \frac{\pi}{12} t$

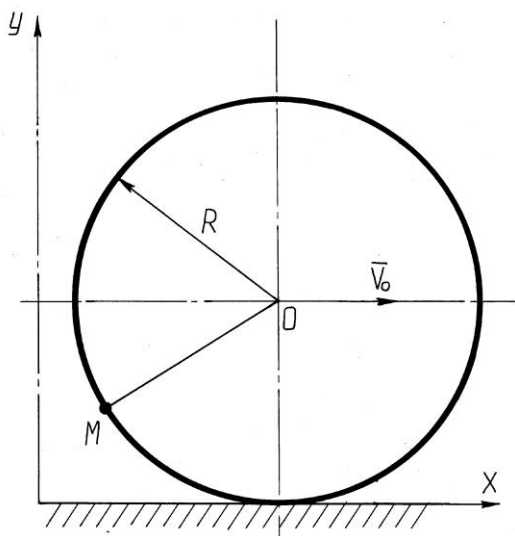


Задание 7

Прямая АВ катится без скольжения по окружности радиуса R так, что угол φ изменяется по закону $\varphi = \varphi(t)$. В начальный момент точка М совпадала с точкой К.

Таблица 7 Цифровые данные к заданию 1К вариант 7

№ вар.	7-1	7-2	7-3	7-4	7-5	7-6	7-7
$R, \text{ м}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,25	0,35	0,2
$\varphi = \varphi(t), \text{ рад}$	$\frac{\pi}{6}t$	$\frac{\pi}{2}t$	$\frac{\pi}{2}t$	$\pi \cdot t$	$\pi \cdot t$	$\frac{\pi}{4}t$	$\frac{\pi}{4}t$



Задание 8

Точка М находится на ободе колеса радиуса R , катящегося без скольжения по неподвижному рельсу со скоростью V_0 . В начальный момент точка М занимала крайнее нижнее положение.

Таблица 8 Цифровые данные к заданию 1К вариант 8

№ вар.	8-1	8-2	8-3	8-4	8-5	8-6	8-7
$R, \text{ м}$	0,2	0,4	0,3	0,5	0,6	0,7	0,4
$V_0, \text{ м/с}$	0,05	0,04	0,06	0,02	0,08	0,1	0,08

Задание 9

Точка М лежит на продолжении радиуса СА колеса, катящегося без скольжения по прямолинейному рельсу. Скорость центра колеса постоянна и равна V_C . $R = a$, $AM = b$. В начальный момент радиус СА занимал нижнее вертикальное положение.

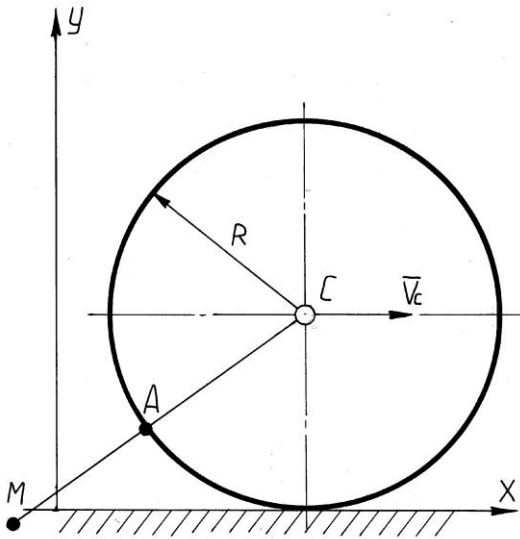
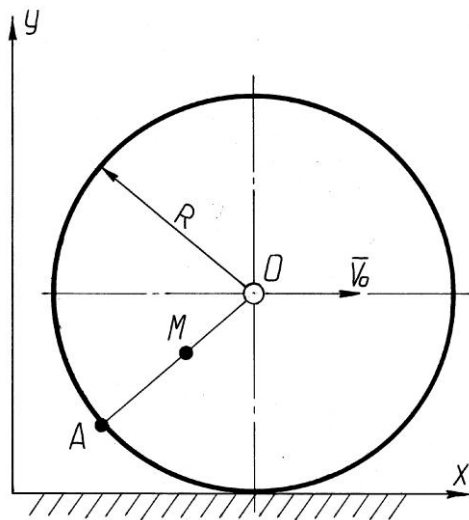


Таблица 9 Цифровые данные к заданию 1К вариант 9

№ вар.	9-1	9-2	9-3	9-4	9-5	9-6	9-7
a, м	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,75	0,5
b, м	0,1	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,2
V_C , м/с	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{5}$	π	$\frac{\pi}{2}$

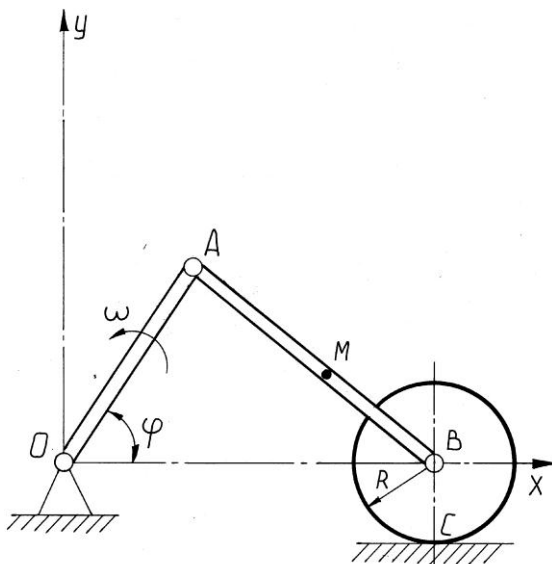


Задание 10

Точка М колеса находится на расстоянии b от оси колеса, которое катится без скольжения по прямолинейному рельсу со скоростью V_0 . В начальный момент точка А занимала крайнее нижнее положение.

Таблица 10 Цифровые данные к заданию 1К вариант 10

№ вар.	10-1	10-2	10-3	10-4	10-5	10-6	10-7
R, м	0,3	0,45	0,6	0,7	0,8	0,6	0,7
b, м	0,1	0,25	0,15	0,2	0,2	0,12	0,12
V_0 , м/с	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$

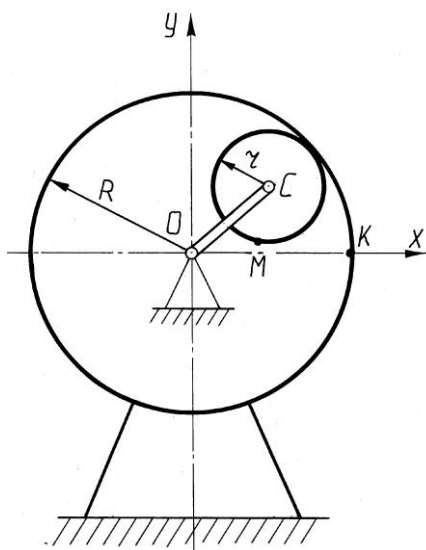


Задание 11

Кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω , $OA = r$, $AB = L$, $BC = R$, $MB = a$.

Таблица 11 Цифровые данные к заданию 1К вариант 11

№ вар.	11-1	11-2	11-3	11-4	11-5	11-6	11-7
$r, \text{ м}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,15
$L, \text{ м}$	0,25	0,3	0,45	0,5	0,55	0,6	0,45
$R, \text{ м}$	0,08	0,1	0,1	0,2	0,15	0,2	0,2
$a, \text{ м}$	0,05	0,1	0,1	0,15	0,2	0,3	0,2
$\omega, \text{ с}^{-1}$	1,5	3	2	2,5	1,5	2	2

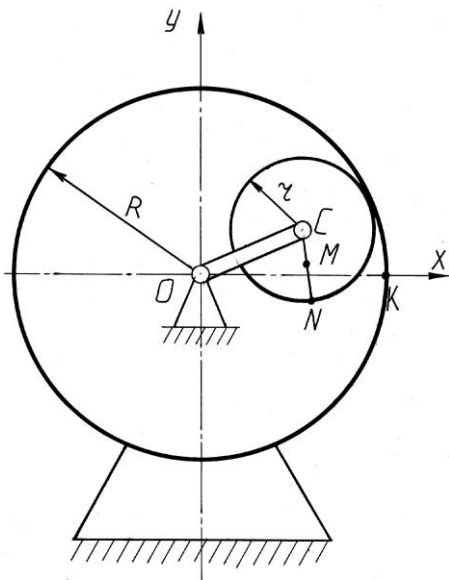


Задание 12

Колесо радиуса $r = \frac{1}{3}R$ катится без скольжения внутри неподвижного колеса радиуса R . Скорость точки C равна V_C . Точка M на ободе подвижного колеса в начальный момент совпадала с точкой K неподвижного колеса.

Таблица 12 Цифровые данные к заданию 1К вариант 12

№ вар.	12-1	12-2	12-3	12-4	12-5	12-6	12-7
$R, \text{ м}$	0,3	0,45	0,48	0,6	0,35	0,75	0,48
$V_C, \text{ м/с}$	0,05	0,09	0,08	0,06	0,05	0,05	0,06



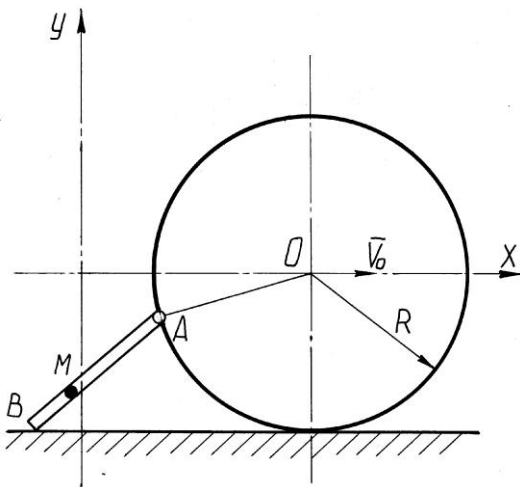
Задание 13

Колесо радиуса $r = \frac{1}{3}R$

катится без скольжения
внутри неподвижного колеса
радиуса R . Скорость точки C
равна V_C . В начальный
момент точка N совпадала с
точкой K неподвижного
колеса.

Таблица 13 Цифровые данные к заданию 1К вариант 13

№ вар.	13-1	13-2	13-3	13-4	13-5	13-6	13-7
$R, \text{ м}$	0,33	0,36	0,42	0,45	0,45	0,48	0,33
$V_C, \text{ м/с}$	0,06	0,06	0,09	0,12	0,10	0,12	0,06
$CM, \text{ м/с}$	0,03	0,04	0,02	0,05	0,06	0,05	0,09

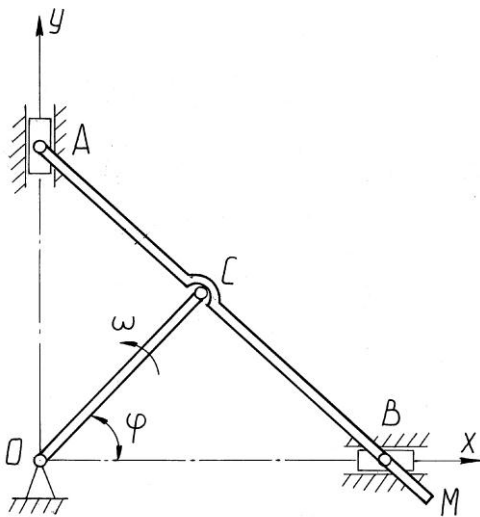


Задание 14

Колесо радиуса R катится без
скольжения по прямолинейному
рельсу и тянет за собой стержень
 AB , один конец которого
шарнирно прикреплен к ободу
колеса. Точка M лежит на
стержне. Скорость точки O
колеса V_0 .

Таблица 14 Цифровые данные к заданию 1К вариант 14

№ вар.	14-1	14-2	14-3	14-4	14-5	14-6	14-7
$R, \text{ м}$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,15
$AB, \text{ м}$	0,3	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,55
$BM, \text{ м}$	0,15	0,2	0,3	0,35	0,35	0,4	0,35
$V_0, \text{ м/с}$	0,1	0,4	0,35	0,45	0,3	0,2	0,3

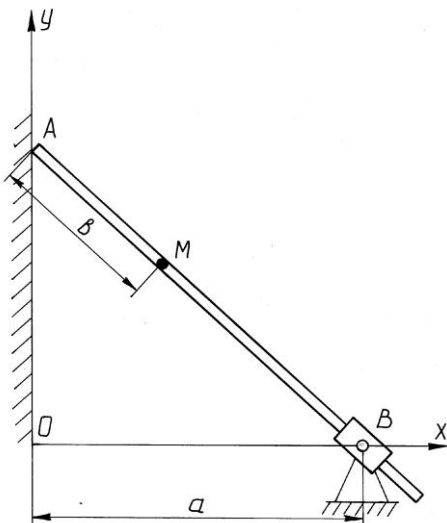


Задание 15

Конец А стержня АМ перемещается по оси ОУ, а точка В – по оси ОХ. Кривошип ОС равномерно вращается вокруг оси О с угловой скоростью ω , $AC = CB = OC = r$, $BM = b$. В начальный момент $\varphi_0 = 0$.

Таблица 15 Цифровые данные к заданию 1К вариант 15

№ вар.	15-1	15-2	15-3	15-4	15-5	15-6	15-7
$r, \text{ м}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,3
$b, \text{ м}$	0,1	0,15	0,1	0,2	0,25	0,3	0,1
$\omega, \text{ с}^{-1}$	2	3	2	4	3	3	4

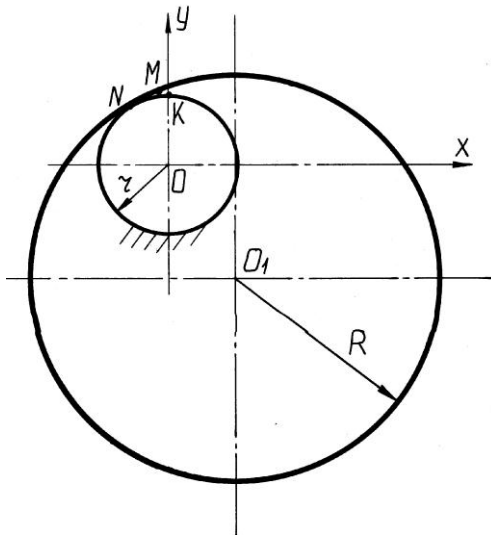


Задание 16

Стержень, конец А которого скользит от точки О по неподвижной прямой ОУ с постоянной скоростью V_A , проходит через муфту, вращающуюся на шарнире вокруг неподвижной точки В.

