



Кафедра теоретической и
прикладной механики

**Б2.В.2 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.
РАЗДЕЛ СТАТИКА. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.
ЗАДАНИЯ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ
РАБОТУ**

Направление подготовки бакалавра 110800 Агроинженерия

Профили:

Технические системы в агробизнесе;

Технический сервис в агропромышленном комплексе;

Электрооборудование и электротехнологии.

Направление подготовки бакалавра 140100 Теплотехника и теплоэнергетика

Профиль

Энергообеспечение предприятий

УДК 531
ББК 22.21
Н34

Рекомендованы к изданию методической комиссией факультета механизации сельского хозяйства (протокол № 11 от 25 мая 2011г.)

Составитель: доктор технических наук, доцент Нафиков М.З.

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и информационных технологий ФГОУ ВПО «Башкирский государственный аграрный университет» Валиев М.М.;

кафедра «Основы конструирования механизмов и машин» института механики и энергетики ГОУВПО «Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева» (протокол заседания кафедры № 11 от 1 июня 2011г.)

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, к.т.н., доцент Масалимов И.Х.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1. РАВНОВЕСИЕ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ СИЛ	4
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗ- ВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ	17
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗ- ВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ. СОЧЛЕНЕННЫЕ СИСТЕМЫ	33
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗ- ВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ	46
ЗАДАНИЯ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ	57
УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 1С	57
РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДА- НИЮ 1С	58
УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 2С	76
РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДА- НИЮ 2С	76
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	92

ВВЕДЕНИЕ

Представленный в учебном пособии материал соответствует содержанию курса теоретической механики для подготовки бакалавров по направлению 110800 Агроинженерия. У студентов, изучающих теоретическую механику, наибольшие затруднения вызывает применение общих положений теории к решению конкретных задач. Автор пособия, опираясь на многолетний опыт преподавания теоретической механики в Башкирском государственном аграрном университете, поставил своей целью направить и облегчить самостоятельную работу студентов при изучении данной дисциплины.

Статика – это первый раздел теоретической механики, в котором рассматривается равновесие твердых тел под действием сил.

Материал пособия излагается в соответствии с рабочей программой для подготовки бакалавров по направлению 110800 Агроинженерия и является развернутым конспектом практических занятий. Перед каждой темой кратко приводится необходимый теоретический материал, дается план решения задач. Ко всем задачам в учебном пособии сделаны подробные решения. В конце пособия приведены задания на расчетно-графическую работу по статике.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1. РАВНОВЕСИЕ СХОДЯЩЕЙСЯ СИСТЕМЫ СИЛ

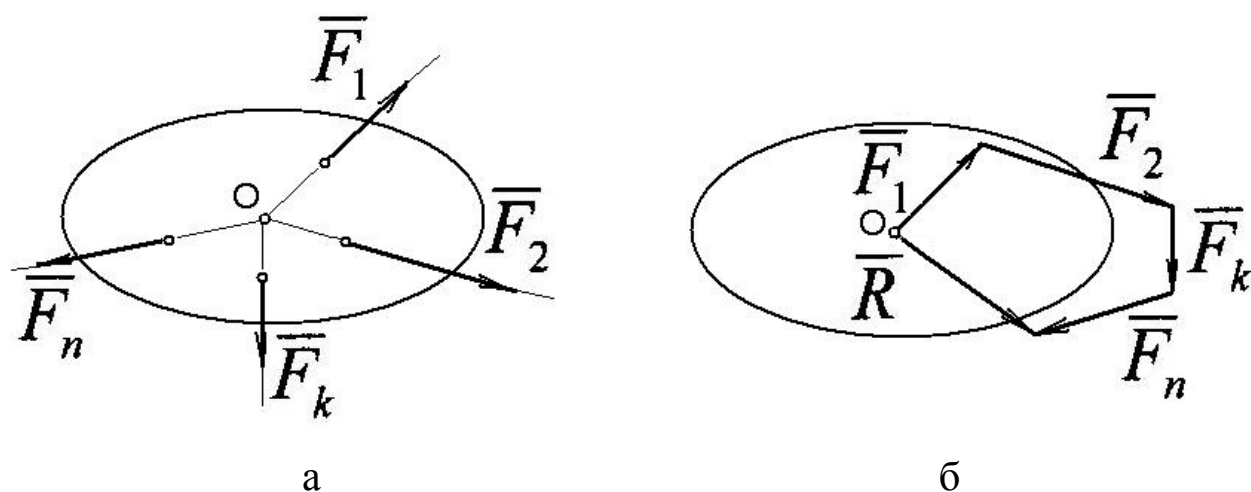


Рисунок 1.1 Приведение к равнодействующей сходящейся системы сил

Сходящейся называется система сил, линии действия которых пересекаются в одной и той же точке (рисунок 1.1, а). Можно перенести все силы по линиям их действия в эту точку и определить равнодействующую силу \bar{R} как замыкающую сторону силового многоугольника, состроенного на слагаемых силах, т.е. $\bar{R} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k$ (рисунок 1.1, б).

Для равновесия твердого тела, к которому приложена сходящаяся система сил, необходимо и достаточно, чтобы векторная сумма всех этих сил была равна нулю:

$$\bar{R} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k = 0. \quad (1.1)$$

Уравнение (1.1) является геометрическим условием равновесия сходящейся системы сил.

Условия равновесия свободного твердого тела под действием пространственной системы сил можно записать и в аналитической форме:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum Z = 0, \quad (1.2)$$

где X , Y , Z - проекции сил системы на соответствующие оси координат.

В случае плоской сходящейся системы сил необходимые и достаточные условия равновесия записываются в форме двух аналитических уравнений:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0. \quad (1.3)$$

Для сил, действующих по одной прямой

$$\sum X = 0. \quad (1.4)$$

При решении задач аналитическим способом пользуются понятием проекция силы на ось.

Проектирование силы на ось показано на рисунке 1.2. Проекция силы \bar{F} на ось x на рис.1.2, а положительная, на рисунке 1.2, б отрицательная. Если сила перпендикулярна оси, как на рисунке 1.2, в, то на эту ось она проектируется в точку (не проектируется).

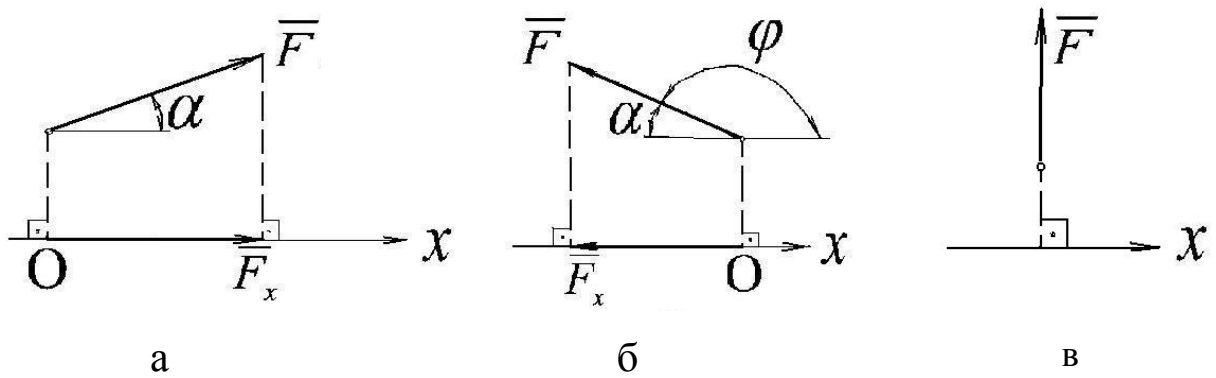
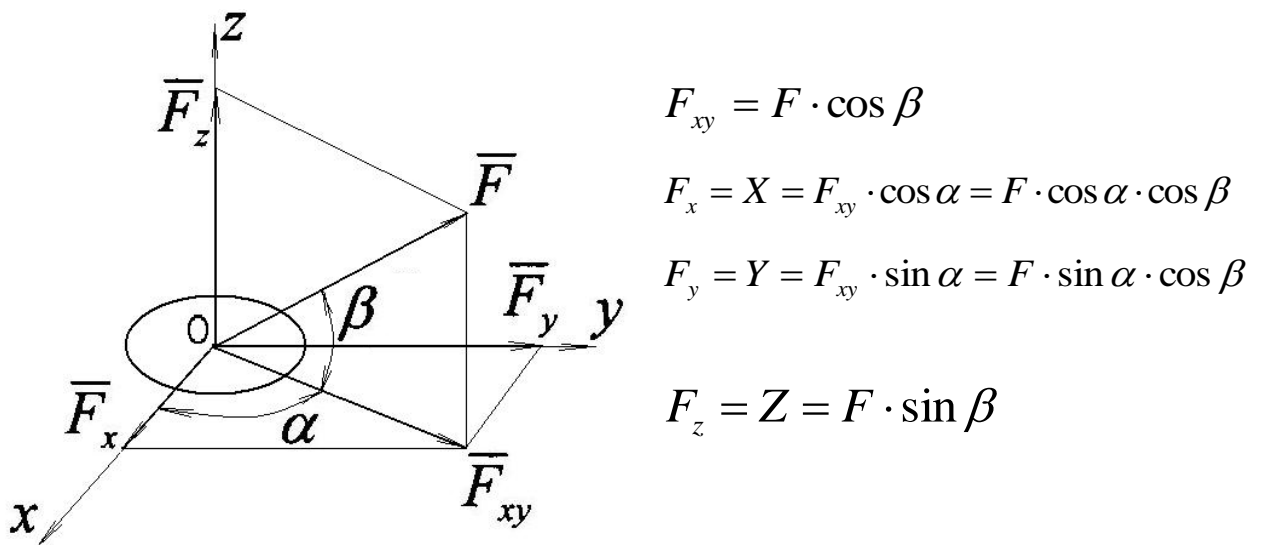


Рисунок 1.2 Проектирование вектора силы на ось

Проектирование вектора силы на три оси координат показано на рисунке 1.3.



$$F_{xy} = F \cdot \cos \beta$$

$$F_x = X = F_{xy} \cdot \cos \alpha = F \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta$$

$$F_y = Y = F_{xy} \cdot \sin \alpha = F \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$F_z = Z = F \cdot \sin \beta$$

Рисунок 1.3 Проектирование произвольно направленного вектора силы на три оси координат

При решении задач удобно пользоваться теоремой о трех силах. Если на свободное твердое тело, находящееся в равновесии, действуют три силы, расположенные в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.

Решение задачи на равновесие несвободного твердого тела, к которому приложена сходящаяся система сил, рекомендуется производить в следующем порядке:

- 1) выделить твердое тело, равновесие которого необходимо рассмотреть для определения неизвестных величин;
- 2) изобразить на чертеже заданные силы;

3) применив для тела принцип освобожденности от связей, приложить к твердому телу соответствующие реакции связей;

4) составить уравнения равновесия твердого тела, включив в них как активные силы, так и реакции связей.

5) из уравнений равновесия определить неизвестные величины.

Задача 1.1 Две гири, в 10 и 5 Н, висят на одной веревке, укреплены на ней в разных местах, причем большая гиря висит ниже меньшей (рисунок 1.4, а). Каково натяжение веревки?

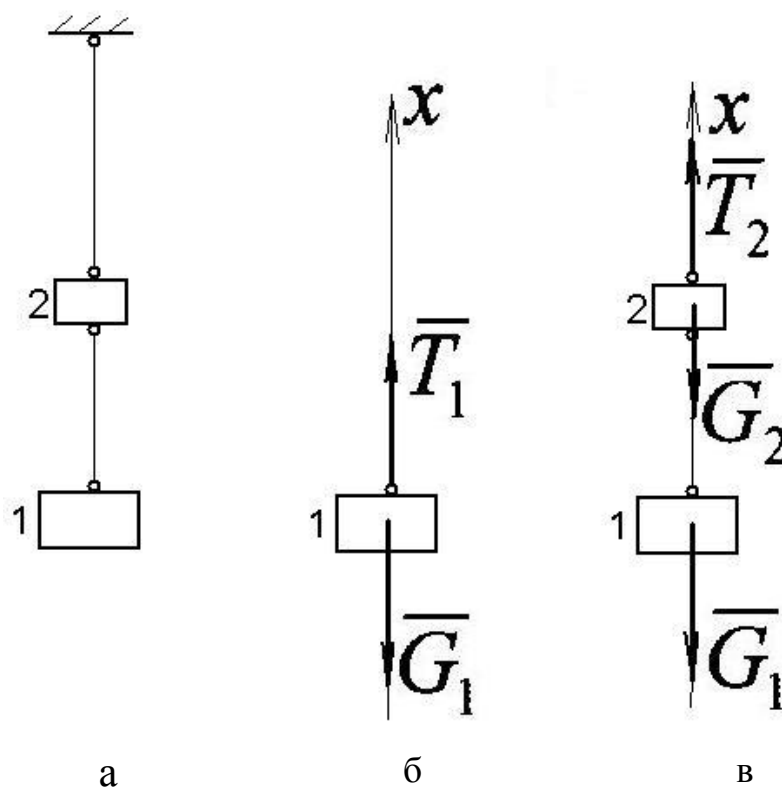


Рисунок 1.4 Равновесие системы сил, действующих по одной прямой

Решение. Рассматриваем равновесие нижней гири весом \bar{G}_1 . Гиря является несвободным твердым телом. Отбрасываем наложенную на твердое тело связь – веревку, ее действие на гирю заменяем реакцией \bar{T}_1 , направив реакцию гибкой связи вдоль связи (рисунок 1.4, б).