Таблица 16 Цифровые данные к заданию 1К вариант 16

№ вар.	16-1	16-2	16-3	16-4	16-5	16-6	16-7
$a, \text{ м}$	0,4	0,6	0,5	0,7	0,5	0,3	0,6
$b, \text{ м}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3	0,1	0,3
$V_A, \text{ м/с}$	0,02	0,04	0,03	0,06	0,1	0,02	0,06

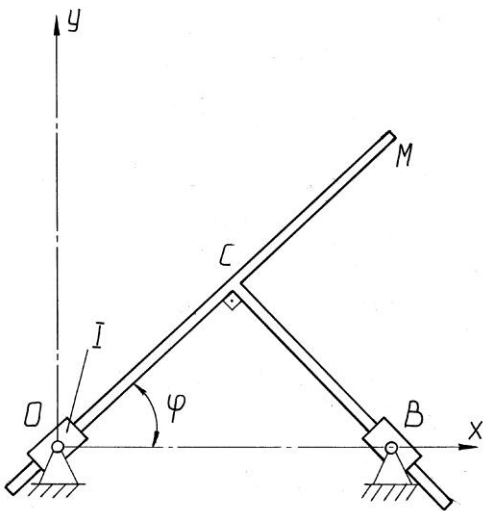


Задание 17

Колесо радиуса R катится без скольжения по колесу радиуса r . В начальный момент точка M совпадала с точкой K , а точка касания колес перемещается по неподвижной окружности со скоростью V_N .

Таблица 17 Цифровые данные к заданию 1К вариант 17

№ вар.	17-1	17-2	17-3	17-4	17-5	17-6	17-7
$R, \text{ м}$	0,1	0,12	0,16	0,3	0,4	0,5	0,1
$r, \text{ м}$	0,05	0,06	0,08	0,1	0,1	0,15	0,06
$V_N, \text{ м/с}$	2	4	2	3	2	6	3



Задание 18

В кулисно-рычажном механизме ползун 1 вращается вокруг неподвижной оси O по закону

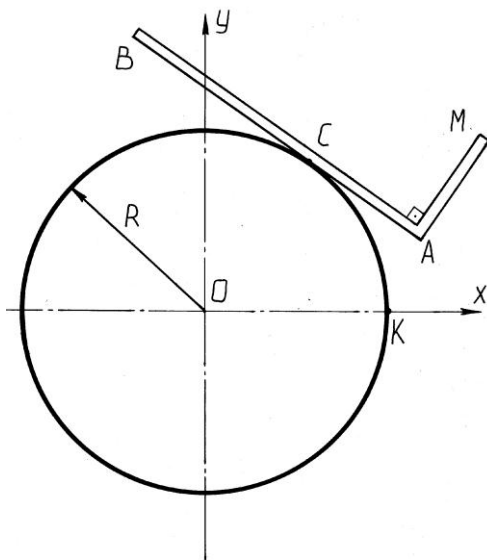
$$\varphi = \omega_0 t, \quad OB = CM.$$

Таблица 18 Цифровые данные к заданию 1К вариант 18

№ вар.	18-1	18-2	18-3	18-4	18-5	18-6	18-7
$OB, \text{ м}$	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,35	0,2
$\omega_0, \text{ с}^{-1}$	1	2	4	3	2,5	4	3

Задание 19

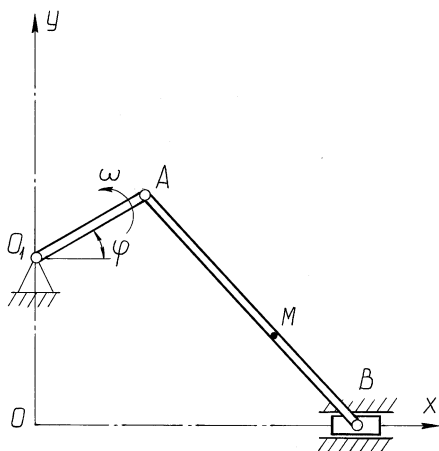
Прямая AB катится без



скольжения по окружности радиуса R . Скорость точки C касания прямой и окружности равна V_C , $AM = a$. В начальный момент точка A совпадала с точкой K .

Таблица 19 Цифровые данные к заданию 1К вариант 19

№ вар.	19-1	19-2	19-3	19-4	19-5	19-6	19-7
$R, \text{ м}$	0,25	0,3	0,4	0,5	0,45	0,6	0,4
$a, \text{ м}$	0,15	0,1	0,2	0,2	0,25	0,2	0,2
$V_C, \text{ м/с}$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,05



Задание 20

Кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω , $O_1A = r$, $AB = L$, $MB = a$, $O_1O = h$. В начальный момент $\varphi_0 = 0$.

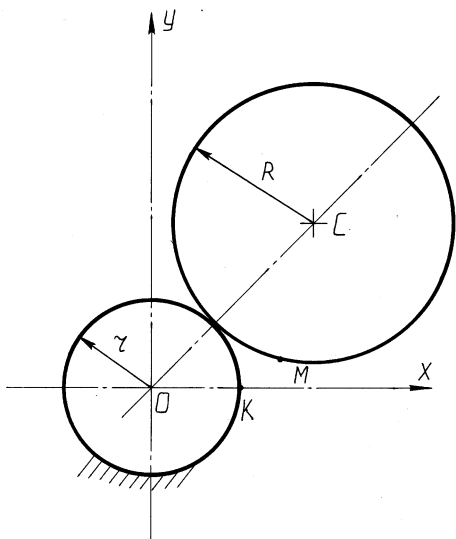
Примечание: выражение

$$\sqrt{1 - \left(\frac{h}{l} + \frac{r}{l} \sin \varphi \right)^2}$$

рекомендуется разложить в ряд по биному Ньютона.

Таблица 20 Цифровые данные к заданию 1К вариант 20

№ вар.	20-1	20-2	20-3	20-4	20-5	20-6	20-7
$a, \text{ м}$	0,2	0,1	0,05	0,04	0,05	0,06	0,1
$h, \text{ м}$	0,03	0,04	0,05	0,06	0,08	0,1	0,05
$L, \text{ м}$	0,3	0,3	0,6	0,6	0,45	0,7	0,45
$r, \text{ м}$	0,05	0,05	0,1	0,1	0,15	0,15	0,15
$\omega, \text{ с}^{-1}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{8}$	2π	3π	$\frac{\pi}{8}$

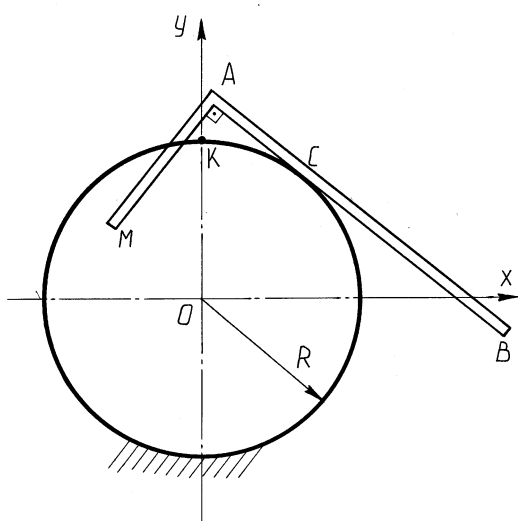


Задание 21

Колесо радиуса R катится без скольжения по неподвижному колесу радиуса r . Скорость оси колеса C равна V_C . В начальный момент M совпадал с точкой K неподвижного колеса.

Таблица 21 Цифровые данные к заданию 1К вариант 21

№ вар.	21-1	21-2	21-3	21-4	21-5	21-6	21-7
$r, \text{ м}$	0,1	0,2	0,1	0,02	0,25	0,25	0,2
$R, \text{ м}$	0,1	0,4	0,3	0,3	0,35	0,45	0,3
$V_C, \text{ м/с}$	0,05	0,07	0,06	0,06	0,08	0,1	0,08

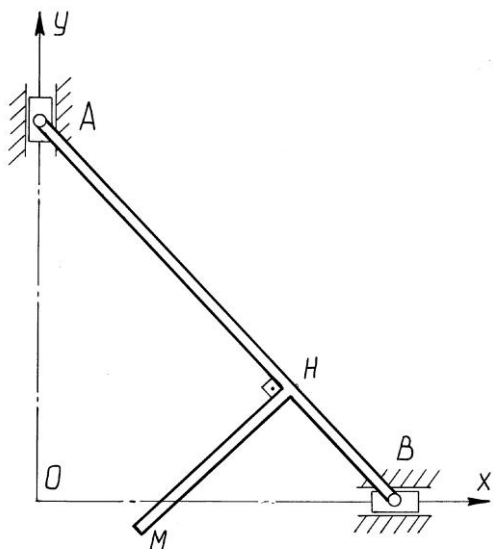


Задание 22

Прямая AB катится без скольжения по окружности радиуса R . Точка касания C прямой с окружностью перемещается с постоянной скоростью V_C . В начальный момент точка A совпадала с точкой K окружности и $AM = a$.

Таблица 22 Цифровые данные к заданию 1К вариант 22

№ вар.	22-1	22-2	22-3	22-4	22-5	22-6	22-7
$R, \text{ м}$	0,1	0,15	0,25	0,2	0,3	0,35	0,15
$a, \text{ м}$	0,1	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,15
$V_C, \text{ м/с}$	0,05	0,06	0,07	0,1	0,05	0,08	0,05

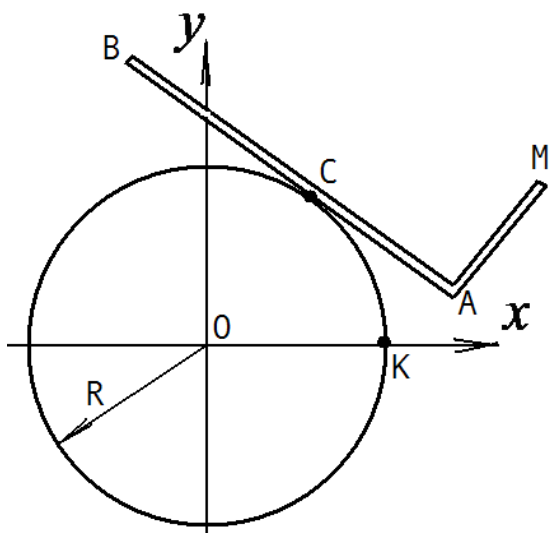


Задание 23

Стержень АВ длиной L скользит концами **A** и **B** по неподвижным направляющим OX и OY , $AH = a$, $BM = b$, конец **B** движется по закону $OB=S(t)$.

Таблица 23 Цифровые данные к заданию 1К вариант 23

№ вар.	23-1	23-2	23-3	23-4	23-5	23-6	23-7
$L, м$	0,6	0,6	1,0	1,0	0,8	0,8	0,6
$a, м$	0,4	0,5	0,3	0,6	0,4	0,7	0,3
$b, м$	0,2	0,4	0,15	0,1	0,1	0,4	0,1
$S(t), м$	$0,6 \sin \frac{\pi}{2} t$	$0,6 \cos \frac{\pi}{2} t$	$\sin \frac{\pi}{12} t$	$\cos \frac{\pi}{12} t$	$0,8 \sin 2t$	$0,8 \cos 2t$	$\sin \frac{\pi}{12} t$

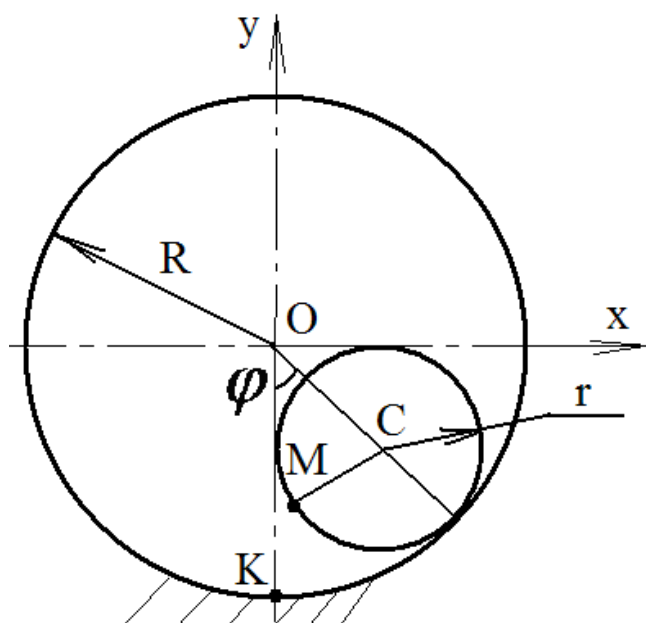


Задание 24

Прямая АВ катится без скольжения по окружности радиуса R , $AM = a$. Скорость точки **C** касания прямой и окружности перемещается с постоянной скоростью V_C . В начальный момент точка **A** совпадала с точкой **K**.

Таблица 24 Цифровые данные к заданию 1К вариант 24

№ вар.	24-1	24-2	24-3	24-4	24-5	24-6	24-7
$R, м$	0,3	0,5	0,4	0,6	0,8	1,0	0,5
$a, м$	0,2	0,2	0,15	0,3	0,5	0,8	0,15
$V_C, м/с$	0,63	0,08	0,18	0,07	0,09	0,1	0,09

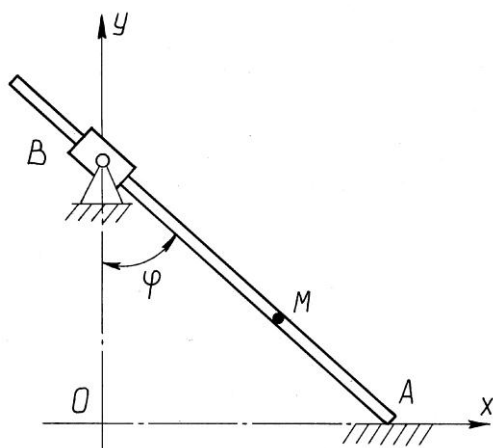


Задание 25

По неподвижной окружности радиуса R катится без скольжения колесо радиуса r таким образом, что угол φ изменяется по закону $\varphi = \varphi(t)$. В начальный момент времени точка M совпадала с точкой K .

Таблица 25 Цифровые данные к заданию 1К вариант 25

№ вар.	25-1	25-2	25-3	25-4	25-5	25-6	25-7
$R, \text{ м}$	0,3	0,4	0,5	0,25	0,35	0,45	0,3
$b, \text{ м}$	0,1	0,2	0,2	0,1	0,15	0,2	0,15
$\varphi = \varphi(t), \text{ рад}$	$\pi \cdot t$	$0,5 \pi \cdot t$	$\frac{1}{3} \pi \cdot t$	$\frac{1}{4} \pi \cdot t$	$2 \pi^2$	$0,5 \pi \cdot t$	$\frac{1}{3} \pi \cdot t$

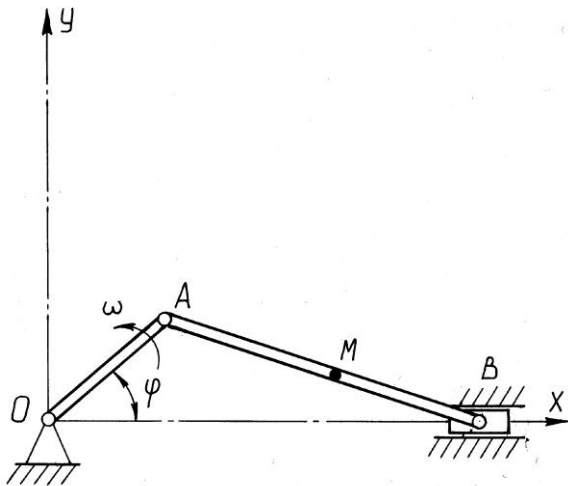


Задание 26

Стержень, конец которого A скользит по оси Ox , проходит через муфту, вращающуюся вокруг шарнира B по закону $\varphi = \omega t$, $OB = a$, $AM = b$.

Таблица 26 Цифровые данные к заданию 1К вариант 26

№ вар.	26-1	26-2	26-3	26-4	26-5	26-6	26-7
$a, \text{ м}$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,45	0,55	0,4
$b, \text{ м}$	0,2	0,3	0,3	0,4	0,25	0,35	0,25
$\omega, \text{ с}^{-1}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$1,5 \pi$	$\frac{\pi}{2}$



Задание 27

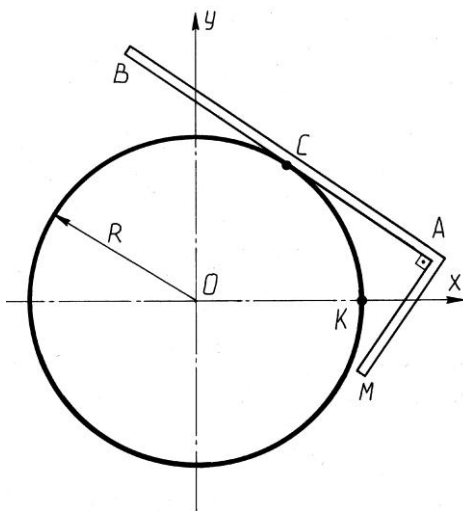
Кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω , $OA = r$, $AB = L$, $AM = a$. В начальный момент угол $\varphi = 0$.

Выражение $\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \varphi}$

рекомендуется разложить в ряд по биному Ньютона.

Таблица 27 Цифровые данные к заданию 1К вариант 27

№ вар.	27-1	27-2	27-3	27-4	27-5	27-6	27-7
$r, \text{ м}$	0,1	0,1	0,15	0,15	0,2	0,2	0,1
$L, \text{ м}$	0,5	0,6	0,6	0,75	1,0	0,9	0,75
$a, \text{ м}$	0,3	0,45	0,3	0,4	0,5	0,6	0,5
$\omega, \text{ с}^{-1}$	6π	3π	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	π	3π



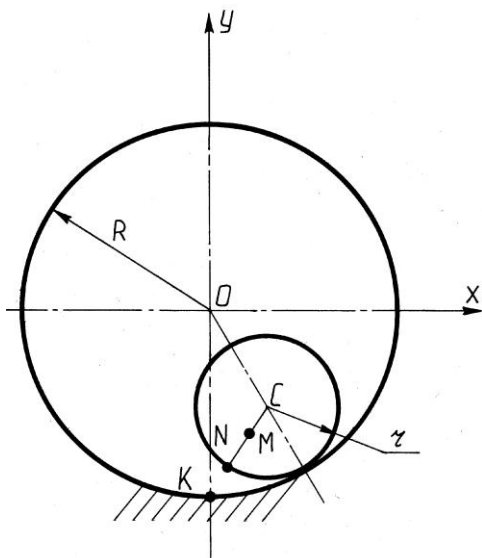
Задание 28

Прямая AB катится без скольжения по окружности радиуса R , $AM = a$.

Скорость точки касания C прямой окружности V_C . В начальный момент точка K совпадала с точкой A .

Таблица 28 Цифровые данные к заданию 1К вариант 28

№ вар.	28-1	28-2	28-3	28-4	28-5	28-6	28-7
$R, \text{ м}$	0,3	0,5	0,4	0,5	0,6	1,0	0,5
$a, \text{ м}$	0,2	0,2	0,15	0,3	0,5	0,6	0,15
$V_C, \text{ м/с}$	0,03	0,04	0,05	0,06	0,04	0,08	0,04

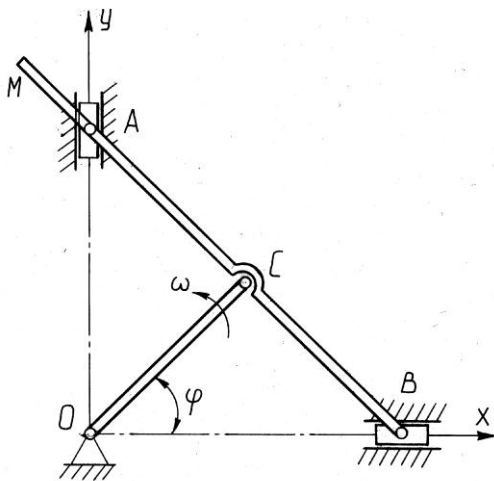


Задание 29

По неподвижной окружности радиуса R катится без скольжения колесо радиуса r таким образом, что угол $KOC = \varphi$ изменяется по закону $\varphi = \varphi(t)$. В начальный момент времени точка N совпадала с точкой K , $CM = a$.

Таблица 29 Цифровые данные к заданию 1К вариант 29

№ вар.	29-1	29-2	29-3	29-4	29-5	29-6	29-7
$R, \text{ м}$	0,4	0,5	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4
$r, \text{ м}$	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,15	0,25
$a, \text{ м}$	0,1	0,1	0,15	0,15	0,12	0,1	0,12
$\varphi = \varphi(t), \text{ рад}$	$\pi \cdot t$	$\frac{\pi \cdot t}{2}$	$\frac{1}{3} \pi \cdot t$	$\frac{1}{4} \pi \cdot t$	$2 \pi \cdot t$	$0,5 \pi \cdot t$	$\frac{1}{4} \pi \cdot t$



Задание 30

Кривошип OC механизма равномерно вращается вокруг оси с постоянной угловой скоростью ω , $AC = CB = OC = r$, $AM = a$. В начальный момент угол поворота кривошипа $\varphi = 0$.

Таблица 30 Цифровые данные к заданию 1К вариант 30

№ вар.	30-1	30-2	30-3	30-4	30-5	30-6	30-7
$r, \text{ м}$	0,15	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,25
$a, \text{ м}$	0,1	0,1	0,15	0,2	0,2	0,15	0,2
$\omega, \text{ с}^{-1}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$

УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 2К

Определить скорости и ускорения точек А, В и С, угловые скорости и угловые ускорения звеньев механизма

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 2К

Задание 1

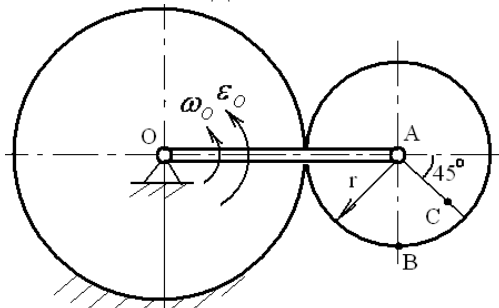


Таблица 31 Цифровые данные к заданию 2К вариант 1

Вариант	Размеры (м)			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	r	AC		
1-1	0,5	0,2	0,1	3	5
1-2	0,4	0,2	0,15	2	3
1-3	0,35	0,1	0,1	5	1
1-4	0,35	0,15	0,1	2	4
1-5	0,3	0,1	0,05	10	3
1-6	0,45	0,13	0,1	7	2
1-7	0,5	0,11	0,08	4	6

Задание 2

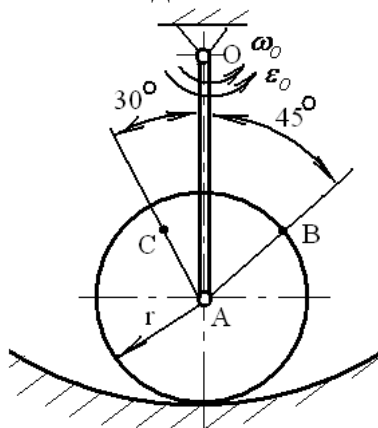


Таблица 32 Цифровые данные к заданию 2К вариант 2

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	r	AC		
2-1	0,7	0,3	0,2	5	5
2-2	0,6	0,3	0,15	3	2
2-3	0,5	0,2	0,1	4	3
2-4	0,45	0,2	0,15	5	2
2-5	0,3	0,1	0,05	3	3
2-6	0,4	0,15	0,04	2	4
2-7	0,3	0,25	0,1	1	5

Задание 3

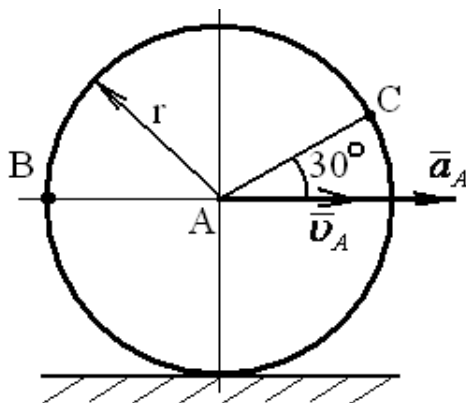


Таблица 33 Цифровые данные к заданию 2К вариант 3

Вариант	$r, \text{ м}$	$v_A, \text{ м/с}$	$a_A, \text{ м/с}^2$
3-1	0,6	10	2
3-2	0,5	8	4
3-3	0,4	5	5
3-4	0,3	10	-3
3-5	0,25	3	-1
3-6	0,45	4	3
3-7	0,35	7	1

Задание 4

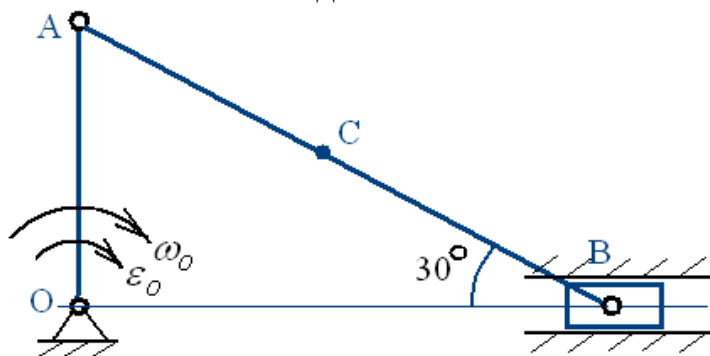


Таблица 34 Цифровые данные к заданию 2К вариант 4

Вариант	Размеры, м		$\omega_0, \text{ с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{ с}^{-2}$
	OA	AC		
4-1	0,4	0,5	5	-4
4-2	0,3	0,4	4	2
4-3	0,25	0,3	5	3
4-4	0,2	0,2	-2	6
4-5	0,15	0,2	3	-5
4-6	0,35	0,25	2	5
4-7	0,2	0,45	1	-3

Задание 5

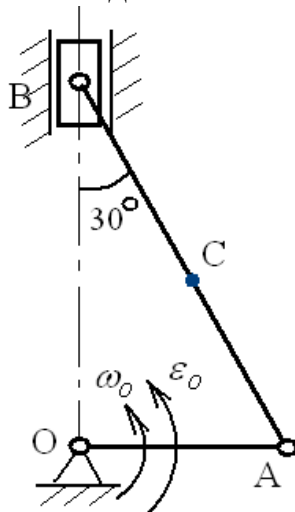


Таблица 35 Цифровые данные к заданию 2К вариант 5

Вариант	Размеры, м		$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AC		
5-1	0.5	0.7	5	3
5-2	0.4	0.5	3	-5
5-3	0.35	0.2	7	2
5-4	0.3	0.3	-10	4
5-5	0.25	0.2	3	3
5-6	0.28	0.4	4	1
5-7	0.45	0.6	6	-2

Задание 6

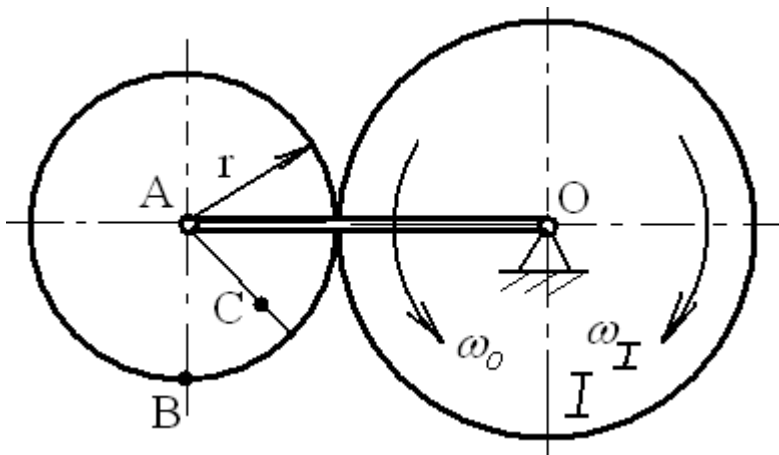


Таблица 36 Цифровые данные к заданию 2К вариант 6

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\omega_I, \text{с}^{-1}$
	OA	r	AC		
6-1	0.5	0.15	0.07	3	5
6-2	0.4	0.15	0.1	10	5
6-3	0.35	0.1	0.08	-4	1
6-4	0.3	0.1	0.05	5	5
6-5	0.3	0.08	0.05	3	-2
6-6	0.4	0.15	0.04	2	4
6-7	0.3	0.25	0.1	1	5

Задание 7

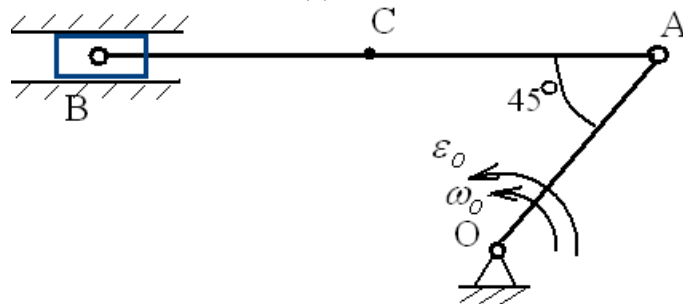


Таблица 37 Цифровые данные к заданию 2К вариант 7

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
7-1	0,5	0,7	0,3	10	-3
7-2	0,4	0,8	0,5	5	-2
7-3	0,4	0,7	0,35	3	4
7-4	0,35	0,5	0,4	-5	3
7-5	0,25	0,5	0,3	6	2
7-6	0,4	0,15	0,04	2	4
7-7	0,3	0,25	0,1	1	5