Для системы двух сил, направленных по одной прямой, составляем уравнения равновесия (1.4):

$$\sum X = T_1 - G_1 = 0.$$

Из уравнения равновесия определяем натяжение веревки

$$T_1 = G_1 = 10 \text{ Н.}$$

Отбрасываем связь – верхнюю ветвь веревки, показываем на чертеже 1.4, в натяжение веревки \bar{T}_2 . Гирьки 1 и 2 находятся в равновесии под действием направленных по одной прямой трех сил \bar{G}_1 , \bar{G}_2 и \bar{T}_2 . Составляем уравнение равновесия:

$$\sum X = T_1 - G_1 - G_2 = 0.$$

Определяем:

$$T_2 = G_1 + G_2 = 10 + 5 = 15 \text{ Н.}$$

Задача 1.2 На двух взаимно перпендикулярных гладких наклонных плоскостях АВ и ВС лежит однородный шар О весом 60 Н (рисунок 1.5,а). Определить давление шара на каждую плоскость, зная что плоскость ВС составляет с горизонтом угол 60° .

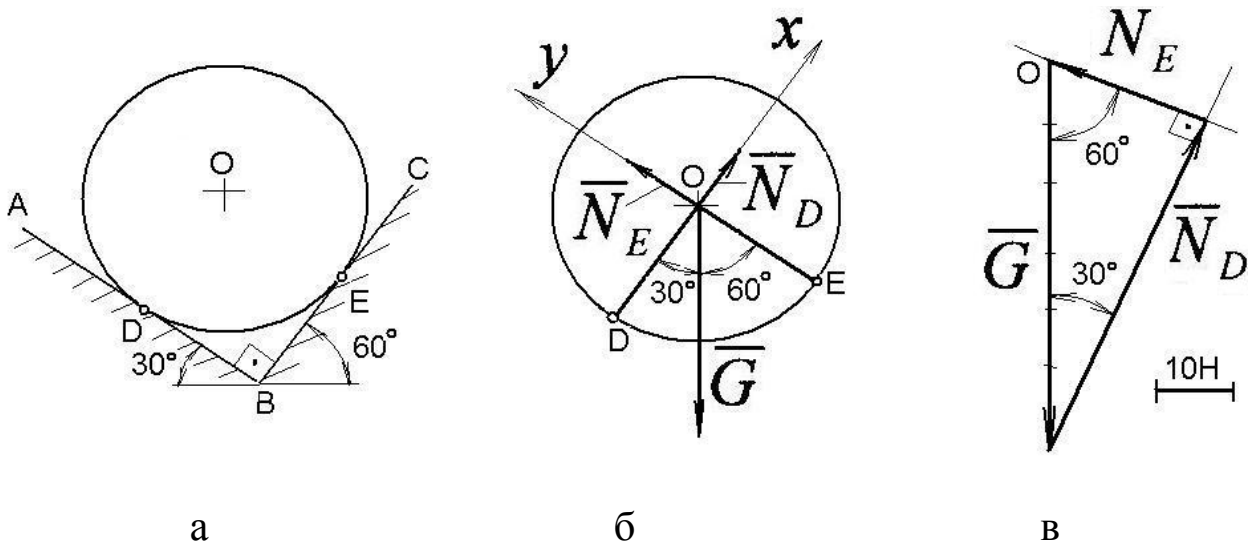


Рисунок 1.5 Равновесие шара под действием плоской сходящейся системы сил

Решение. Рассматриваем равновесие шара О весом \bar{G} . Освобождаем шар от связей – гладких наклонных плоскостей АВ и ВС. В точках D и E прикладываем направленные по нормальям реакции \bar{N}_D и \bar{N}_E (рисунок 1.5, б). Составляем геометрическое уравнение равновесия плоской сходящейся системы сил (1.1):

$$\sum \bar{F}_k = \bar{G} + \bar{N}_E + \bar{N}_D = 0. \quad (1.2.1)$$

Выбираем масштаб и строим силовой треугольник по уравнению (1.2.1), как показано на рисунке 1.5, в. Из точки О откладываем вектор \bar{G} , через конец вектора \bar{G} проводим направление вектора \bar{N}_D , через точку О проводим линию действия реакции \bar{N}_E . Точка пересечения двух вспомогательных прямых является концом вектора \bar{N}_D и началом вектора \bar{N}_E .

Из масштабного графического построения определяем $N_D = 52 \text{ Н}$, $N_E = 30 \text{ Н}$.

Решаем задачу аналитически, пользуясь чертежом 1.5, б. Составляем два скалярных уравнения (1.3) для плоской сходящейся системы трех сил:

$$\sum X = -G \cos 30 + N_D + 0 = 0; \quad \sum Y = -G \cos 60 + 0 + N_E = 0.$$

Производим вычисления:

$$N_D = G \cos 30 = 60 \cos 30 = 52,0 \text{ Н}; \quad N_E = G \cos 60 = 60 \cos 60 = 30 \text{ Н}.$$

Определены силы, с которыми плоскости АВ и ВС действуют на шар О. Шар действует на плоскости с такими же силами, направленными в противоположные стороны.

Задача 1.3 Стержни АС и ВС соединены между собой и с вертикальной стеной посредством шарниров (рисунок 1.6). На шарнирный болт С действует вертикальная сила $F = 1000 \text{ Н}$. Определить реакции этих стержней на шарнирный болт С, если углы, составляемые стержнями со стеной, равны: $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.

Решение. Рассматриваем равновесие шарнирного болта С. На болт действует заданная сила \bar{F} . Освобождаем шарнирный болт С от связей, заменив действие невесомых стержней АС и ВС усилиями \bar{S}_1 и \bar{S}_2 , направленными вдоль стержней (рисунок 1.6, б).

Составляем аналитические уравнения равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum X = S_1 \cdot \sin \beta - S_2 \cdot \sin \alpha = 0; \quad \sum Y = S_1 \cdot \cos \beta + S_2 \cdot \cos \alpha - F = 0.$$

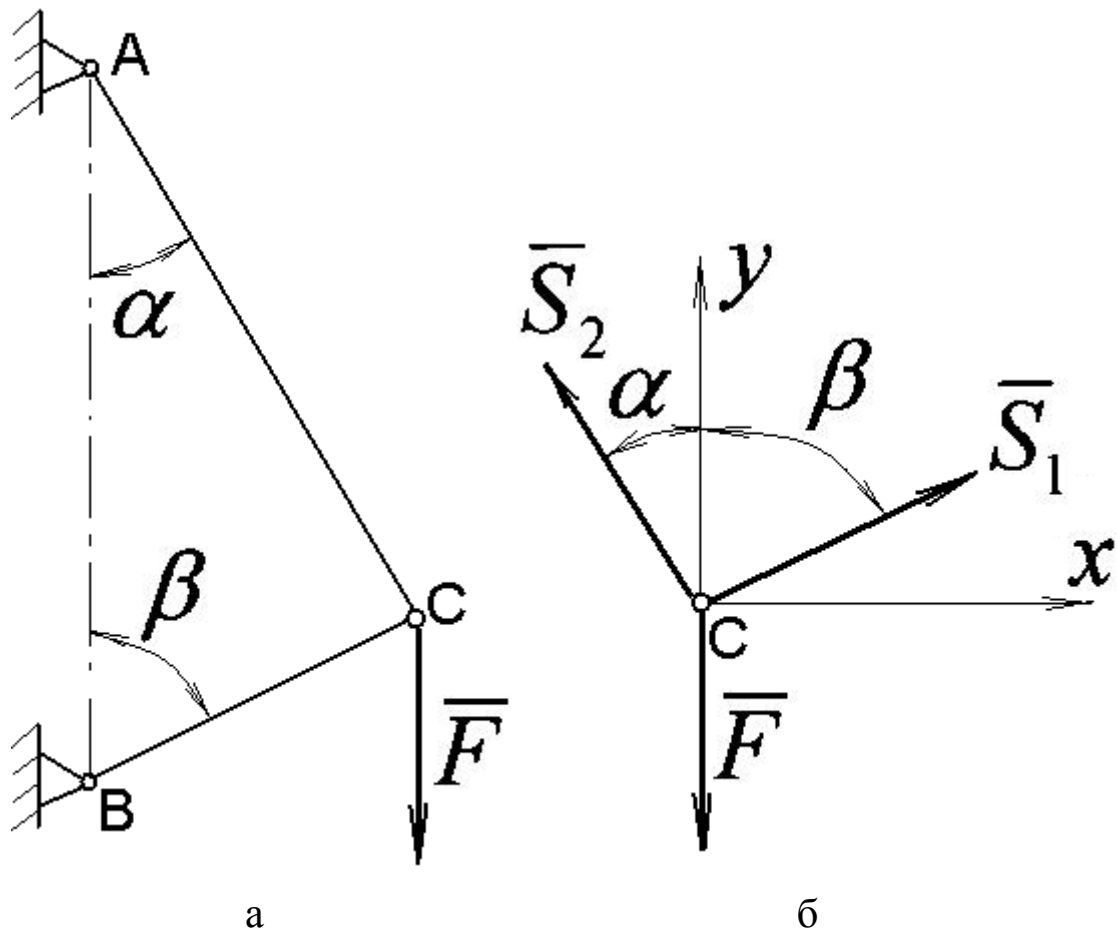


Рисунок 1.6 Равновесие шарнирного болта С

Производим вычисления. Выражаем из первого уравнения системы $S_1 = S_2 \cdot \sin \alpha / \sin \beta$ и подставляем во второе:

$$S_2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \cos \beta + S_2 \cdot \cos \alpha - F = 0;$$

$$S_2 = \frac{F}{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cos \beta + \cos \alpha} = \frac{1000}{\frac{\sin 30}{\sin 60} \cos 60 + \cos 30} = 866 \text{ Н}; \quad S_1 = 866 \cdot \frac{\sin 30}{\sin 60} = 500 \text{ Н}.$$

Стержень AC растянут, стержень BC сжат.

Задача 1.4 Рама АВ теплицы, изображенная на рисунке 1.7 в разрезе, может вращаться вокруг горизонтальной оси шарнира А и своим краем В свободно опирается на выступ паза. Найти реакции опор, если дано, что вес рамы, равный 89 Н, приложен к середине С рамы.