Задание 8

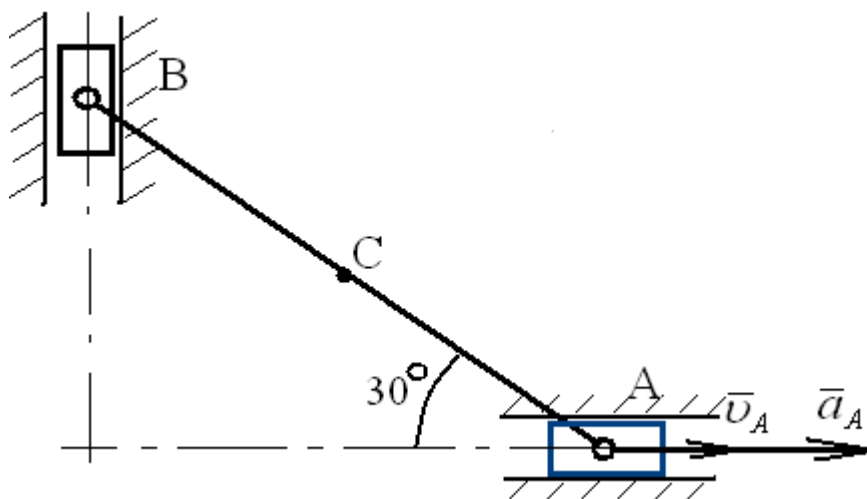


Таблица 38 Цифровые данные к заданию 2К вариант 8

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$
	AB	AC		
8-1	0,5	0,4	10	-3
8-2	0,4	0,2	4	5
8-3	0,35	0,2	5	2
8-4	0,3	0,2	2	4
8-5	0,25	0,15	7	5
8-6	0,38	0,3	6	3
8-7	0,28	0,1	3	1

Задание 9

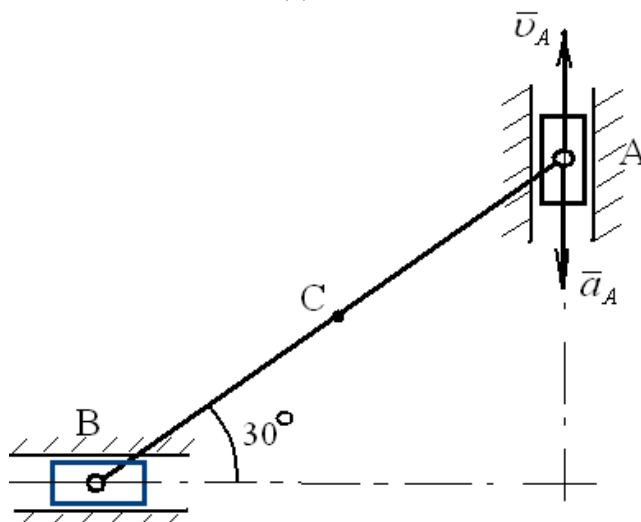


Таблица 39 Цифровые данные к заданию 2К вариант 9

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$
	AB	AC		
9-1	0,5	0,5	3	3
9-2	0,4	0,25	4	3
9-3	0,35	0,3	7	2
9-4	0,3	0,2	5	3
9-5	0,25	0,15	2	5
9-6	0,45	0,25	6	4
9-7	0,35	0,1	4	5

Задание 10

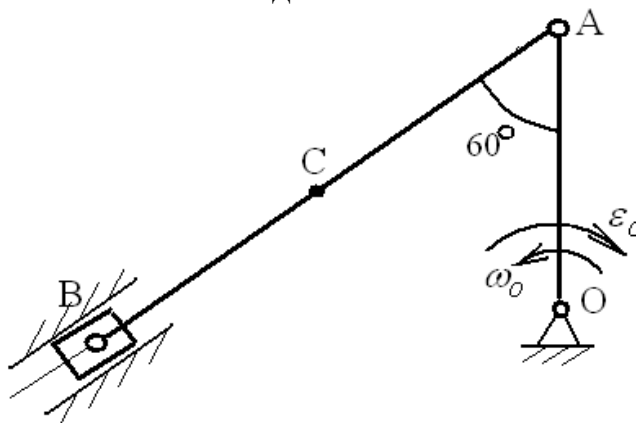


Таблица 40 Цифровые данные к заданию 2К вариант 10

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
10-1	0,6	1	0,3	5	2
10-2	0,5	1	0,25	3	1
10-3	0,4	0,9	0,4	6	2
10-4	0,35	0,5	0,3	4	10
10-5	0,25	0,6	0,4	2	5
10-6	0,45	0,95	0,35	6	3
10-7	0,55	0,65	0,25	3	4

Задание 11

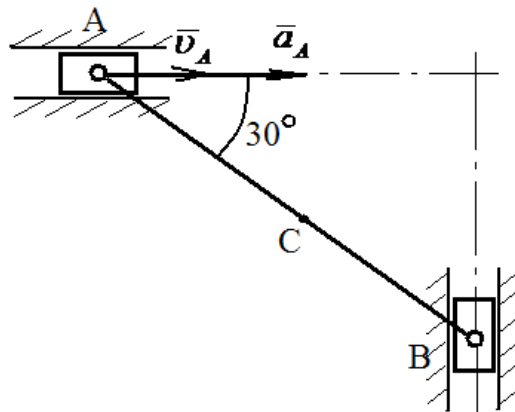


Таблица 41 Цифровые данные к заданию 2К вариант 11

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{ м/с}$	$a_A, \text{ м/с}^2$
	AB	AC		
11-1	1	0,3	40	5
11-2	0,8	0,5	15	3
11-3	0,75	0,5	5	6
11-4	0,6	0,4	10	-4
11-5	0,4	0,3	15	5
11-6	0,7	0,45	4	2
11-7	0,65	0,35	8	3

Задание 12

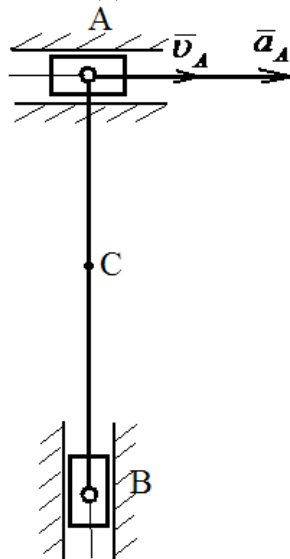


Таблица 42 Цифровые данные к заданию 2К вариант 12

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{ м/с}$	$a_A, \text{ м/с}^2$
	AB	AC		
12-1	1	0,7	10	4
12-2	0,8	0,6	15	6
12-3	0,7	0,5	5	5
12-4	0,35	0,2	-10	-3
12-5	0,2	0,15	8	2
12-6	0,25	0,3	6	3
12-7	0,6	0,4	7	-2

Задание 13

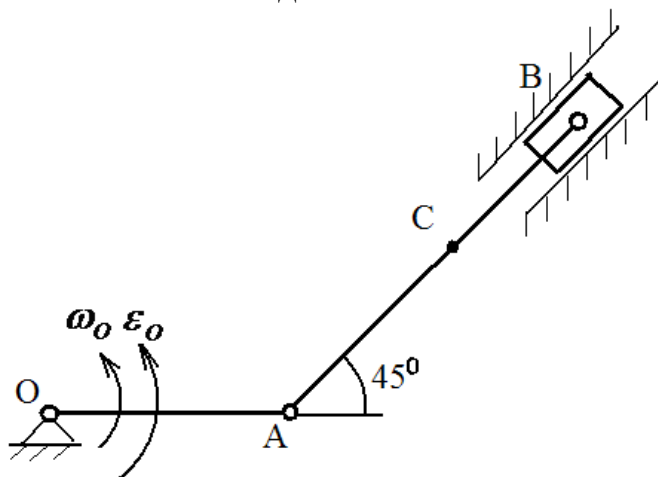


Таблица 43 Цифровые данные к заданию 2К вариант 13

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
13-1	0,2	0,4	0,3	3	2
13-2	0,15	0,25	0,15	-5	3
13-3	0,25	0,3	0,2	2	5
13-4	0,4	0,4	0,25	4	-3
13-5	0,5	0,7	0,5	5	5
13-6	0,45	0,5	0,4	1	3
13-7	0,35	0,6	0,3	2	5

Задание 14

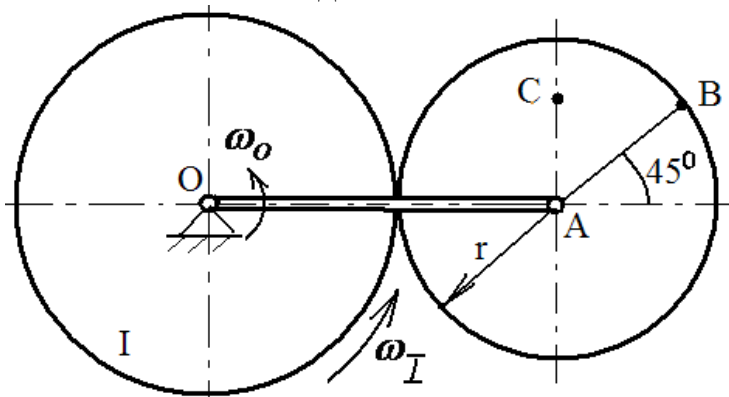


Таблица 44 Цифровые данные к заданию 2К вариант 14

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\omega_I, \text{с}^{-1}$
	OA	r	AC		
14-1	0,5	0,2	0,1	5	3
14-2	0,4	0,2	0,15	2	2
14-3	0,2	0,08	0,05	-4	5
14-4	0,25	0,1	0,05	6	3
14-5	0,15	0,05	0,03	5	5
14-6	0,3	0,06	0,04	3	4
14-7	0,25	0,07	0,06	5	2

Задание 15

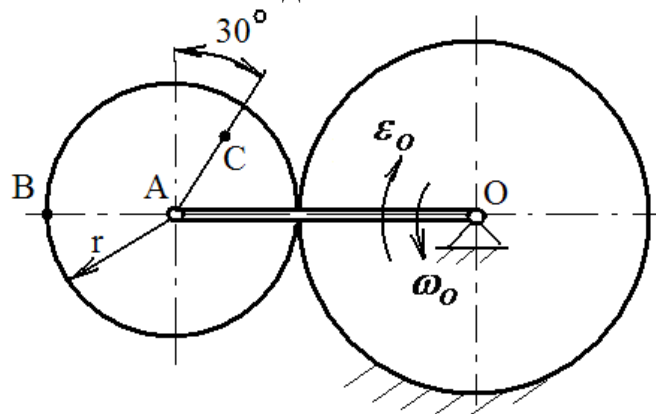


Таблица 45 Цифровые данные к заданию 2К вариант 15

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	r	AC		
15-1	0,1	0,2	0,15	5	2
15-2	0,4	0,15	0,05	-3	5
15-3	0,2	0,1	0,05	10	3
15-4	0,3	0,1	0,07	4	-5
15-5	0,5	0,2	0,15	7	4
15-6	0,6	0,1	0,06	2	3
15-7	0,7	0,15	0,08	1	2

Задание 16

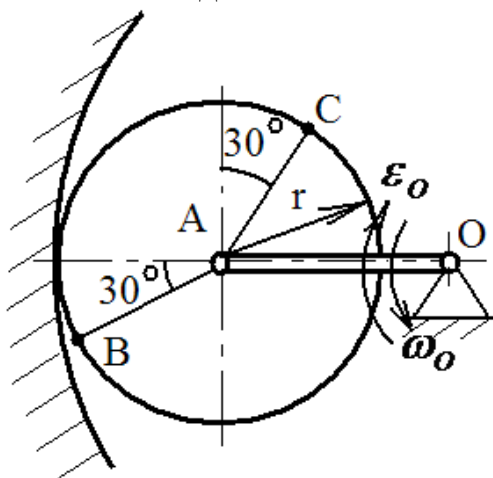


Таблица 46 Цифровые данные к заданию 2К вариант 16

Вариант	Размеры, м		$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	r		
16-1	0,5	0,2	5	3
16-2	0,2	0,15	7	-5
16-3	0,4	0,2	4	4
16-4	0,35	0,15	5	6
16-5	0,6	0,3	-1	2
16-6	0,3	0,3	6	5
16-7	0,4	0,25	1	-2

Задание 17

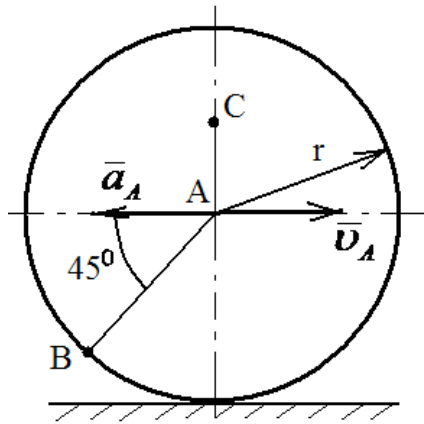


Таблица 47 Цифровые данные к заданию 2К вариант 17

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$
	r	AC		
17-1	0,4	0,15	5	10
17-2	0,3	0,25	10	3
17-3	0,35	0,3	8	5
17-4	0,4	0,2	6	7
17-5	0,25	0,15	12	4
17-6	0,2	0,1	7	9
17-7	0,3	0,25	9	6

Задание 18

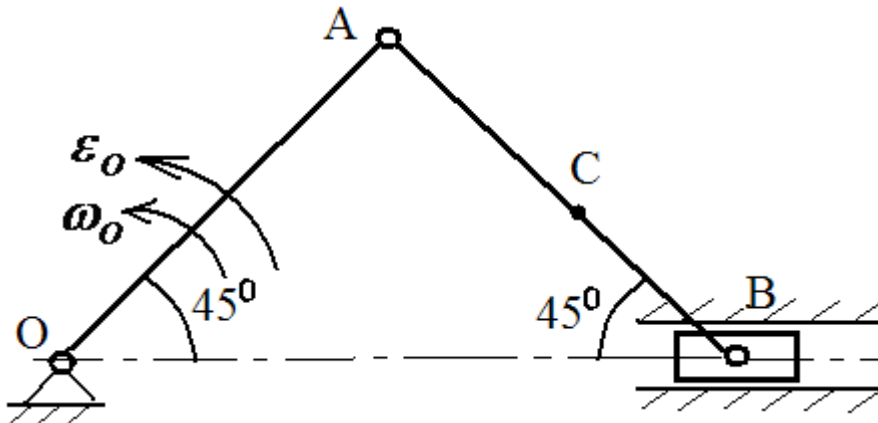


Таблица 48 Цифровые данные к заданию 2К вариант 18

Вариант	Размеры, м		$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AC		
18-1	0,3	0,2	5	2
18-2	0,4	0,3	7	4
18-3	0,25	0,2	-9	7
18-4	0,5	0,35	10	4
18-5	0,2	0,15	3	1
18-6	0,28	0,4	4	1
18-7	0,45	0,6	6	-2