Решение. Рассматриваем равновесие рамы АВ. В центре С прикладываем к твердому телу силу тяжести \bar{G} . Реакцию \bar{N}_B гладкой опорной поверхности в точке В направляем перпендикулярно раме. Действие цилиндриче-

ского шарнира А на раму показываем реакцией \bar{R}_A , направление которой устанавливаем при помощи теоремы о трех силах. Для этого находим точку S пересечения линий действия векторов \bar{N}_B и \bar{G} , проводим вспомогательную линию AS, по которой направляем реакцию \bar{R}_A . Линии действия трех сил пересеклись в одной точке S. Определяем значение угла α .

$$\underline{\Delta CBS.} \quad BC=BS=a. \quad \underline{\Delta ABS.} \quad \operatorname{tg} \alpha = BS / AB = a / 2a = 0,5; \quad \alpha = 26,6^\circ.$$

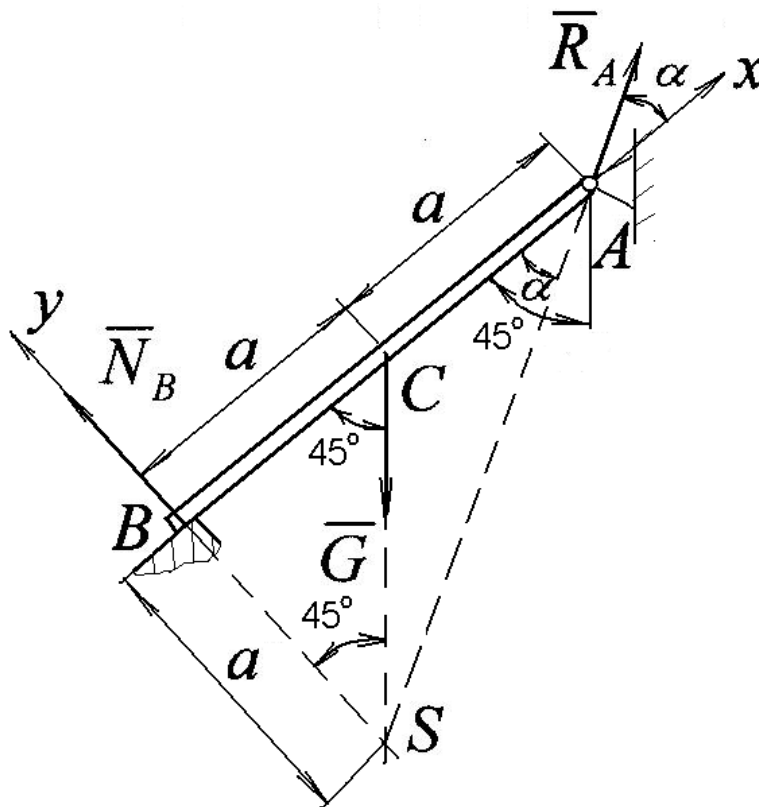


Рисунок 1.7 Расчетная схема к задаче 1.4

Выбираем оси координат, как показано на рисунке 1,7, и для плоской сходящейся системы трех сил составляем два аналитических уравнения равновесия:

$$\sum X = R_A \cdot \cos \alpha - G \cdot \cos 45 + 0 = 0; \quad \sum Y = R_A \cdot \sin \alpha - G \cdot \sin 45 + N_B = 0.$$

Вычисляем реакции опор:

$$R_A = G \cdot \frac{\cos 45}{\cos \alpha} = 89 \cdot \frac{\cos 45}{\cos 26,6} = 70,1 \text{ Н};$$

$$N_B = G \cdot \sin 45 - R_A \cdot \sin \alpha = 89 \cdot \sin 45 - 70,1 \cdot \sin 26,6 = 31,5 \text{ Н}.$$

Задача 1.5 В двигателе внутреннего сгорания площадь поршня равна $A = 0,02 \text{ м}^2$, длина шатуна $AB = 0,3 \text{ м}$, длина кривошипа $OA = 0,06 \text{ м}$. Давление газа в данный момент за поршнем равно $p_1 = 10^6 \text{ Н/м}^2$, перед поршнем $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$. Найти силу \bar{S} , действующую со стороны шатуна AB на кривошип OA , вызванную перепадом давлений газа, если угол BAO равен 90° . Трением между поршнем и цилиндром пренебречь.

Решение.

В треугольнике OAB на рисунке 1.8, а определим величину угла α :

$$\operatorname{tg} \alpha = OA / AB = 0,06 / 0,3 = 0,2; \quad \alpha = 11,3^\circ.$$

Освободим поршень от связей и рассмотрим его равновесие (рисунок 1.8, б).

На поршень действуют усилия давления газов \bar{P}_1 и \bar{P}_2 , величины которых равны: $P_1 = p_1 \cdot A = 10^6 \cdot 0,02 = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$, $P_2 = p_2 \cdot A = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,02 = 4 \cdot 10^3 \text{ Па}$. Реакция \bar{S} со стороны невесомого стержня AB на поршень направлена по шатуну, реакция \bar{N} от цилиндра на поршень горизонтальна.

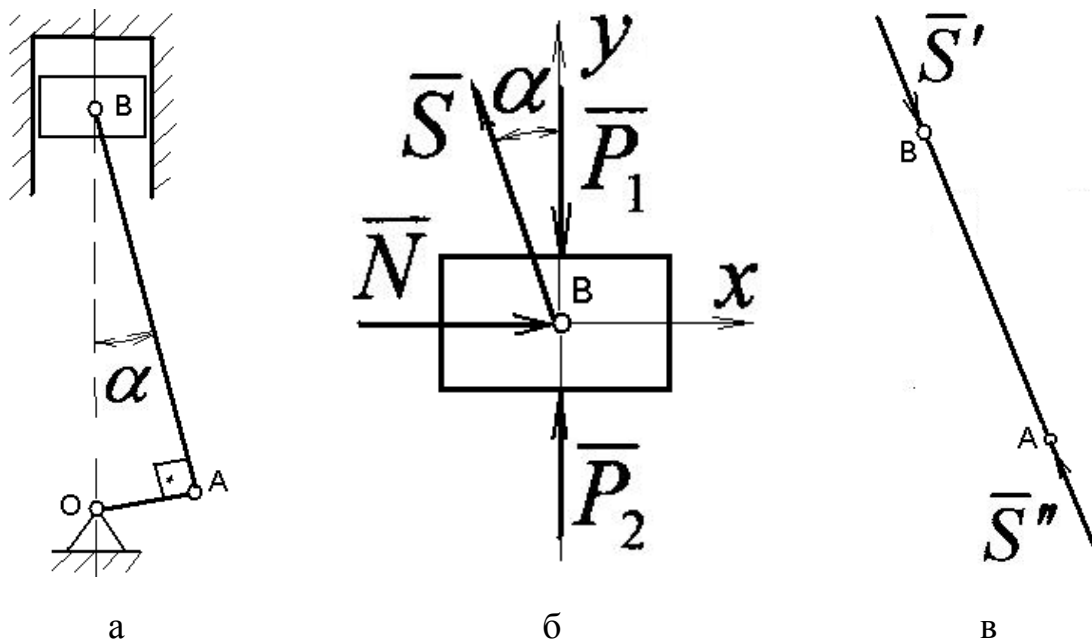


Рисунок 1.8 Расчетная схема к задаче 1.5

Запишем аналитические уравнения равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum X = N - S \cdot \sin \alpha; \quad \sum Y = S \cdot \cos \alpha - P_1 + P_2.$$

Производим подсчеты:

$$S = (P_1 - P_2) / \cos \alpha = (2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^3) / \cos 16,7 = 1,68 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$N = S \cdot \sin \alpha = 1,68 \cdot 10^4 \cdot \sin 16,7 = 5,05 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Невесомый стержень АВ, изображенный на рисунке 1.8, в, находится в равновесии под действием сил \bar{S}' и \bar{S}'' , причем $\bar{S}' = -\bar{S}$ (на основании аксиомы 4); $\bar{S}'' = -\bar{S}'$ (на основании аксиомы статики 1). Со стороны шатуна АВ на кривошип ОА действует реакция, равная по модулю \bar{S}'' , и противоположно \bar{S}'' направленная.

Задача 1.6 Балка АВ поддерживается в горизонтальном положении стержнем CD, крепления в А, С и D – шарнирные. Определить реакции опор А и D, если на конце балки действует вертикальная сила $F = 50$ кН. Размеры указаны на чертеже. Весом балки пренебречь.

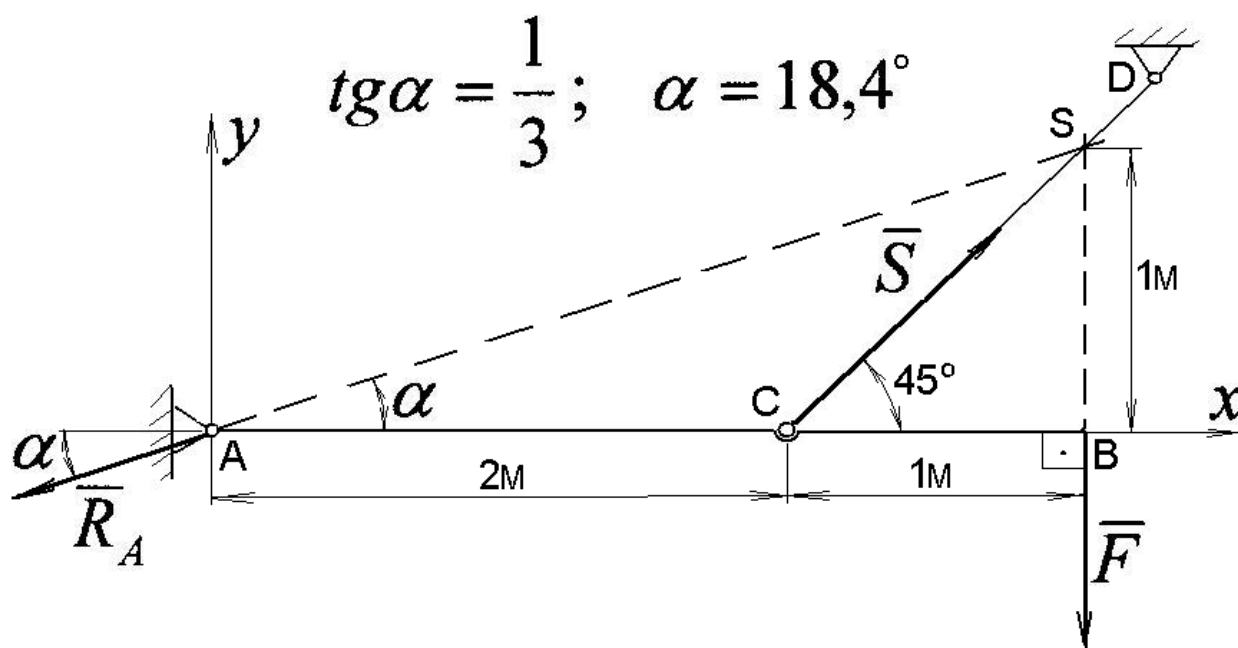


Рисунок 1.9 Расчетная схема к задаче 1.6

Решение. Рассматриваем равновесие невесомой балки АВ. На балку действует известная сила \bar{F} . Отбрасываем наложенные в точках А и С на балку связи, заменив их реакциями. Усилие \bar{S} направляем по невесомому стержню CD, реакцию \bar{R}_A неподвижной шарнирной опоры А направляем по линии AS, пользуясь теоремой о трех силах (рисунок 1.9).

Составляем для плоской сходящейся системы сил уравнения равновесия:

$$\sum X = S \cdot \cos 45 - R_A \cdot \cos \alpha = 0; \quad \sum Y = S \cdot \sin 45 - R_A \cdot \sin \alpha - F = 0.$$

Решаем систему уравнений. Выражаем из первого уравнения системы

$$S = R_A \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos 45} \text{ и подставляем во второе:}$$

$$R_A \frac{\cos \alpha}{\cos 45} \cdot \sin 45 - R_A \cdot \sin \alpha - F = 0;$$

$$R_A = \frac{F}{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} 45 - \sin \alpha} = \frac{5}{\cos 18,4 \cdot \operatorname{tg} 45 - \sin 18,4} = 7,90 \text{ кН}; \quad S = 7,90 \cdot \frac{\cos 18,4}{\cos 45} = 10,6 \text{ кН.}$$

Стержень CD растянут.

Задача 1.7 Горизонтальная балка АВ удерживается в равновесии стержнями АС и АД. Найти усилия в стержнях и балке, если к концу А балки приложена сила \bar{F} , перпендикулярная балке и образующая с вертикалью угол α . Известно: $\angle OAB = \beta$; $\angle DAO = \angle CAO = \gamma$. Весами балки и стержней пренебречь, крепления на рисунке 1.10, а шарнирные.

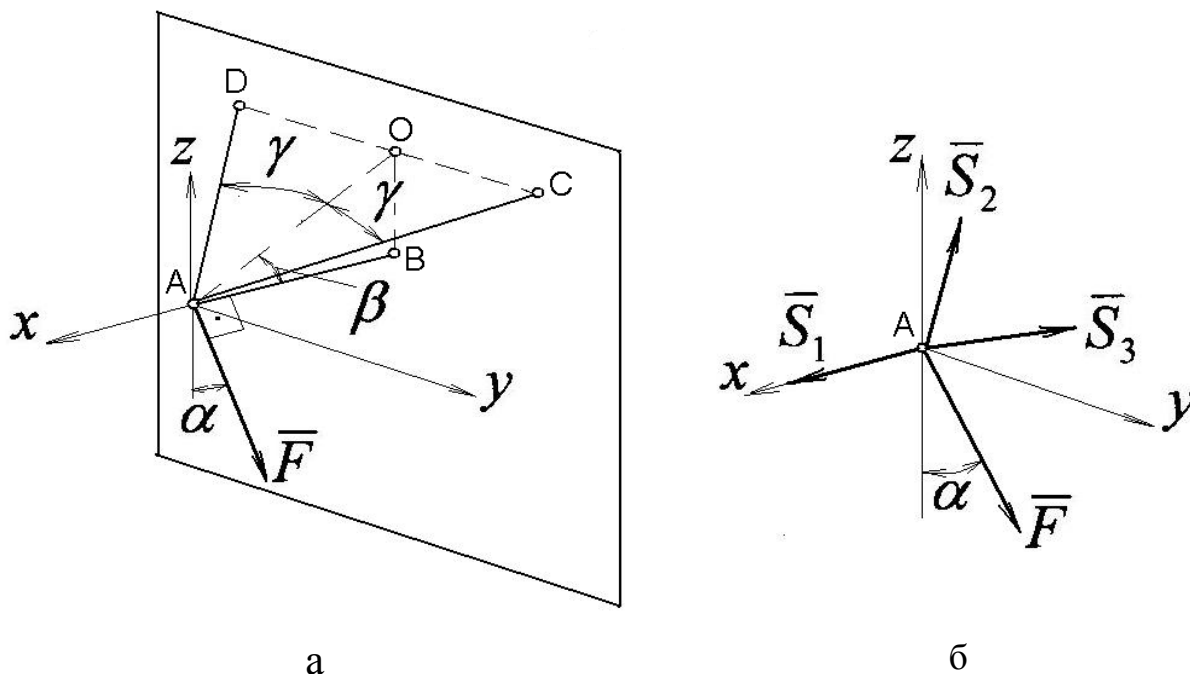


Рисунок 1.10 Расчетная схема к задаче 1.7

Решение. Рассматриваем равновесие шарнирного узла А. Заменяем действие невесомых стержней АВ, АС и АД на узел А усилиями \bar{S}_1 , \bar{S}_2 , \bar{S}_3 , направив вектора по соответствующим стержням (рисунок 1.10, б).