Задание 19

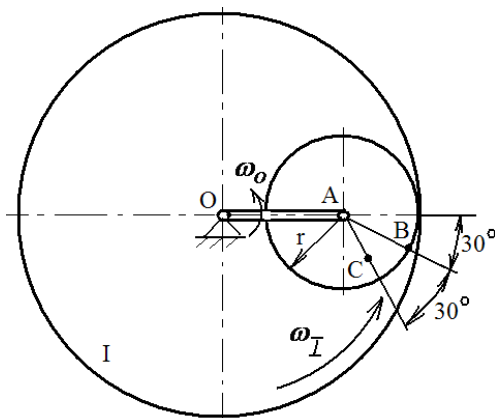


Таблица 49 Цифровые данные к заданию 2К вариант 19

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\omega_I, \text{с}^{-1}$
	OA	r	AC		
19-1	0.2	0.1	0.05	5	4
19-2	0.25	0.15	0.1	7	-5
19-3	0.3	0.2	0.1	10	2
19-4	0.3	0.2	0.15	-5	3
19-5	0.35	0.25	0.2	3	4
19-6	0.3	0.06	0.04	3	4
19-7	0.25	0.07	0.06	5	2

Задание 20

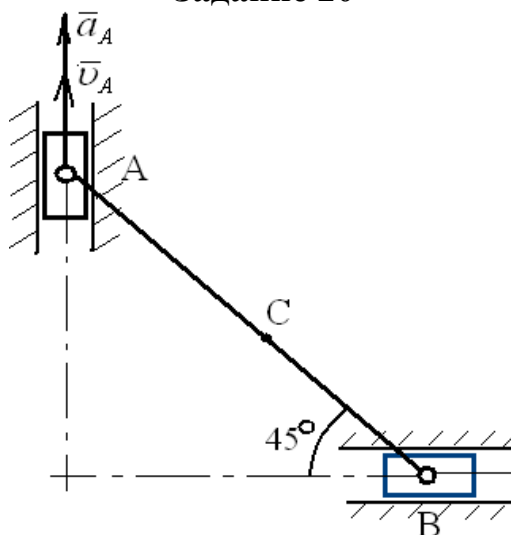


Таблица 50 Цифровые данные к заданию 2К вариант 20

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$
	AB	AC		
20-1	0.4	0.3	10	4
20-2	0.3	0.2	15	2
20-3	0.2	0.15	8	5
20-4	0.25	0.15	5	3
20-5	0.45	0.35	10	6
20-6	0.25	0.3	6	3
20-7	0.6	0.4	7	-2

Задание 21

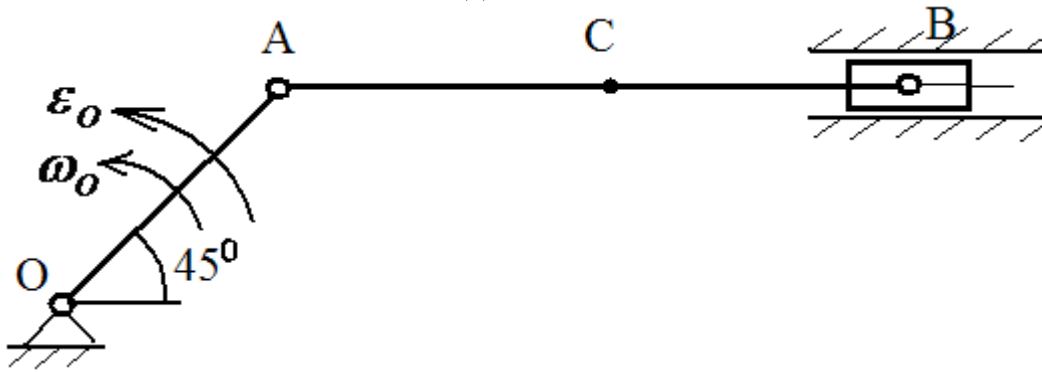


Таблица 51 Цифровые данные к заданию 2К вариант 21

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
21-1	0,2	0,15	0,1	5	3
21-2	0,25	0,5	0,4	-3	4
21-3	0,3	0,5	0,3	5	6
21-4	0,4	0,4	0,30,	4	-3
21-5	0,4	0,5	35	6	2
21-6	0,45	0,5	0,4	1	3
21-7	0,35	0,6	0,3	2	5

Задание 22

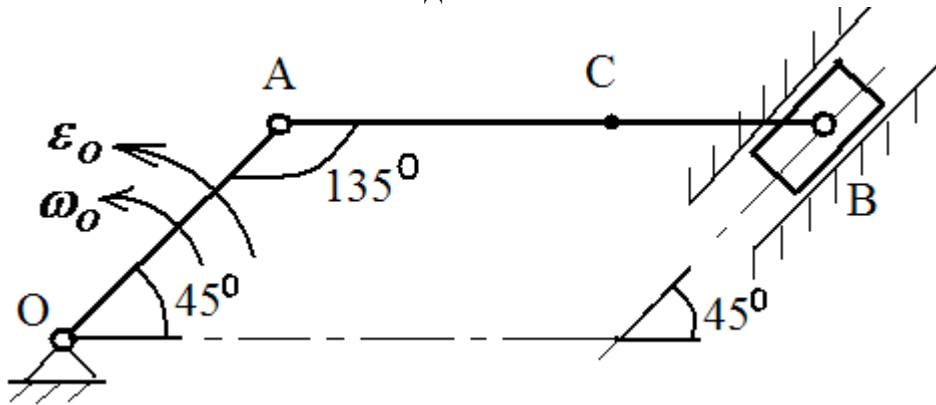


Таблица 52 Цифровые данные к заданию 2К вариант 22

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
22-1	0,3	0,5	0,3	5	4
22-2	0,25	0,5	0,4	7	2
22-3	0,4	0,6	0,4	3	3
22-4	0,15	0,4	0,35	10	5
22-5	0,2	0,5	0,4	8	2
22-6	0,45	0,5	0,4	1	3
22-7	0,35	0,6	0,3	2	5

Задание 23

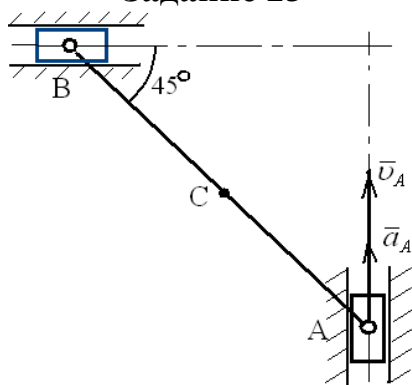


Таблица 53 Цифровые данные к заданию 2К вариант 23

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{ м/с}$	$a_A, \text{ м/с}^2$
	AB	AC		
23-1	0,3	0,1	5	4
23-2	0,4	0,2	7	2
23-3	0,5	0,15	-10	5
23-4	0,25	0,2	10	-3
23-5	0,15	0,1	5	5
23-6	0,25	0,3	6	3
23-7	0,6	0,4	7	-2

Задание 24

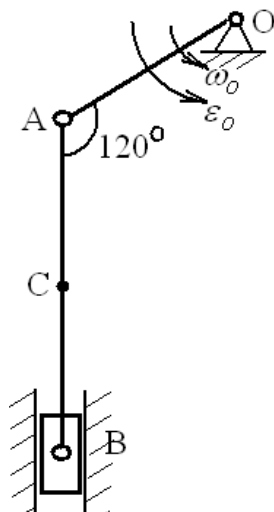


Таблица 54 Цифровые данные к заданию 2К вариант 24

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{ с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{ с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
24-1	0,3	0,5	0,25	5	-3
24-2	0,4	0,7	0,3	7	1
24-3	0,55	0,8	0,45	3	5
24-4	0,6	0,15	0,3	-10	4
24-5	0,35	0,6	0,4	12	5
24-6	0,45	0,95	0,35	6	3
24-7	0,55	0,65	0,25	3	4

Задание 25

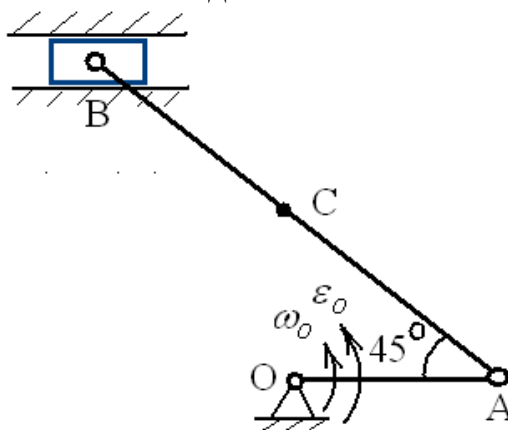


Таблица 55 Цифровые данные к заданию 2К вариант 25

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
25-1	0,2	0,5	0,2	5	3
25-2	0,25	0,7	0,3	7	2
25-3	0,15	0,4	0,3	-10	4
25-4	0,1	0,3	0,15	12	1
25-5	0,15	0,5	0,2	6	5
25-6	0,45	0,95	0,35	6	3
25-7	0,55	0,65	0,25	3	4

Задание 26

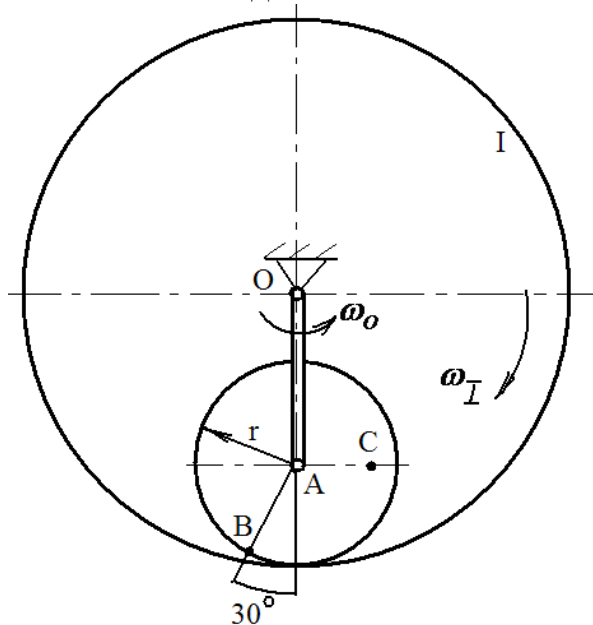


Таблица 56 Цифровые данные к заданию 2К вариант 26

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\omega_I, \text{с}^{-1}$
	OA	r	AC		
26-1	0,4	0,3	0,15	5	3
26-2	0,3	0,2	0,15	-7	2
26-3	0,5	0,35	0,2	4	4
26-4	0,25	0,15	0,1	2	-1
26-5	0,15	0,1	0,8	5	5
26-6	0,3	0,06	0,04	3	4
26-7	0,25	0,07	0,06	5	2

Задание 27

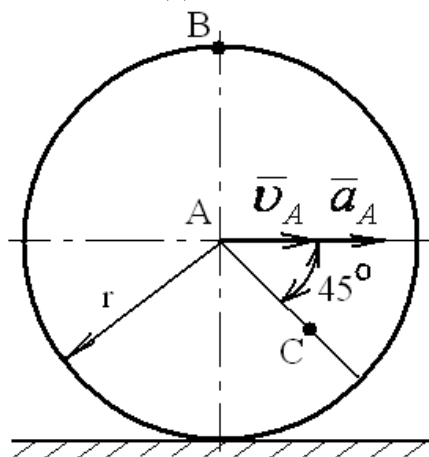


Таблица 57 Цифровые данные к заданию 2К вариант 27

Вариант	Размеры, м		$v_A, \text{м/с}$	$a_A, \text{м/с}^2$
	r	AC		
27-1	0,3	0,2	20	5
27-2	0,2	0,15	15	-3
27-3	0,1	0,05	25	10
27-4	0,35	0,2	-20	4
27-5	0,4	0,25	10	6
27-6	0,2	0,1	7	9
27-7	0,3	0,25	9	6

Задание 28

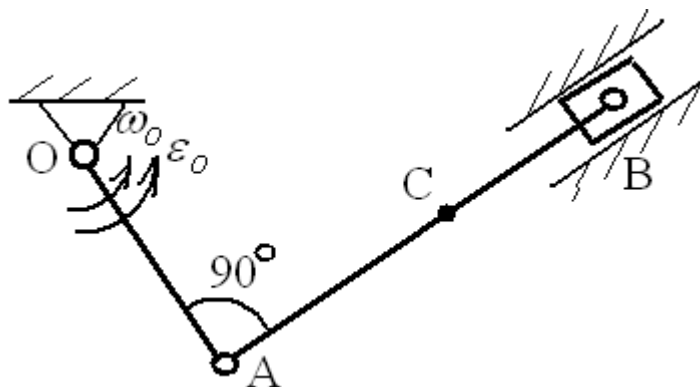


Таблица 58 Цифровые данные к заданию 2К вариант 28

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\epsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
28-1	0,2	0,5	0,25	7	3
28-2	0,3	0,7	0,7	3	2
28-3	0,25	0,75	0,4	-5	5
28-4	0,4	1	0,6	4	-3
28-5	0,35	0,8	0,3	10	4
28-6	0,45	0,13	0,1	7	2
28-7	0,5	0,11	0,08	4	6

Задание 29

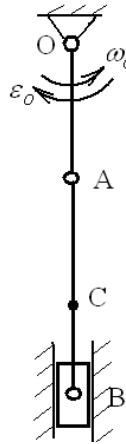


Таблица 59 Цифровые данные к заданию 2К вариант 29

Вариант	Размеры, м			$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AB	AC		
29-1	0,1	0,3	0,2	5	3
29-2	0,2	0,5	0,25	3	5
29-3	0,15	0,5	0,3	-10	4
29-4	0,25	0,6	0,4	15	2
29-5	0,3	0,7	0,4	12	-5
29-6	0,45	0,13	0,1	7	2
29-7	0,5	0,11	0,08	4	6

Задание 30

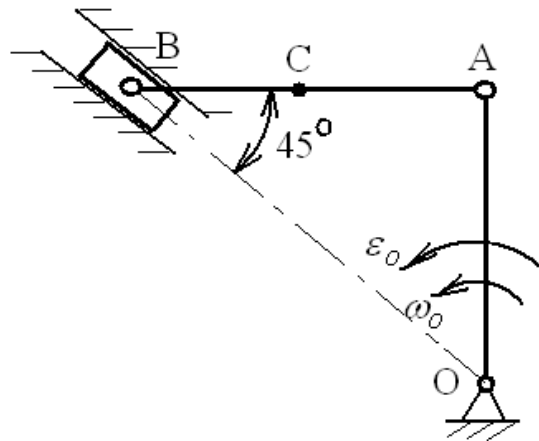


Таблица 60 Цифровые данные к заданию 2К вариант 30

Вариант	Размеры, м		$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\varepsilon_0, \text{с}^{-2}$
	OA	AC		
30-1	0,1	0,08	5	3
30-2	0,15	0,1	10	5
30-3	0,2	0,12	12	3
30-4	0,3	0,2	8	2
30-5	0,25	0,2	10	4
30-6	0,28	0,4	4	1
30-7	0,45	0,6	6	-2

УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 3К

Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки М в заданный момент времени t_1

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 3К

Задание 1

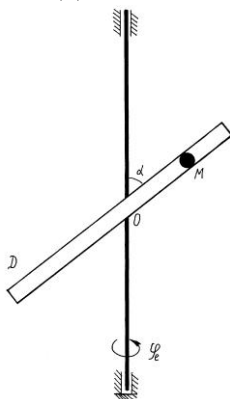


Таблица 61 Цифровые данные к заданию 3К вариант 1

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	α , град
1-1	$2t^2 - 3t$	$0.015t^2 + 0.05t$	1.5	30
1-2	$0.1t^3$	$0.05t^2 + 0.03t$	2	45
1-3	$10\pi \sin \pi t$	$0.1t^2 + 0.05t$	0.15	30
1-4	$2(t^2 - t)$	$0.049t^2$	2.5	45
1-5	e^{2t}	$0.06t^2 + 0.05t$	1.5	45
1-6	$3t^2 + 2t$	$0.02t^2 + 0.06t$	1	30
1-7	e^{3t}	$0.03t^2$	0.1	40

Задание 2

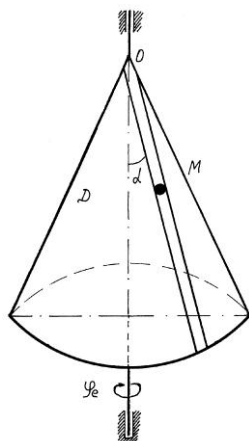


Таблица 62 Цифровые данные к заданию 3К вариант 2

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	α , град
2-1	πt^3	$0.05\pi \sin \pi t / 3$	1	30
2-2	$3t^2 + 2t$	$0.05t^3$	1.5	30
2-3	$6t^2 - 5t$	$0.02e^{2t}$	0.5	45
2-4	$0.1t^3$	$0.049t^2$	3	45
2-5	$t^2 + 2t$	$0.03t^2$	12	30
2-6	$3t^2 - 2t$	$0.05t^2$	9	40
2-7	$5t^2 - t$	$0.07t^2$	7	45

Задание 3

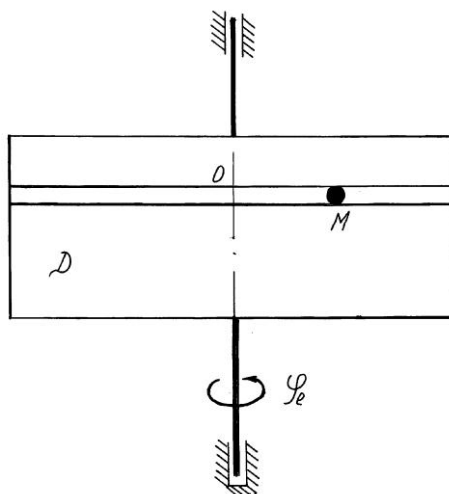


Таблица 63 Цифровые данные к заданию 3К вариант 3

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t, \text{ с}$
3-1	$2t^3$	$0.02t + 0.03t^2$	2
3-2	$5t^2 + 2t$	$0.05t^2$	1.5
3-3	$10\pi \sin(\pi t/3)$	$0.04t + 0.02t^2$	2
3-4	$e^{t/2}$	$0.05\pi t^2$	0.5
3-5	$0.1t^3$	$10 \sin(\pi t/3)$	2
3-6	$3t^2 + t$	$0.03t + t^2$	10
3-7	t^2	πt^2	1

Задание 4

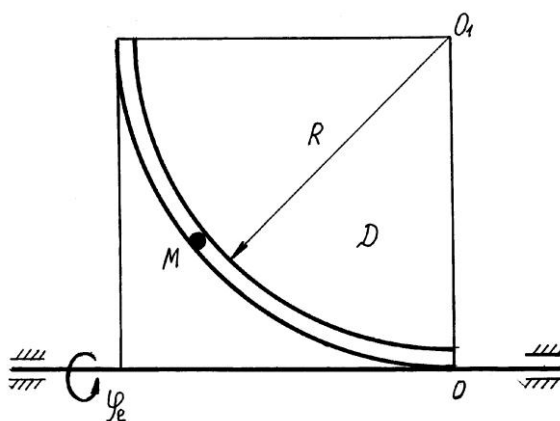


Таблица 64 Цифровые данные к заданию 3К вариант 4

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
4-1	πt^3	$0.02t^2 + 0.03t$	2	0.10
4-2	$5t^2 + 3t$	$0.1t^2$	0.5	0.05
4-3	$\pi(t^2 + t)$	$0.05t^2$	1	0.07
4-4	$\pi/2 \sin \pi t$	$0.1\pi t^2$	2/3	0.18
4-5	$5t^2 + t$	$0.05t + 0.07t^2$	1/3	0.10
4-6	$5t^2 + 3t$	$0.02t^2 + 0.03t$	3/2	0.12
4-7	πt^3	$0.1\pi t^2$	3	2.0

Задание 5

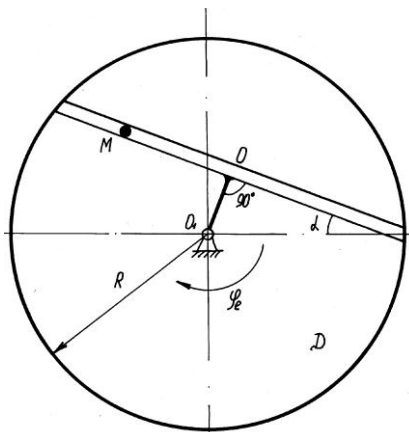


Таблица 65 Цифровые данные к заданию 3К вариант 5

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м	α , град
5-1	$0,01\pi t^2$	$0,005t^2 + 0,03t$	2	0,15	30
5-2	$2t^2 + 7t$	$0,04t^2$	1,5	0,12	30
5-3	$0,1\pi t^3$	$0,02t^3 + 0,03t$	1,2	0,1	45
5-4	$10\pi \sin 2t$	$0,04t^2$	$\pi/3$	0,07	30
5-5	$5e^t$	$0,05t + 0,03t^2$	1/2	0,1	45
5-6	$2t^3 + 7t$	$0,02t^3 + 3t$	1,3	0,05	45
5-7	$10\pi \sin 2t$	$0,005t^2 + 0,03t$	1,4	0,06	30

Задание 6

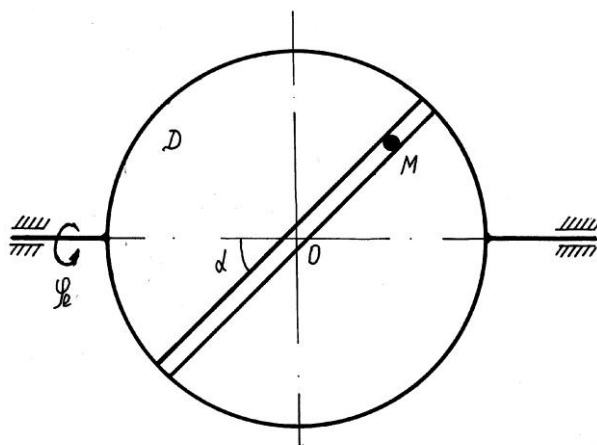


Таблица 66 Цифровые данные к заданию 3К вариант 6

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	α , град
6-1	$2t^3$	$0,02t^3 + 0,03t$	1,2	30
6-2	$\pi(t^2 - 2t)$	$0,025\pi t^2$	2,5	15
6-3	$10\pi \sin(\pi t/3)$	$0,02e^{3t}$	0,5	30
6-4	$10t^2 - 5t$	$0,12t^2 - 0,05t$	0,5	20
6-5	$0,1t^3$	$0,1t^3$	0,75	30
6-6	$\pi(t^2 - 2t)$	$0,02t^3 + 3t$	1,5	25
6-7	$0,1t^3$	$0,02e^{3t}$	2	35

Задание 7

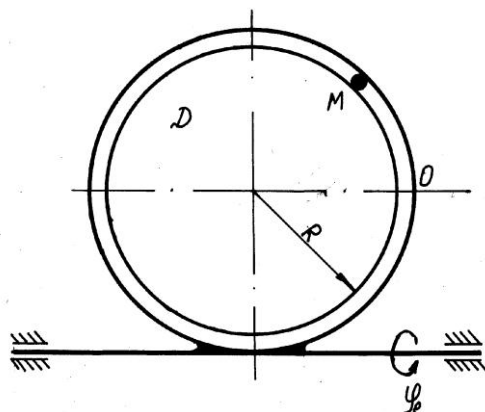


Таблица 67 Цифровые данные к заданию 3К вариант 7

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
7-1	$\pi(t^2 + t)$	$0,02t^2 + 0,1t$	1,5	0,25
7-2	πt^3	$0,03t^2 + 0,05t$	1,2	0,15
7-3	$5t^2 + 3t$	$0,1(t^2 + 0,02t)$	1/2	0,3
7-4	$10 \sin(\pi t)$	$0,1e^{2t}$	1/3	0,25
7-5	$\pi(t^2 + t)$	$0,03t^2 + 0,07t$	1,5	0,2
7-6	$\pi(t^2 + 2t)$	$0,03t^2 + 0,05t$	3/2	0,1
7-7	$10 \sin(\pi t)$	$0,2t^2 + 0,1t$	1	0,35

Задание 8

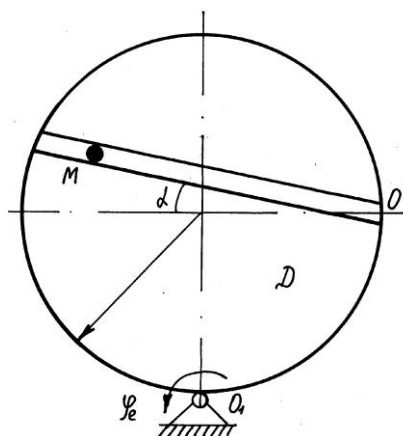


Таблица 68 Цифровые данные к заданию 3К вариант 8

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$	$\alpha, \text{ град}$
8-1	$0,1\pi t^3$	$0,1t^2 + 0,05t$	1	0,3	30
8-2	$2t^2 + 3t$	$0,02t^2 + 0,08t$	1,5	0,45	15
8-3	$3(t^2 + t)$	$0,1e^t$	1	0,3	30
8-4	$2\pi \sin(\pi t/3)$	$0,03t^2 + 0,02t$	2,5	0,3	20
8-5	$\pi \sin(\pi t/2)$	$0,05t^2$	3	0,45	30
8-6	$2t^2 + 3t$	$0,1e^t$	1,5	0,35	25
8-7	$\pi \sin(\pi t/2)$	$0,1t^2 + 0,05t$	4	1,5	35

Задание 9

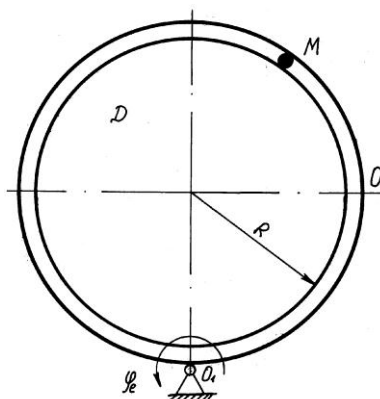


Таблица 69 Цифровые данные к заданию 3К вариант 9

Вариант	$\varphi_e=f_1(t)$, рад	$OM=f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м
9-1	πt^2	$0,1t^2+0,03t$	0,5	0,1
9-2	t^2+5t	$0,02t^2+0,03t^2$	$\pi/2$	0,2
9-3	$4t^2+5t$	$0,03t^3$	1	0,07
9-4	$\pi t^3/3$	$0,049t^2$	2	0,2
9-5	$\pi \sin(\pi t/3)$	$0,05t^2+0,03t$	2	0,3
9-6	$\pi(t^2+t)$	$0,03t^2+0,05t$	3/2	0,1
9-7	$10\sin(\pi t)$	$0,02t^2+0,1t$	2/3	0,35

Задание 10

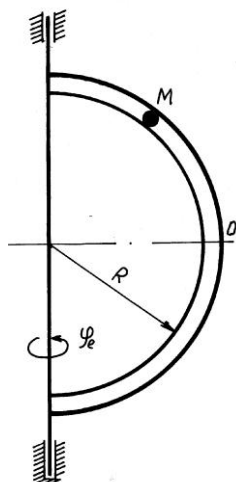


Таблица 70 Цифровые данные к заданию 3К вариант 10

Вариант	$\varphi_e=f_1(t)$, рад	$OM=f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м
10-1	$10\pi \sin(\pi t)$	$0,2t^2$	0,5	0,15
10-2	$2t^2+3t$	$0,049t^2$	1,5	0,2
10-3	$5t^2$	$0,02t^2+0,05t$	1,2	0,12
10-4	$0,1t^3$	$0,03t^2+0,04t$	2	0,25
10-5	$5\pi \sin(\pi t/2)$	$t^2+0,3t$	0,5	0,35
10-6	$5t^2+3t$	$0,02t^2+0,03t$	3/2	0,06
10-7	πt^3	$0,1\pi t^2$	1,5	0,9

Задание 11

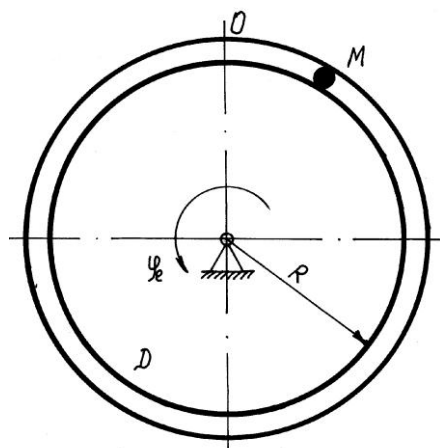


Таблица 71 Цифровые данные к заданию 3К вариант 11

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
11-1	$2t^2$	$0,02t^3 + 0,03t^2$	2	0,3
11-2	$3t^2 + 4t$	$0,1t^2 + 0,05t$	0,5	0,15
11-3	$10\pi \sin(\pi t)$	$0,2t^2$	0,75	0,2
11-4	πt^3	$0,05t^2 + 0,03t$	1,2	0,15
11-5	$0,1t^3$	$0,02t^3$	2,5	0,25
11-6	$\pi(t^2 - 2t)$	$0,02t^2 + 0,03t$	15	0,05
11-7	$0,1t^3$	$0,02e^{t^2}$	2	0,1