В таблице 1.1 приведены проекции сил, действующих на точку А, на оси координат.

Таблица 1.1 Проекция сил, действующих на узел А, на оси координат

Проекция сил	Силы			
	F	S_1	S_2	S_3
F_{kx}	0	$-S_1 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta$	$-S_2 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta$	S_3
F_{ky}	$F \cdot \sin \alpha$	$-S_1 \cdot \sin \gamma$	$S_2 \cdot \sin \gamma$	0
F_{kz}	$-F \cdot \cos \alpha$	$S_1 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta$	$S_2 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta$	0

Аналитические уравнения равновесия пространственной сходящейся системы сил (1.2) имеют вид:

$$\sum X = -S_1 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta - S_2 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta + S_3 = 0;$$

$$\sum Y = F \cdot \sin \alpha - S_1 \cdot \sin \gamma + S_2 \cdot \sin \gamma = 0;$$

$$\sum Z = -F \cdot \cos \alpha + S_1 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta + S_2 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta = 0.$$

Из уравнений равновесия получаем:

$$S_1 = \frac{F \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma}{2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta}; \quad S_2 = \frac{F \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma}{2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \sin \beta};$$

$$S_3 = F \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta.$$

Стержень АВ на рисунке 1.10, а сжат, стержни АС и АД растянуты.

Задача 1.8 На рисунке 1.11, а изображена пространственная ферма, составленная из шести стержней 1, 2, 3, 4, 5, 6. Сила \bar{F} действует на узел А в плоскости прямоугольника ABCD; при этом ее линия действия составляет с вертикалью СА угол 45° . $\triangle EAK = \triangle FBM$. Углы равнобедренных треугольников EAK, FBM и NDB при вершинах А, В и D прямые. Определить усилия в стержнях, если $F = 1$ кН.

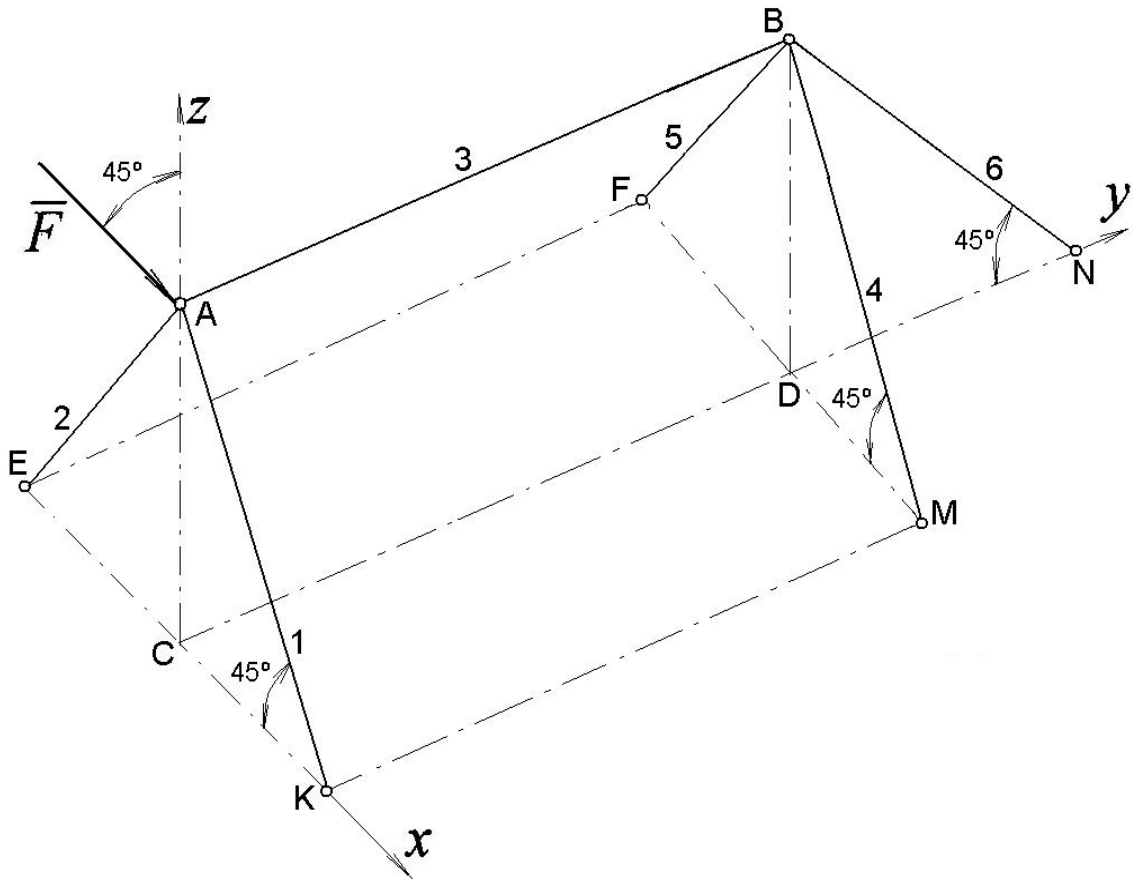
Решение. Вырежем узел А и рассмотрим его равновесие. На узел А действуют активная сила \bar{F} и усилия $\bar{S}_1, \bar{S}_2, \bar{S}_3$, направленные по соответствующим

стержням. Для пространственной системы сходящихся сил на рисунке

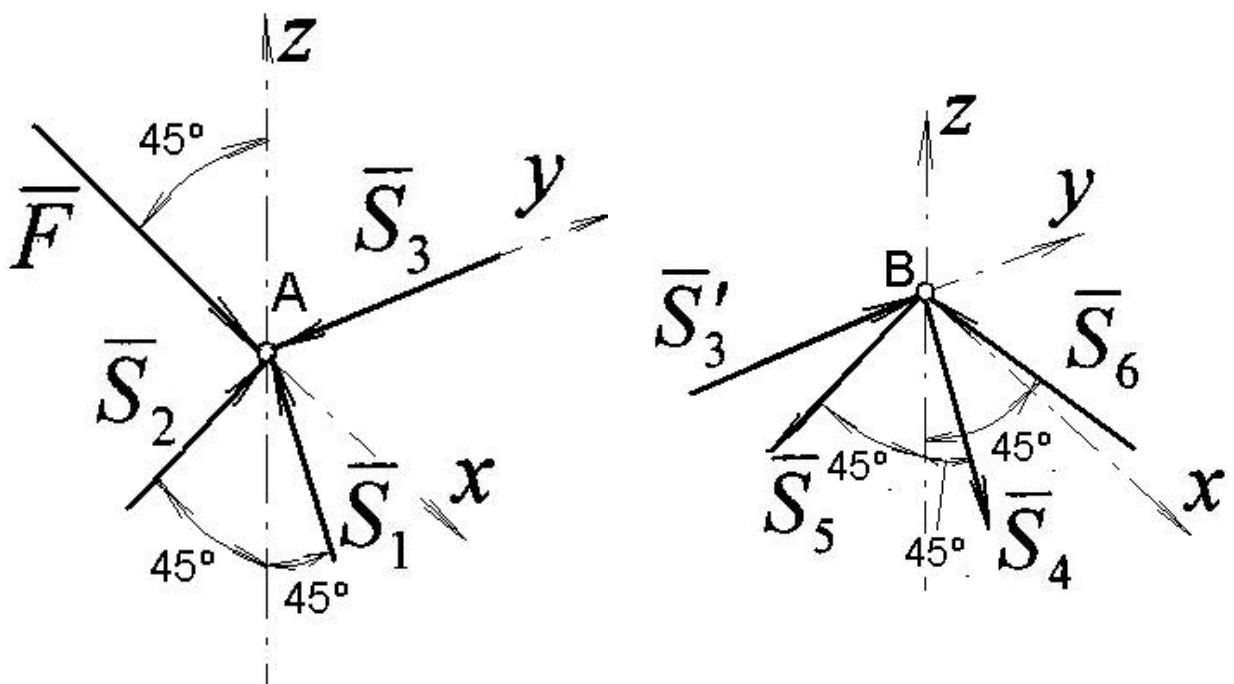
1.11,б составим три аналитических уравнения равновесия:

$$\sum X = -S_1 \cdot \sin 45 + S_2 \cdot \sin 45 = 0; \quad \sum Y = F \cdot \sin 45 - S_3 = 0;$$

$$\sum Z = -F \cdot \cos 45 + S_1 \cdot \cos 45 + S_2 \cdot \cos 45 = 0.$$



a



б

в

Рисунок 1.11 Пространственная ферма

Рассматриваем равновесие шарнирного узла В на рисунке 1.11, в. На этот узел действует пространственная сходящаяся система сил $\bar{S}'_3 = -\bar{S}_3$; \bar{S}_4 ; \bar{S}_5 , \bar{S}_6 . Составляем уравнения равновесия узла В:

$$\sum X = S_4 \cdot \sin 45 - S_5 \cdot \sin 45 = 0; \quad \sum Y = S'_3 - S_6 \cdot \sin 45 = 0;$$

$$\sum Z = -S_4 \cdot \cos 45 - S_5 \cdot \cos 45 + S_6 \cdot \cos 45 = 0.$$

Решаем систему уравнений:

$$S_3 = S'_3 = F \cdot \sin 45 = 1 \cdot \sin 45 = 0,707 \text{ кН}; \quad S_1 = S_2 = F/2 = 1/2 = 0,500 \text{ кН};$$

$$S_6 = S'_3 / \sin 45 = 0,707 / \sin 45 = 1,000 \text{ кН}; \quad S_4 = S_5 = S_6 / 2 = 1/2 = 0,500 \text{ кН}.$$

Стержни 1, 2, 3, 6 фермы сжаты, стержни 4, 5 растянуты.

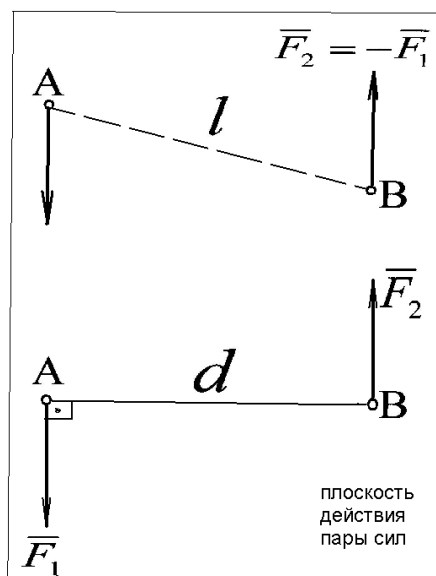
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

Произвольной плоской называется система сил, линии действия которых расположены в одной плоскости, но не пересекаются в одной точке и не параллельны между собой.

При решении задач на равновесие произвольной плоской системы сил необходимо пользоваться понятиями пара сил, момент силы относительно точки.

Парой сил называется система двух равных по модулю параллельных друг другу и направленных в противоположные стороны сил, линии действия которых не совпадают (рисунок 2.1). Кратчайшее расстояние d между линиями действия сил называется плечом пары. Вращательный эффект пары m определяют ее моментом – произведением модуля одной из сил пары на плечо этой пары. Условимся считать положительным момент такой пары, которая стремится повернуть тело против часовой стрелки, отрицательным – по ходу часовой стрелки.

$$m = \pm F_1 \cdot d = \pm F_2 \cdot d .$$



$$m = F_2 \cdot d = F_1 \cdot d$$

Рисунок 2.1 Пара сил и ее плечо

Моментом силы относительно некоторой точки O на плоскости называется скалярная величина, равная взятому со знаком плюс или минус произведению модуля силы на ее плечо относительно этой точки (рисунок 2.2). Будем считать момент силы положительным, если эта сила стремится повернуть тело против часовой стрелки, как на рисунке 2.2, а, и отрицательным – по ходу, как на рисунке 2.2, б.