Задание 12

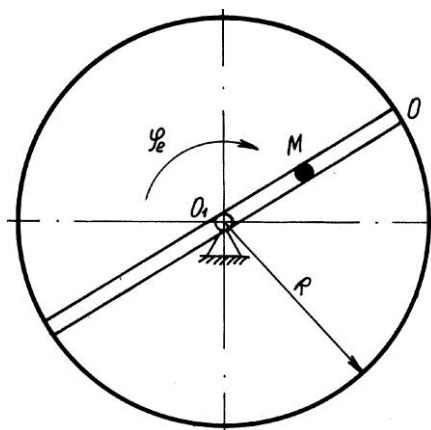


Таблица 72 Цифровые данные к заданию 3К вариант 12

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
12-1	$2t^3$	$0,08t^2 + 0,03t$	1,5	0,3
12-2	$t^2 + 3t$	$0,08t + 0,03t^2$	2	0,4
12-3	$\sin(\pi t/3)$	$0,02t^3 + 0,03t$	2,5	0,5
12-4	$10\pi \cos^2 t$	$0,10t^3 + 0,05t$	$\pi/3$	0,25
12-5	$2t^2 + 3t$	$0,05t^2 + 0,1t$	1,25	0,3
12-6	$\pi \sin^2 t$	$0,02t^3 + 0,03t$	1,3	0,5
12-7	$10\cos^2 t$	$0,08t + 0,03t^2$	1,4	0,2

Задание 13

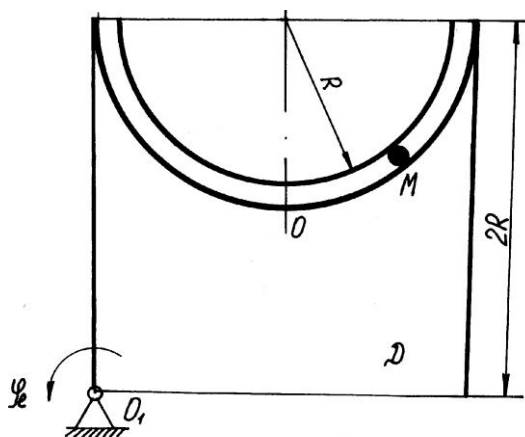


Таблица 73 Цифровые данные к заданию 3К вариант 13

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
13-1	$2t^3$	$0,05t^2 + 0,02t$	2	0,25
13-2	$t^2 + 3t$	$0,049t^2$	2,5	0,35
13-3	$\sin(\pi t/3)$	$0,02t^3 + 0,03t$	2	0,2
13-4	$10\pi \cos^2 t$	$0,10t^3 + 0,05t^2$	0,7	0,1
13-5	$2t^2 + 3t$	$0,05t^2 + 0,1t$	1,5	0,25
13-6	$t^2 + 3t$	$0,05t^2 + 0,1t$	2	0,3
13-7	$\sin(\pi t/3)$	$0,05t^2 + 0,02t$	1,7	0,25

Задание 14

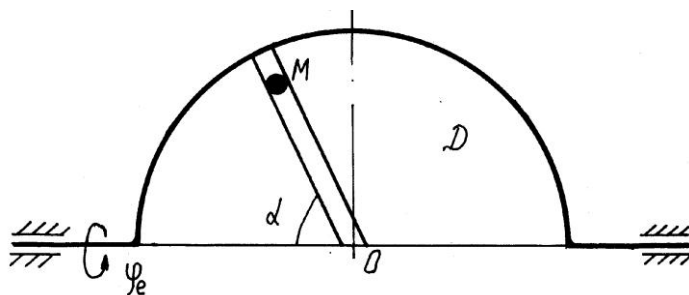


Таблица 74 Цифровые данные к заданию 3К вариант 14

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$\alpha, \text{ град}$
14-1	$2t^2 + 3t$	$0,1t^2 + 0,05t$	0,6	60
14-2	$0,1t^3$	$0,05t^2 + 0,03t$	2	45
14-3	πt^2	$0,1t^2$	1,5	30
14-4	$\pi(t^2 + 2t)$	$0,03t^2 + 0,05t$	1,2	45
14-5	$0,2\pi t^2$	$0,02t^3$	2,5	60
14-6	$2t^2 + 3t$	$0,05t^2 + 0,03t$	3,5	30
14-7	πt^2	$0,1t^2$	1,5	50

Задание 15

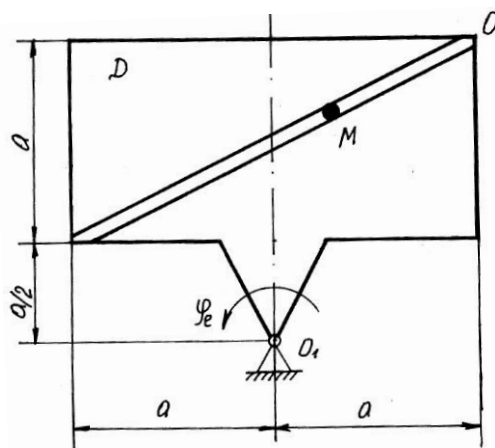


Таблица 75 Цифровые данные к заданию 3К вариант 15

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$a, \text{ м}$
15-1	$3t^3$	$0,05t^2 + 0,08t$	1,2	0,1
15-2	$0,2t^3$	$0,02t^2 + 0,02t^3$	1,5	0,05
15-3	πt^3	$0,05t^2 + 0,03t$	1,5	0,08
15-4	$10\pi \sin(\pi t/3)$	$0,05t + 0,04t^2$	2	0,15
15-5	$5\pi \sin(\pi t)$	$0,02t^2$	2,5	0,06
15-6	$3t^3$	$0,05t + 0,04t^2$	2,2	0,12
15-7	t^3	$0,05t^2 + 0,03t$	1,3	0,06

Задание 16

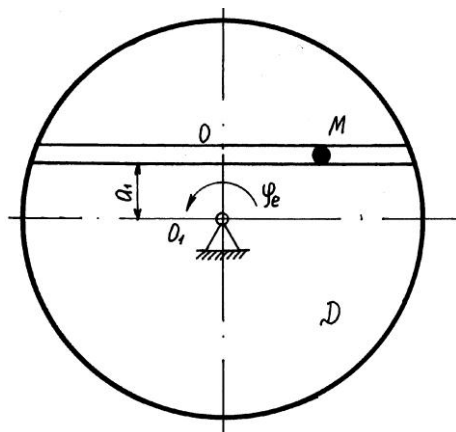


Таблица 76 Цифровые данные к заданию 3К вариант 16

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$a, \text{ м}$
16-1	$0,2t^3$	$0,03t^2 + 0,04t$	2	0,2
16-2	$7\pi \sin(\pi t/4)$	$0,02t^2 + 0,05t$	3	0,15
16-3	$2t^2 + 3t$	$0,05t^3$	1,5	0,25
16-4	$t^2 + t$	$0,06t^2$	1,25	0,1
16-5	$0,2 \pi t$	$0,049t^2$	2,5	0,3
16-6	$7\pi \sin(\pi t/4)$	$0,05t^3$	2,25	0,25
16-7	$0,2 \pi t$	$0,03t^2 + 0,04t$	1,2	0,15

Задание 17

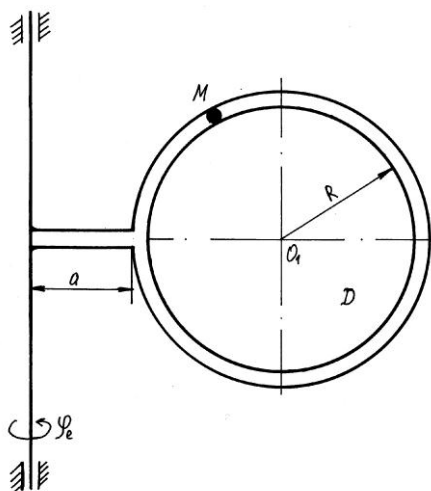


Таблица 77 Цифровые данные к заданию 3К вариант 17

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м	a , м
17-1	$0,2t^2$	$0,04t^2 + 0,05t$	1,5	0,2	0,15
17-2	$0,1\pi t^2$	$0,02t + 0,03t^2$	2	0,1	0,1
17-3	$2t + 3t^2$	$0,1t^2$	1,3	0,12	0,1
17-4	$10\pi \sin(\pi t)$	$10\pi \sin(\pi t)$	0,15	0,5	0,25
17-5	$t^2 + 2t$	$0,049t^2$	2	0,25	0,2
17-6	$2t + 3t^2$	$0,04t^2 + 0,05t$	1,4	0,22	0,25
17-7	$5\pi \sin(\pi t)$	$0,02t + 0,03t^2$	2,25	0,1	0,1

Задание 18

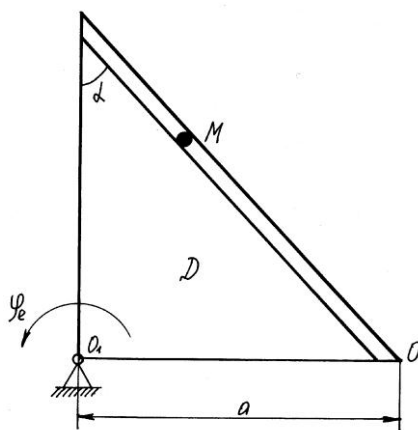


Таблица 78 Цифровые данные к заданию 3К вариант 18

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	A , м	α , град
18-1	$0,2t^2$	$0,03t^2 + 0,02t^2$	1,3	0,1	45
18-2	$0,1t^3$	$0,05t^2 + 0,1t$	2	0,4	45
18-3	$\pi(t^3 - 2t^2)$	$0,01e^{-t}$	3,5	0,3	30
18-4	$7\pi \sin(\pi t)$	$0,1t^2 + 0,15t$	0,25	0,1	60
18-5	$0,2(t^2 + t)$	$0,05t^3$	1,5	0,2	45
18-6	$\pi(t^3 - 2t)$	$0,05t^3$	1,2	0,5	65
18-7	$0,2t^2$	$0,5t^2 + 0,1t$	0,35	0,2	35

Задание 19

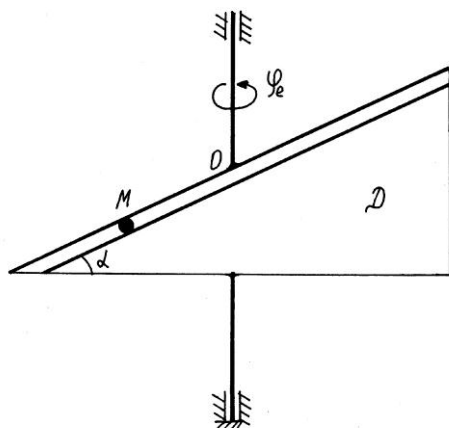


Таблица 79 Цифровые данные к заданию 3К вариант 19

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	α , град
19-1	$2t^2 + 3t$	$0,1(t + t^2)$	0,15	45
19-2	$5t^2 - 2t$	$0,15t + 0,02t^2$	1	30
19-3	$0,1t^3$	$0,2(t^2 - t)$	2	30
19-4	πt^2	$0,05t^3 + 0,1t$	0,5	45
19-5	$\pi \sin(\pi t/3)$	$0,02t^3$	2	30
19-6	$5t^3 - 2t$	$0,2(t^2 - t)$	0,3	40
19-7	πt^2	$0,1(t + t^2)$	0,4	35

Задание 20

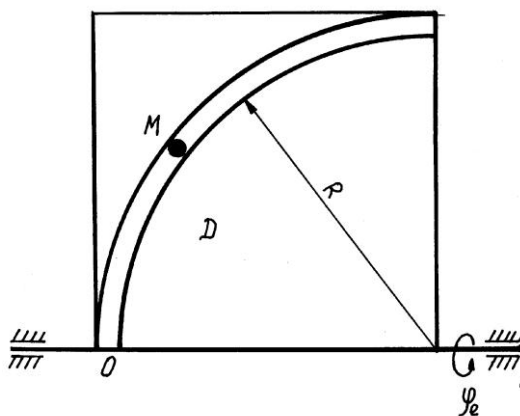


Таблица 80 Цифровые данные к заданию 3К вариант 20

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м
20-1	$4t^2 - 3t$	$0,05t^3$	1,5	0,2
20-2	$2t^3$	$0,1t^2 + 0,03t$	1,1	0,15
20-3	$\pi \sin(\pi t)$	$0,1t^3$	0,75	0,1
20-4	πt^2	$0,06t^2$	1,5	0,15
20-5	$0,1t^3$	$0,03t^2 + 0,05t$	2	0,25
20-6	$\pi \sin(\pi t)$	$0,1t^2 + 3t$	2,5	0,3
20-7	πt^2	$0,05t^3$	1,4	0,13

Задание 21

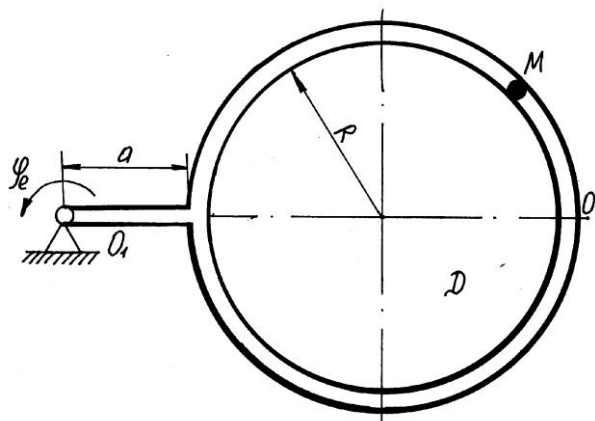


Таблица 81 Цифровые данные к заданию 3К вариант 21

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с (с)	R (м)	a , м
21-1	$2t^2 + 3t$	$0,1t^2 + 0,05t$	0,7	0,1	0,1
21-2	$0,2t^3$	$0,03t^3$	2	0,25	0,15
21-3	$4t^2 + 3t$	$0,1(t^2 + 0,02t)$	0,2	0,12	0,1
21-4	$2\pi \sin(\pi t/3)$	$0,05t^2 + 0,03t$	2	0,25	0,2
21-5	$3t^2$	$0,07t^2 + 0,03t$	1,5	0,2	0,2
21-6	$2t^2 + 3t$	$0,1(t + 0,02t^2)$	0,5	0,1	0,14
21-7	$4t^2 + 3t$	$0,1t + 0,05t^2$	0,6	0,13	0,25