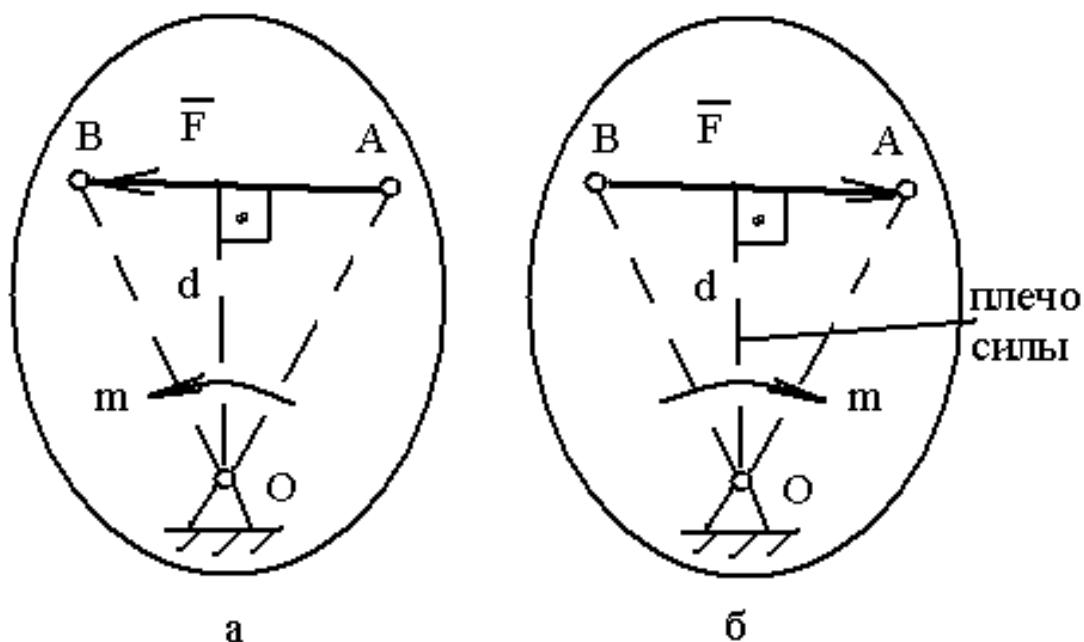


Рисунок 2.2 Момент силы относительно точки

Если линия действия силы проходит через точку, то такая сила момент относительно точки не дает.

При составлении момента силы относительно точки часто пользуются теоремой Вариньона о моменте равнодействующей.

Момент равнодействующей плоской сходящейся системы сил относительно любой точки, лежащей в плоскости действия этой системы сил, равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно той же точки.

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на две взаимно перпендикулярные оси координат, а также алгебраическая сумма моментов сил системы относительно произвольно выбранной точки плоскости были одновременно равны нулю.

$$\sum_{k=1}^n X_k = 0; \quad \sum_{k=1}^n Y_k = 0; \quad \sum_{k=1}^n m_O(\bar{F}_k) = 0. \quad (2.1)$$

При решении задач встречаются сосредоточенные силы, приложенные в одной точке тела, и распределенные (по объему тела, по поверхности, по линии). Удобно распределенную нагрузку заменить сосредоточенной равнодействующей силой. Ниже показано определение равнодействующей для четырех законов линейно распределенных сил.

Сила, равномерно распределенная по отрезку прямой линии (рисунок 2.3, а).

Интенсивность распределенной нагрузки q измеряется в системе единиц СИ в Н/м и показывает, какая сила действует на метр отрезка АВ. Таким образом, равнодействующая равна по модулю $Q = q \cdot a$, т.е. равна площади эпюры на рисунке 2.3, а. Вектор равнодействующей \bar{Q} прикладывается в центре тяжести эпюры распределенной нагрузки.

Сила, распределенная по отрезку АВ по линейному закону (закону треугольника).

Величина равнодействующей \bar{Q} определяется как площадь эпюры нагрузок на рисунке 2.3, б и прикладывается в центре тяжести треугольника, т.е. в точке пересечения его медиан.

$$Q = \frac{1}{2} q_{\max} \cdot a.$$

Сила, равномерно распределенная по дуге окружности (рисунок 2.3, в).

Действующая на дугу система сходящихся сил имеет равнодействующую \bar{Q} , направленную по оси симметрии дуги.

Величина равнодействующей равна произведению интенсивности нагрузки q на длину хорды АВ, стягивающей эту дугу:

$$Q = q \cdot AB = q \cdot 2R \cdot \sin \alpha.$$

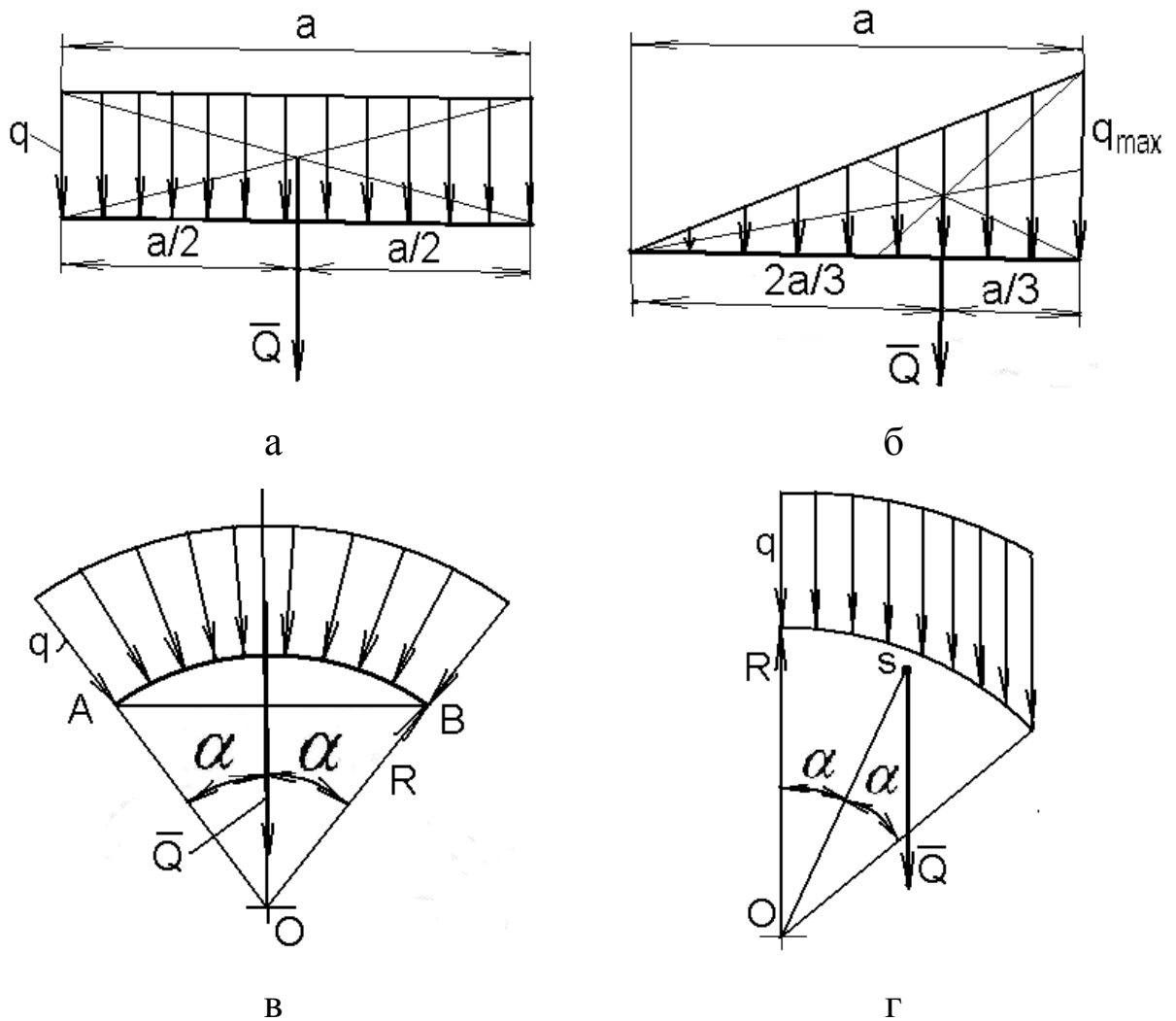


Рисунок 2.3 Замена распределенных нагрузок сосредоточенной равнодействующей силой

Сила, равномерно действующая по длине дуги окружности (рисунок 2.3, г).

Для определения равнодействующей такой нагрузки необходимо перемножить ее интенсивность q на длину дуги окружности и приложить вектор \bar{Q} в центре тяжести S этой дуги, как показано на рисунке 2.3, г:

$$Q = q \cdot R \cdot 2\alpha; \quad OS = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}.$$

В ряде случаев при исследовании равновесия твердых тел необходимо учитывать трение скольжения и качения.

Тело на рисунке 2.4, а находится в покое. Состояние покоя не изменится, если к телу приложить небольшую по величине сдвигающую силу \bar{Q} . Кроме нормальной реакции \bar{N} , в контакте возникает другая составляющая реакции связи \bar{F} – сила трения скольжения, препятствующая движению тела по связи, причем

$$\bar{F} = -\bar{Q}.$$

С увеличением силы \bar{Q} увеличивается и сила трения скольжения \bar{F} .

При увеличении силы \bar{Q} до некоторого значения \bar{Q}_{\max} начинается скольжение тела по связи (рисунок 2.4, б). За меру сопротивления скольжению тела принимают максимальную силу \bar{F}_{\max} – силу трения скольжения в покое. Силу \bar{F}_{\max} приходится учитывать в инженерных расчетах. При этом исходят из установленных Кулоном общих законов трения.

1. Сила трения скольжения находится в общей касательной плоскости соприкасающихся тел и направлена в сторону, противоположную направлению возможного или реального скольжения тела под действием приложенных сил. Сила трения при покое зависит от активных сил и ее модуль заключен между нулем и максимальным значением, которое достигается в момент выхода тела из состояния равновесия, т.е.

$$0 \leq F \leq F_{\max}.$$

2. Максимальная сила трения скольжения при прочих равных условиях не зависит от площади соприкосновения трущихся тел. Например, величина силы, которую надо приложить, чтобы сдвинуть с места кирпич, не зависит от того, какой гранью, широкой или узкой, он положен на шероховатую плоскость.

3. Максимальная сила трения скольжения пропорциональна нормальному давлению (нормальной реакции), т.е.

$$F_{\max} = f_o \cdot N,$$

где f_o – безразмерный коэффициент трения скольжения в покое. Коэффициент f_o зависит от природы, состояния и качества обработки трущихся поверхностей. При этом f_o не зависит от силы нормального давления.

$$0 < f_o < 1.$$

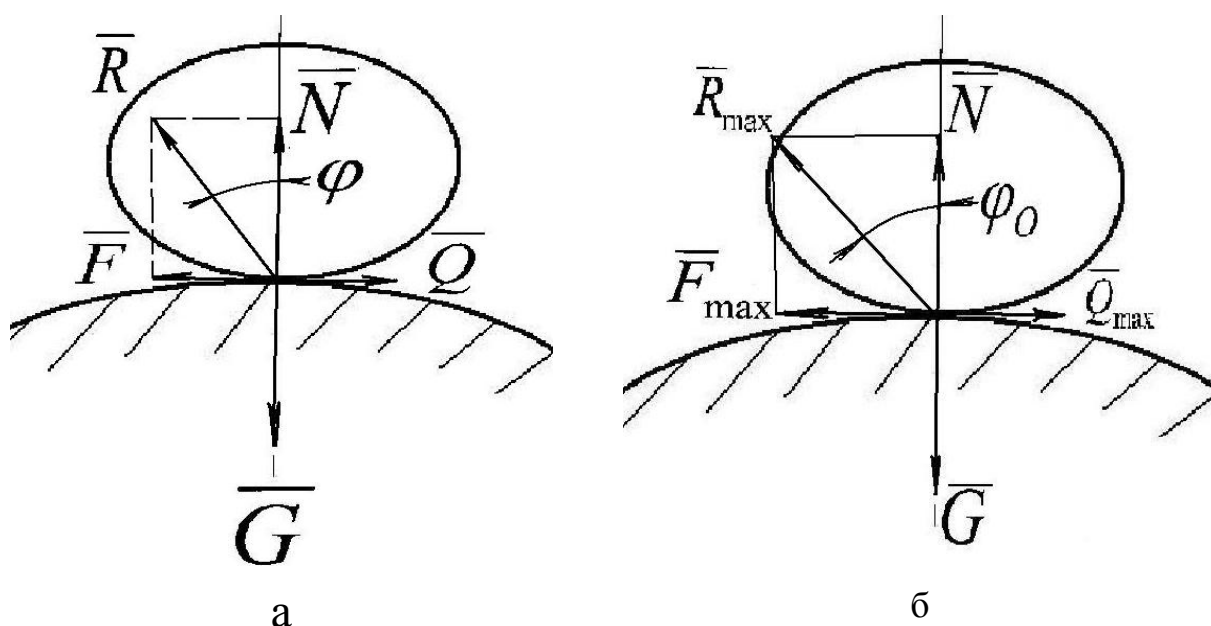


Рисунок 2.4 Определение силы трения скольжения

Когда перемещение тела по поверхности является качением, то возникает трение качения.

На каток, находящийся на горизонтальной плоскости (рисунок 2.5, а), действуют сила тяжести \bar{G} и равная ей по модулю нормальная реакция \bar{N} .

Приложим к катку горизонтальную активную силу \bar{Q} (рисунок 2.5, б). Произойдет деформации катка и плоскости вблизи точки А. Касание тела и связи происходит по некоторой площадке. При этом в контакте возникнет

сила трения $\vec{F} = -\vec{Q}$. Каток в правой части прижимается к площадке на связи сильнее, чем в левой, а полная реакция \vec{R} приложена правее точки А. Нормальная составляющая \vec{N} смещена от центра О шара на величину h .

На цилиндр на рисунке 5.2, б действуют две пары сил: (\vec{Q}, \vec{F}) с плечом r и (\vec{G}, \vec{N}) с плечом h . В случае равновесия цилиндра моменты этих пар равны по величине, противоположны по направлению. Составим уравнения равновесия цилиндра:

$$Q - F = 0; \quad N - G = 0; \quad -Q \cdot r + N \cdot h = 0. \quad (5.1)$$

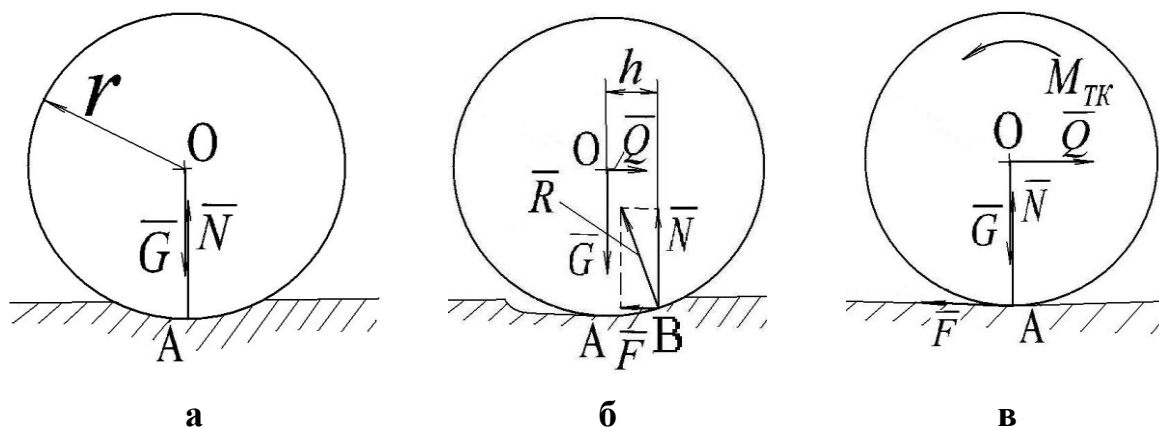


Рисунок 2.5 К определению момента трения качения

Обозначим $M_{TK} = N \cdot h$ и будем в дальнейшем называть момент трения качения. Из третьего уравнения равновесия (5.1) можно получить расстояние между точками А и В:

$$h = Q \cdot r / N = Q \cdot r / G. \quad (2.2)$$

Как видно из (2.2), с увеличением активной силы \vec{Q} увеличивается и расстояние h . Но неограниченно это расстояние увеличиваться не может. Неизбежно наступит такой момент, когда увеличение силы \vec{Q} приведет к нарушению равновесия и цилиндр покатится по связи. Обозначим максимально возможную величину h буквой δ . Экспериментально установлено, что величина δ пропорциональна радиусу цилиндра и различна для различных материалов.

Следовательно, если имеет место равновесие, то выполняется условие $\delta \leq h$.

Величина δ называется коэффициентом трения качения и имеет размерность длины, т.е. в системе единиц СИ измеряется в метрах.

Максимальное значение момента трения качения равно $M_{TK}^{MAX} = \delta \cdot N$. Значения коэффициента трения качения приводятся для различных материалов в справочниках.

При решении задач силу нормальной реакции \bar{N} удобнее изображать без смещения, по центральной линии АО цилиндра, а момент трения качения M_{TK} показывать круговой стрелкой, как на рисунке 2.5, в.

Задача 2.1 Стропила односкатной крыши состоят из бруса АВ, у верхнего конца В свободно лежащего на гладкой опоре, а нижним А упирающегося в стену (рисунок 2.6). Наклон крыши $tg \alpha = 0,5$; на брус АВ приходится вертикальная нагрузка $F = 9$ кН, приложенная в середине бруса. Определить реакции опор в точках А и В.

Решение. Рассмотрим равновесие стропильного бруса АВ, в середине которого действует активная сила \bar{F} . Реакция \bar{N}_B гладкой опорной поверхности в точке В направлена перпендикулярно брусу. Связями на верхнем конце А бруса являются две такие площадки: вдоль и поперек волокон. Поэтому показываем в точке А две составляющие \bar{N}'_A и \bar{N}''_A , каждую перпендикулярно своей опорной площадке (рисунок 2.6).

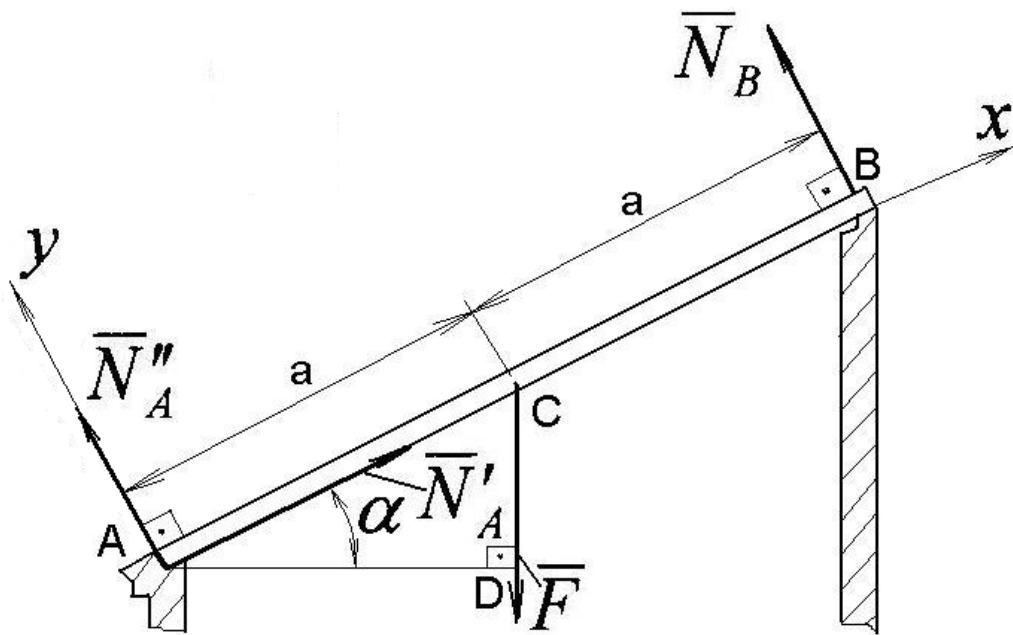
Для произвольной плоской системы сил, действующей на брус АВ, составляем три аналитических уравнения равновесия (2.1):

$$\begin{aligned}\sum X &= -F \cdot \sin \alpha + N'_A = 0; & \sum Y &= N''_A - F \cdot \cos \alpha + N_B = 0 \\ \sum m_A &= N_B \cdot 2a - F \cdot \cos \alpha \cdot a = 0.\end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и определяем неизвестные реакции:

$$N'_A = F \cdot \sin \alpha = 9 \cdot \sin 26,6 = 4,03 \text{ кН}; \quad N_B = \frac{F \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{9 \cdot \cos 26,6}{2} = 4,03 \text{ кН};$$

$$N''_A = F \cdot \cos \alpha - N_B = 9 \cdot \cos 26,6 - 4,03 = 4,03 \text{ кН}.$$



$$\alpha = \text{arctg}0,5 = 26,6^\circ$$

Рисунок 2.6 Односкатная крыша

Задача 2.2 Определить реакции опор А и В балки, находящейся под действием сосредоточенных сил и равномерно распределенной нагрузки (рисунок 2.7).

Дано: $F_1 = 8 \text{ кН}$; $F_2 = 6 \text{ кН}$; $q = 3 \text{ кН/м}$.

Решение. Определяем величину равнодействующей Q равномерно распределенной нагрузки (рисунок 2.7)

$$Q = q \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ кН.}$$

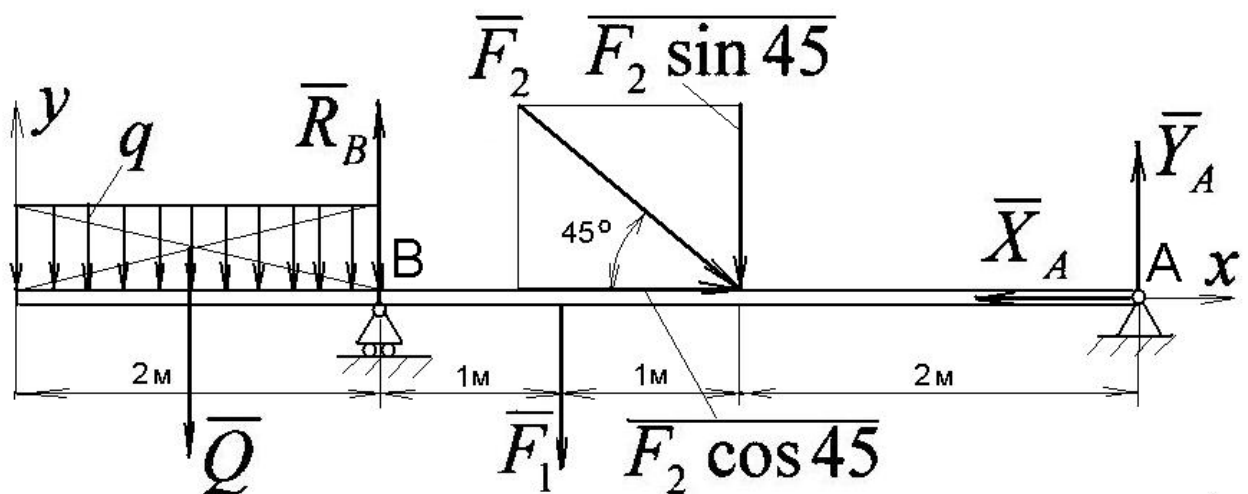


Рисунок 2.7 Расчетная схема к задаче 2.2

Реакцию \bar{R}_B катковой опоры В показываем перпендикулярно опорной поверхности, реакцию шарнирно-неподвижной опоры А обозначаем на чертеже двумя взаимно-перпендикулярными составляющими \bar{X}_A и \bar{Y}_A .

Для произвольной плоской системы сил на рисунке 2.7 составляем три аналитических уравнения равновесия:

$$\sum X = F_2 \cdot \cos 45 - X_A = 0;$$

$$\sum Y = -Q + R_B - F_1 - F_2 \sin 45 + Y_A = 0;$$

$$\sum m_B = Q \cdot 1 - F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot \sin 45 \cdot 2 + Y_A \cdot 4 = 0.$$

Решаем систему уравнений и определяем неизвестные реакции:

$$X_A = F_2 \cdot \cos 45 = 6 \cdot \cos 45 = 4,16 \text{ кН};$$

$$Y_A = \frac{F_1 \cdot 1 - Q \cdot 1 + F_2 \cdot \sin 45 \cdot 2}{4} = \frac{8 \cdot 1 - 6 \cdot 1 + 6 \cdot \sin 45 \cdot 2}{4} = 2,62 \text{ кН};$$

$$R_B = Q + F_1 + F_2 \cdot \sin 45 - Y_A = 6 + 8 + 6 \cdot \sin 45 - 2,62 = 15,62 \text{ кН}.$$

Задача 2.3 Определить реакции заделки вертикальной консольной балки, изображенной на рисунке 2.8, и находящейся в равновесии под действием пары сил и распределенной нагрузки, изменяющейся по закону треугольника.