Задание 22

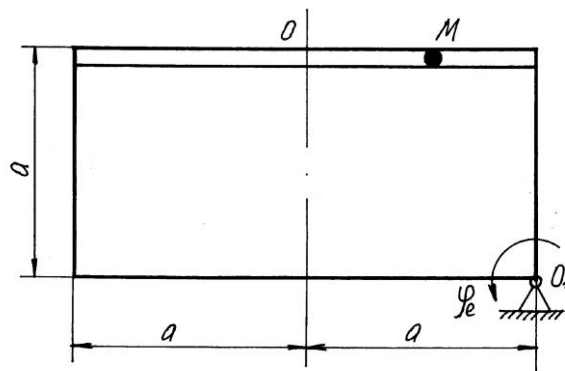


Таблица 82 Цифровые данные к заданию 3К вариант 22

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с (с)	a , м
22-1	$2t^2 + 3t$	$0,03t^2 + 0,04t$	1,5	0,15
22-2	$4t^2 - 2t$	$0,07t^2 - 0,02t$	1,5	0,2
22-3	$0,2(t^2 - t)$	$0,15t^2$	1,25	0,25
22-4	$8(t - t^2)$	$0,1(t^2 + t)$	0,7	0,12
22-5	$5\pi \sin(\pi t)$	$0,05t^2 + 0,1t$	0,25	0,05
22-6	$4t^2 + 3t$	$0,1t + 0,05t^2$	1	0,25
22-7	$4t^2 + 3t$	$0,05t^2 + 0,03t$	0,75	0,15

Задание 23

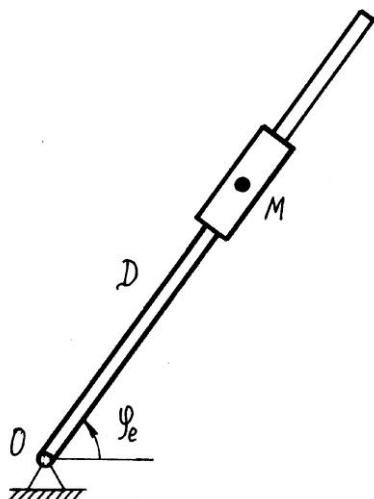


Таблица 83 Цифровые данные к заданию 3К вариант 23

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с
23-1	$0,2t^3$	$0,03t^2 + 0,05t$	2
23-2	$\pi \sin(\pi t)$	$0,10t^2 + 0,05t$	0,75
23-3	$2t - 0,3t^2$	$0,2\pi(1+t^2)$	1
23-4	$5(t^2 - 1)$	$0,045t^2 + 0,1t$	1,2
23-5	$2t^2 - 0,5t$	$3(t^2 + t)$	3
23-6	$\pi \sin(\pi t)$	$0,2\pi(1+t^2)$	1,3
23-7	$2t - 0,3t^2$	$0,03t^2 + 0,05t$	0,7

Задание 24

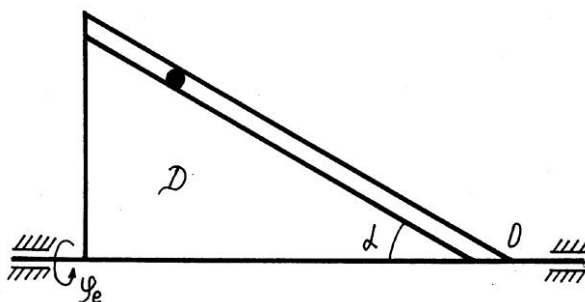


Таблица 84 Цифровые данные к заданию 3К вариант 24

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	α , град
24-1	$2t^2$	$0,02t^2 + 0,05t$	0,015	30
24-2	$0,1t^3$	$0,02t^2 + 0,06t$	0,02	30
24-3	$2t^2 + 3t$	$0,049t^2$	0,03	45
24-4	$0,1t - 2t^2$	$0,1t + 0,6t$	0,005	45
24-5	$2\pi \sin(\pi t/3)$	$0,6t^3$	0,02	30
24-6	$0,2t - 2t^2$	$0,2t^2 + 0,5t$	0,2	35
24-7	$2t^2$	$0,49t^2$	0,5	40

Задание 25

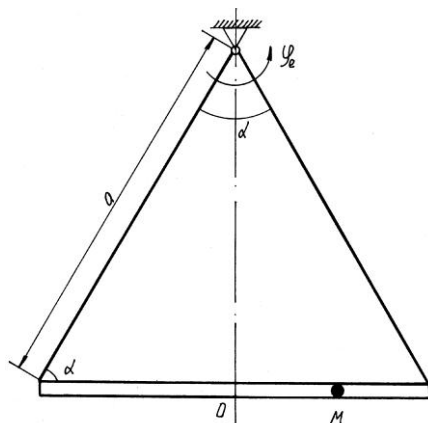


Таблица 85 Цифровые данные к заданию 3К вариант 25

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	a	α , град
25-1	$0,2t^2$	$0,03t^2 + 0,05t$	2	0,45	60
25-2	$3t - 2t^2$	$0,05t + 0,06t^2$	1,25	0,35	60
25-3	$\pi^2 \sin(\pi t)$	$0,1t^2 + 0,15t$	0,5	0,2	60
25-4	$2t^2 - t$	$0,05t^2 + 0,03t$	1,5	0,4	60
25-5	$0,1t^3$	$0,02t^3 + 0,05t$	2	0,6	60
25-6	$3t - 2t^2$	$0,05t + 0,03t^2$	1,35	0,45	60
25-7	$\pi^2 \sin(\pi t)$	$0,03t + 0,05t^2$	1,5	0,35	60

Задание 26

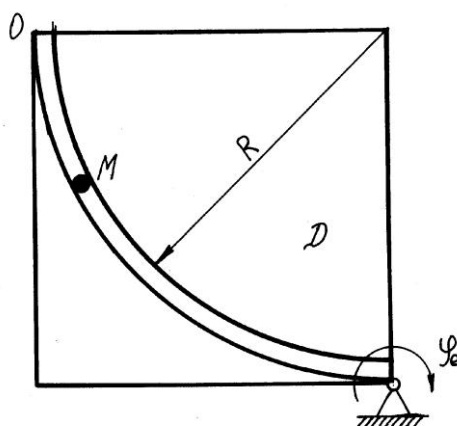


Таблица 86 Цифровые данные к заданию 3К вариант 26

Вариант	$\varphi_e = f_1(t)$, рад	$OM = f_2(t)$, м	t_1 , с	R , м
26-1	$2t^2 - 3t$	$0,04t^2 + 0,05t$	2	0,25
26-2	$0,15t^3$	$0,049t^2$	2,5	0,3
26-3	$4t^2 - 3t$	$0,03t^2 + 0,05t$	2	0,2
26-4	$2\pi \sin(\pi t)$	$0,05t^2 + 0,1t$	0,75	0,15
26-5	$2(t^2 + t)$	$0,1t^2$	2	0,5
26-6	$2t^2 - 3t$	$0,05t^2 + 0,1t$	1	0,2
26-7	$2\pi \sin(\pi t)$	$0,049t^2$	1,5	0,35

Задание 27

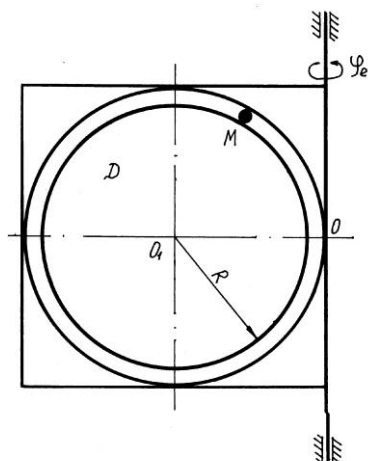


Таблица 87 Цифровые данные к заданию 3К вариант 27

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
27-1	$3t^2 - 2t$	$0,03t + 0,05t^2$	1,5	0,15
27-2	$0,15t^2$	$0,03t^2 + 0,02t$	2,5	0,4
27-3	$2t - 4t^2$	$0,1t^2 + 0,05t$	0,5	0,1
27-4	$2t^2 - 0,5t$	$0,04t^2 + 0,1t$	1	0,15
27-5	$3t + 5t^2$	$0,07t^2 + 0,08t$	0,8	0,1
27-6	$2t - 4t^2$	$0,03t^2 + 0,05t$	0,7	0,3
27-7	$2t - 0,5t^2$	$0,03t^2 + 0,02t$	1	0,5

Задание 28

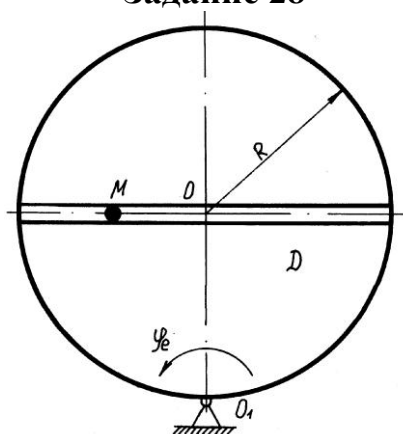


Таблица 88 Цифровые данные к заданию 3К вариант 28

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$R, \text{ м}$
28-1	$3t^2 - 2t$	$0,03t + 0,05t^2$	1,3	0,15
28-2	$0,15t^2$	$0,03t^2 + 0,02t$	3	0,4
28-3	$2t - 4t^2$	$0,1t^2 + 0,05t$	0,5	0,1
28-4	$2t^2 - 0,5t$	$0,04t^2 + 0,1t$	1	0,15
28-5	$3t + 5t^2$	$0,7t^2 + 0,8t$	0,5	0,7
28-6	$2t^2 - 0,5t$	$0,3t^2 + 0,2t$	1	0,5
28-7	$3t^2 - 2t$	$0,04t^2 + 0,1t$	0,5	0,3

Задание 29

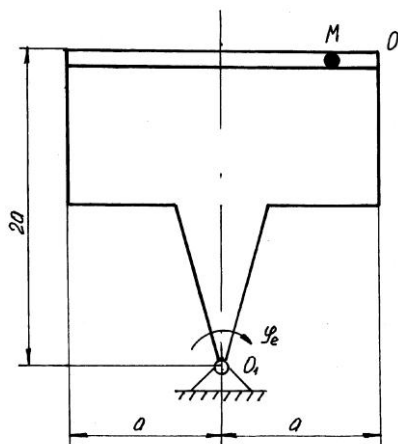


Таблица 89 Цифровые данные к заданию 3К вариант 29

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$a, \text{ м}$
29-1	$2t^2 - 3t$	$0,03t^2 + 0,05t$	1,2	0,15
29-2	$5t - 2t^2$	$0,05t^2 - 0,02t$	1	0,1
29-3	$2\pi \sin(\pi t)$	$0,1t^2 + 0,5t$	1,5	0,12
29-4	$3t - 0,5t^2$	$0,1t^2$	1,5	0,15
29-5	$2t^2 - 0,5t$	$0,049t^2$	2	0,25
29-6	$\sin(\pi t)$	$0,05t^2 - 0,02t$	2	0,13
29-7	$2t - 3t^2$	$0,1t^2$	2,5	0,35

Задание 30

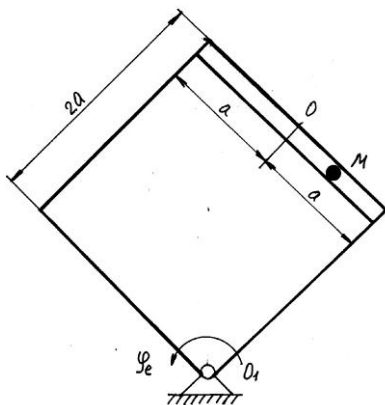


Таблица 90 Цифровые данные к заданию 3К вариант 90

Вариант	$\varphi_e = f_1(t), \text{ рад}$	$OM = f_2(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$a, \text{ м}$
30-1	$0,2t^3 + t$	$0,03t^2 + 0,07t$	2	0,3
30-2	$3t$	$0,02t^2 + 0,08t$	0,5	0,1
30-3	$2\pi \sin t$	$0,1t + t^3$	0,5	0,1
30-4	$0,5t^2$	$0,02t^2 + 0,1t$	1	0,15
30-5	$0,1\pi t$	$0,02t^2$	5	0,5
30-6	$5\pi \sin t$	$0,1t + 0,05t^3$	1	0,2
30-7	$0,2t + t^2$	$0,03t^2 + 0,07t$	3	0,5

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература:

1. Диевский В.А. Теоретическая механика [Текст]: Курс лекций / В.А. Диевский. - 2-е изд., испр., 2008. - 320 с.
2. Диевский В.А., Малышева И.А. Теоретическая механика [Текст]: Сборник заданий / В.А. Диевский, И.А. Малышева. - 2-е изд., испр. – С-Пб.: Лань, 2008. - 192 с..
3. Доев В.С., Доровин Ф.А. Сборник заданий по теоретической механике на базе MATCAD [Текст]: Учебник / В.С. Доев, Ф.А. Доровин. - 1-е изд. С-Пб.: Лань, 2009.- 480 с.
4. Кепе О.Э. Сборник коротких задач по теоретической механике [Текст]: учебник / О.Э. Кепе. - 2-е изд. С-Пб.: Лань, 2009. - 368 с.
5. Лачуга Е.Ф., Ксендзов В.А. Теоретическая механика [Текст]: Учебник / Ю.Ф. Лачуга, В.А. Ксендзов – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 2005. – 570 с.
6. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики [Текст]: учебник / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р.Меркин. -9-е изд. В 2-х томах. С-Пт., М., Краснодар: 2007. -736 с.
7. Задачи по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по техн. спец. / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. - 46-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2006. - 448 с.
8. Б2.В.2 Теоретическая механика. Раздел кинематика Конспект лекций. [Текст]: составитель М.З. Нафиков. Уфа: Башкирский ГАУ, 2012. - 68 с.

Дополнительная литература:

1. Чуркин В.М. Решение задач по теоретической механике [Текст]: Геометрическая статика / В.М. Чуркин. - 1-е изд. С-Пб.: Лань 2009. - 304 с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для студ. втузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др. ; под ред. А. А. Яблонского. - 7-е изд., испр. - М. : ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2002. - 382 с.

СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование	Назначения (виды занятий, № тем и т.д.)
1. Методические указания и контрольные задания к самостоятельной работе студентов по теоретической механике (статике). Уфа, 2010. –40 с.	РГР №1
2. Методическая указания по решению задач по статике. Уфа, 2010. –12 с.	РГР№1
3. Кинематика. Задания для расчетно-графической работы по разделу дисциплины «Теоретическая механика» Уфа, 2010. – 48 с.	РГР №1
4. Домашнее задание по кинематике. Уфа, 2010. –20 с.	РГР №1
5. Динамика. Задания к расчетно-графической работе по разделу дисциплины «Теоретическая механика» Уфа, 2010. - 64	РГР №2
6. Контрольные задания по теоретической механике. Уфа, 2010. –24 с.	Задание на контрольную работу для студентов-заочников
7. Пакеты программ APM Win Machine, Mathcad, AUTOCAD, Компас-график	Практические занятия, СРС по выполнению РГР, контрольной работы.