Дано: $q = 1,5 \text{ кН/м}$; $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Решение. Рассматриваем равновесие вертикальной консольной балки – опоры линии электропередачи (рисунок 2.8). На балку действует пара сил с моментом M и ветровая нагрузка. Определяем равнодействующую распределенной по закону треугольника нагрузки, как площадь эпюры:

$$Q = \frac{1}{2} q \cdot 12 = \frac{1}{2} 1,5 \cdot 12 = 9 \text{ кН}.$$

Прикладываем силу \bar{Q} в точке пересечения медиан треугольника, как показано на рисунке 2.8.

Показываем в точке О заземления балки реакции связей: \bar{X}_O , \bar{Y}_O , M_O . Для произвольной плоской системы сил, действующих на линию опоры электропередачи, составляем в соответствии с (2.1) три аналитических уравнения равновесия:

$$\sum X = X_o + Q = 0; \quad \sum Y = Y_o = 0; \quad \sum m_o = M_o - Q \cdot 4 - M = 0.$$

Производим вычисления и находим:

$$X_o = -Q = -9 \text{ кН}; \quad Y_o = 0; \quad M_o = Q \cdot 4 + M = 9 \cdot 4 + 4 = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

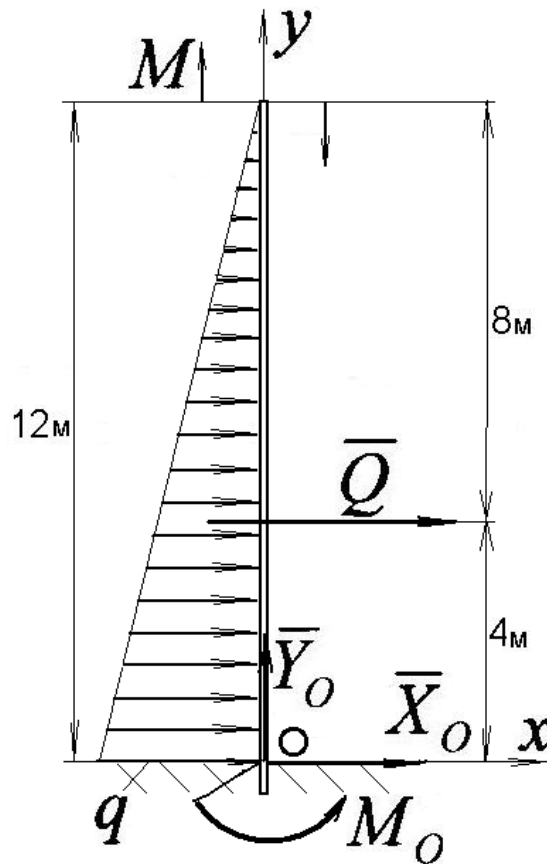


Рисунок 2.8 Равновесие линии опоры электропередачи

Действительное направление реакции \bar{X}_o противоположно показанному на чертеже 2.8.

Задача 2.4 К гладкой стене прислонена однородная лестница под углом 45° к горизонтали. В точке D лестницы на расстоянии, равном $1/3$ длины лестницы от нижнего конца, находится рабочий-электрик. Вес человека $G_1 = 600 \text{ Н}$; вес лестницы $G_2 = 200 \text{ Н}$. Найти давление лестницы на опору А и на стену.

Решение. На лестницу АВ действуют заданные силы тяжести \bar{G}_1 и \bar{G}_2 . Реакции в опорах А и В показываем перпендикулярно гладким опорным поверхностям, как показано на рисунке 2.9.

Для произвольной плоской системы пяти сил составляем уравнения равновесия:

$$\sum X = N_B - N_{Ax} = 0; \quad \sum Y = N_{Ay} - G_1 - G_2 = 0;$$

$$\sum m_A = N_B \cdot L \cdot \sin 45 - G_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot L \cdot \cos 45 - G_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot \cos 45 = 0.$$

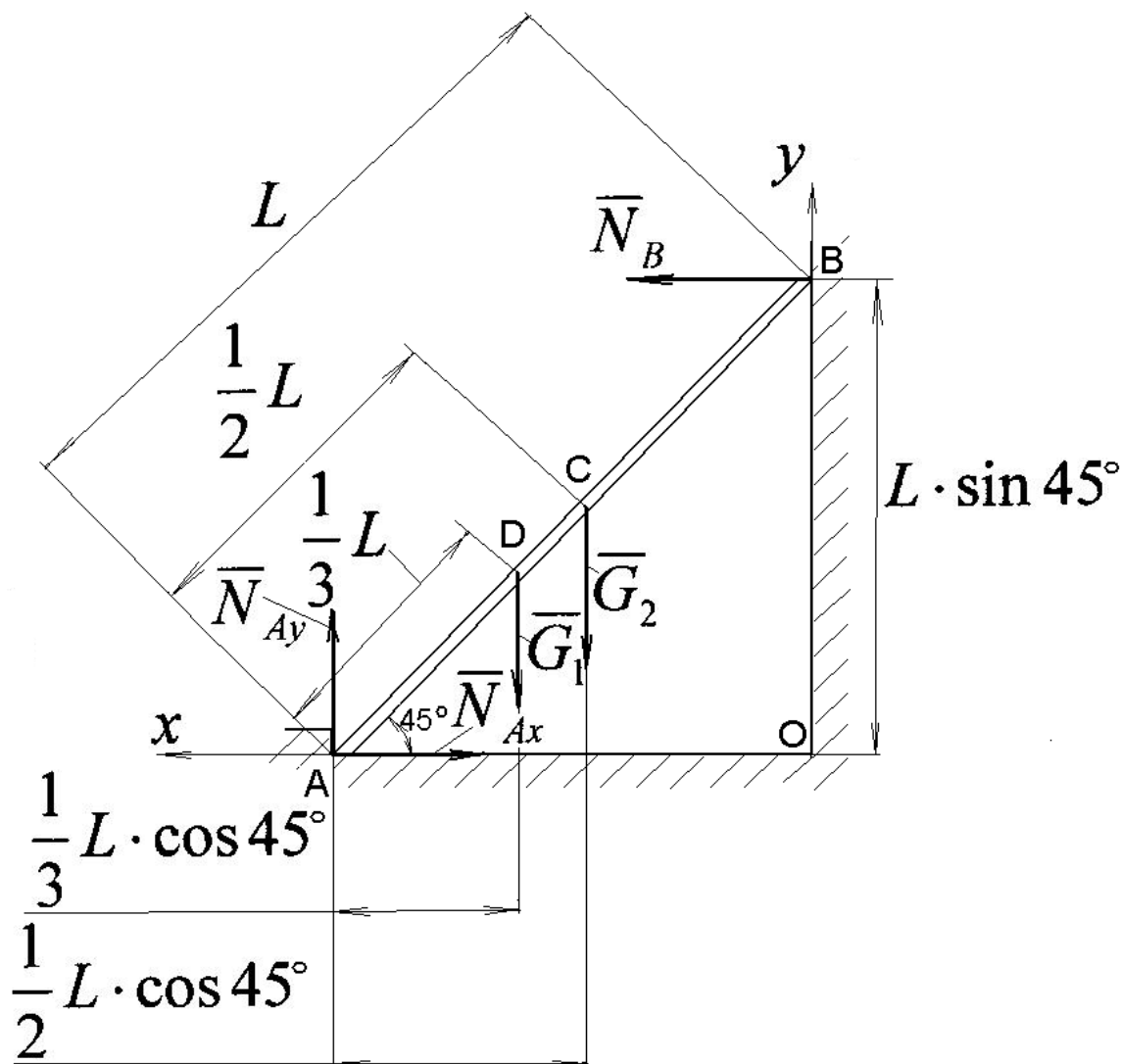


Рисунок 2.9 Равновесие лестницы

Производим подсчеты:

$$N_B = \frac{1}{3} \cdot G_1 + \frac{1}{2} \cdot G_2 = \frac{1}{3} \cdot 600 + \frac{1}{2} \cdot 200 = 300 \text{ Н}; \quad N_{Ay} = G_1 + G_2 = 600 + 200 = 800 \text{ Н};$$

$$N_{Ax} = N_B = 300 \text{ Н}.$$

Задача 2.5 К валу приложена пара (\bar{F}, \bar{F}') с моментом M , равным 1000 Нм, и направленным по ходу часовой стрелки (рисунок 2.10). К тормозному колесу диаметром $2r=50$ см, которое заклинено на валу, прижаты тормозные колодки силами \bar{N} и \bar{N}' , равными по величине. Найти величину этих сил, ес-

ли известно, что коэффициент трения скольжения между колодками и колесом равен $f = 0,25$.

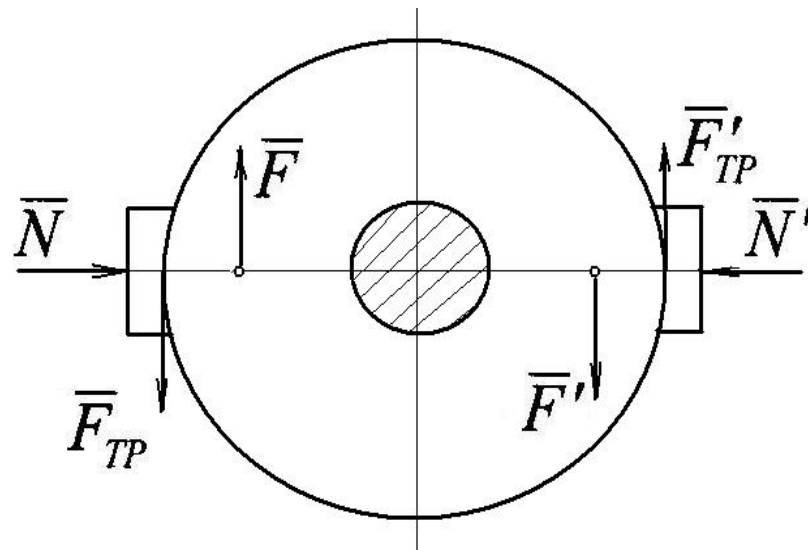


Рисунок 2.10 Равновесие вала с тормозным колесом

Решение. Рассматриваем равновесие вала вместе с тормозным колесом. Если отбросить две взаимно уравновешенные силы \bar{N} и \bar{N}' , то можно считать, что твердое тело находится в равновесии под действием двух пар сил, действующих в одной плоскости (рисунок 2.10). Момент реактивной пары $(\bar{F}_{TP}, \bar{F}'_{TP})$ равен и противоположно направлен моменту M активной пары (\bar{F}, \bar{F}') .

$$\sum_{k=1}^n m(\bar{F}_k, \bar{F}'_k) = -M + F_{TP} \cdot 2r = 0,$$

откуда
$$F_{TP} = \frac{M}{2r} = \frac{1000}{0,5} = 2000 \text{ Н.}$$

Из формулы Кулона

$$N = \frac{F_{TP}}{f} = \frac{2000}{0,25} = 8000 \text{ Н.}$$

Задача 2.6 Тело весом $G = 100 \text{ Н}$ удерживается в равновесии силой \bar{T} на шероховатой наклонной плоскости, имеющей угол наклона $\alpha = 45^\circ$ (рисунок 2.11, а). Коэффициент трения скольжения между телом и плоскостью $f = 0,6$. Сила \bar{T} действует на тело под углом $\beta = 15^\circ$ к линии наибольшего ската. Определить значение силы \bar{T} .

Решение. На тело действуют силы \bar{G} , \bar{N} , \bar{T} и сила трения \bar{F}_{TP} , направленная против возможного движения тела. При этом возможны два случая предельного равновесия тела и соответственно два предельных значения силы \bar{T} при двух направлениях силы трения по наклонной плоскости – вниз (рисунок 2.11, а) и вверх (рисунок 2,11, б). Двум предельным состояниям равновесия твердого тела соответствуют два значения удерживающей силы T .

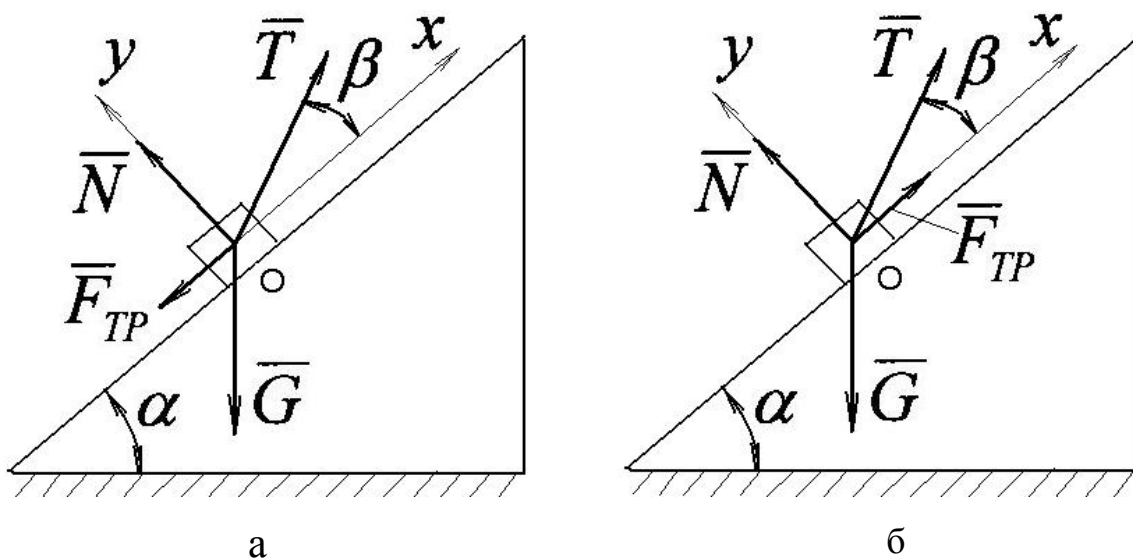


Рисунок 2.11 Равновесие груза на наклонной плоскости

Составим уравнения равновесия груза для плоской сходящейся системы сил на рисунке 2.11, а:

$$\sum X = T \cdot \cos \beta - G \cdot \sin \alpha - F_{TP} = 0; \quad \sum Y = T \cdot \sin \beta - G \cdot \cos \alpha + N = 0.$$

По закону Кулона

$$F_{TP} = f \cdot N = f \cdot (G \cdot \cos \alpha - T \cdot \sin \beta).$$

Подставим силу трения в первое уравнение системы:

$$T \cdot \cos \beta - G \cdot \sin \alpha - f \cdot G \cdot \cos \alpha + f \cdot T \cdot \sin \beta = 0.$$

Максимальное значение удерживающей силы T равно

$$T = T^{\max} = G \cdot \frac{\sin \alpha + f \cdot \cos \varepsilon}{\cos \beta + f \cdot \sin \beta} = 100 \cdot \frac{\sin 45 + 0,6 \cdot \cos 45}{\cos 15 + 0,6 \cdot \sin 15} = 101 \text{ Н.}$$

Совершенно аналогично для предельного состояния твердого тела на рисунке 2.11, б получим

$$T = T^{\min} = G \cdot \frac{\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha}{\cos \beta - f \cdot \sin \beta} = 100 \cdot \frac{\sin 45 - 0,6 \cdot \cos 45}{\cos 15 - 0,6 \cdot \sin 15} = 34,9 \text{ Н.}$$

Таким образом, значение силы T при равновесии груза на наклонной плоскости должно находиться в пределах

$$34,9 \leq T \leq 101 \text{ Н.}$$

Задача 2.7 Изображенный на рисунок 2.12 цилиндрический каток радиуса R весом \bar{G} приводится в движение посредством силы \bar{T} , приложенной к нити, намотанной на сердечник радиуса r . Угол схода нити с сердечника катка α , коэффициент трения скольжения f , коэффициент трения качения δ . Определить нормальную реакцию N , силу сцепления $F_{сц}$ и силу T , необходимую для равномерного качения катка без скольжения.

Решение. На каток, находящийся в равновесии, действуют активные силы \bar{G} и \bar{T} . Освобождаем каток от связи – горизонтальной поверхности движения, покажем действие связи на твердое тело в виде нормальной реакции \bar{N} , смещенной вперед по ходу движения катка на величину коэффициента трения качения δ , и горизонтальной реакции $\bar{F}_{сц}$ (рисунок 2.12).

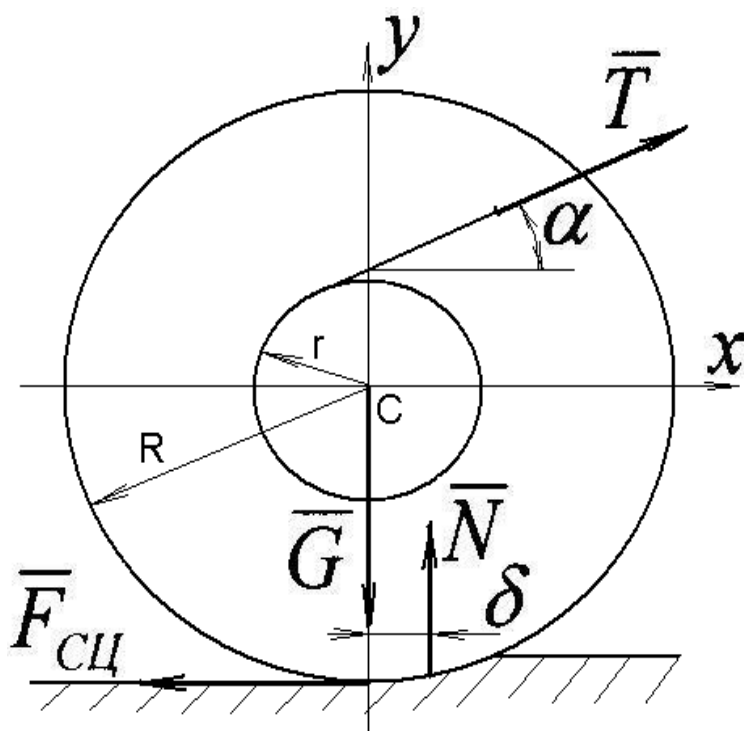


Рисунок 2.12 Равновесие цилиндрического катка

Составим уравнения равновесия катка под действием произвольной плоской системы сил:

$$\sum X = T \cdot \cos \alpha - F_{\text{цл}} = 0; \quad \sum Y = T \cdot \sin \alpha - G + N = 0;$$

$$\sum m_C = -T \cdot r - F_{\text{цл}} \cdot R + N \cdot \delta = 0.$$

Выразим силу сцепления $F_{\text{цл}}$ из первого уравнения и подставим в третье:

$$T(r + R \cdot \cos \alpha) - N \cdot \delta = 0.$$

Исключив из написанного уравнения и второго уравнения системы силу N , получим:

$$T(r + R \cdot \cos \alpha) - G \cdot \delta + \delta \cdot T \cdot \sin \alpha = 0; \quad T = G \cdot \frac{\delta}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha}.$$

Подставим последнее выражение для силы T в первое уравнение системы и определим силу сцепления

$$F_{\text{цл}} = G \cdot \frac{\delta \cdot \cos \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha}.$$

Выразим N из первого уравнения системы, подставим $F_{\text{цл}}$ из последней полученной формулы и определим реакцию N как

$$N = G \cdot \frac{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha - \delta \cdot \sin \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha} = G \cdot \frac{r + R \cdot \cos \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha}.$$

Определим максимальное значение силы трения по закону Кулона

$$F_{\text{цл}}^{\text{max}} = f \cdot N = f \cdot G \cdot \frac{r + R \cdot \cos \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha}.$$

Каток будет катиться без скольжения, если имеет место неравенство

$$F_{\text{цл}} \leq F_{\text{цл}}^{\text{max}},$$

или

$$G \cdot \frac{\delta \cdot \cos \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha} \leq f \cdot G \cdot \frac{r + R \cdot \cos \alpha}{r + R \cdot \cos \alpha + \delta \cdot \sin \alpha}.$$

Условие качения катка без скольжения имеет вид

$$\delta \cdot \cos \alpha \leq (r + R \cdot \cos \alpha) \cdot f.$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ СИЛ. СОЧЛЕНЕННЫЕ СИСТЕМЫ

Задачи на равновесие системы твердых тел, находящейся в равновесии под действием произвольной плоской системы сил, рекомендуется решать в следующем порядке:

- 1) выделить систему твердых тел и твердые тела, входящие в систему, равновесие которых надо рассмотреть для определения искомым величин;
- 2) показать на чертеже заданные активные силы;
- 3) применить принцип освобождения от связей и заменить действие связей силами реакций;
- 4) сопоставить число неизвестных величин и число независимых уравнений равновесия; эти числа должны быть равны в том случае, если задача является статически определимой;
- 5) выбрать наиболее удобные системы осей координат;
- 6) составить уравнения равновесия для каждого твердого тела или каждой системы твердых тел, равновесие которых исследуется;
- 7) решив систему всех уравнений равновесия, определить неизвестные величины.

При постановке на чертежах реакций связей необходимо руководствоваться принципом равенства действия и противодействия.

При составлении уравнений равновесия целесообразно оси координат и точки, относительно которых составляются уравнения моментов сил, выбирать так, чтобы в каждое уравнение входила только одна неизвестная величина.

Задача 3.1 Определить реакции опор А, В, С и усилие в шарнире D составной балки, изображенной на чертеже 3.1 вместе с нагрузкой.

Дано: $F = 4$ кН; $q = 2$ кН/м; $\alpha = 45^\circ$.

Решение. Равномерно распределенную нагрузку интенсивности q заменяем сосредоточенной равнодействующей силой

$$Q = q \cdot 10 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ кН.}$$

Действие опор А, В и С на балку показываем на чертеже реакциями \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{R}_B , \bar{R}_C . Для произвольной плоской системы сил, действующих на составную балку, составляем аналитические уравнения равновесия:

$$\sum X = X_A + F \cdot \cos \alpha = 0; \quad \sum Y = Y_A - F \cdot \sin \alpha + R_B - Q + R_C = 0;$$

$$\sum m_A = -F \cdot \sin \alpha \cdot 8 + R_B \cdot 10 - Q \cdot 15 + R_C \cdot 20 = 0.$$

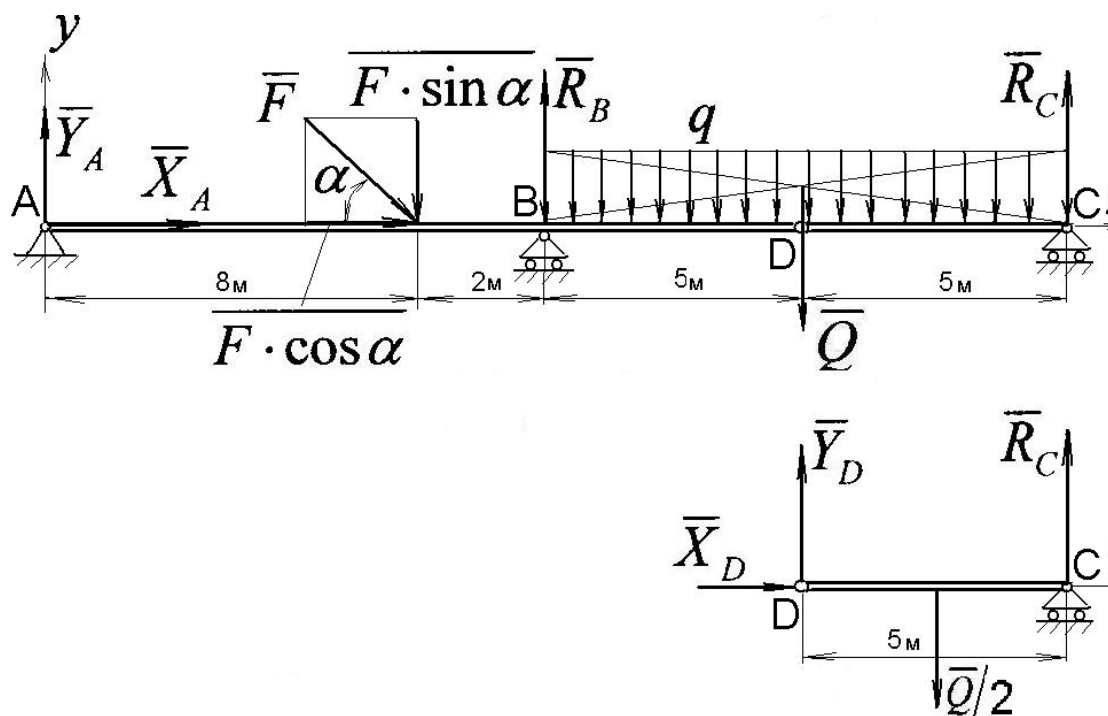


Рисунок 3.1 Равновесие составной балки

Из составленной системы трех уравнений нельзя определить четыре неизвестных составляющих реакций связей.

Расчленим составную конструкцию по шарниру D и рассматриваем равновесие одной из частей балки – например, правой полубалки DC. Реакции \bar{X}_D и \bar{Y}_D в шарнире D показывают действие отброшенной левой полубалки AD на оставшуюся правую DC. Составляем уравнения равновесия для новой плоской системы сил:

$$\sum X = X_D = 0; \quad \sum Y = Y_D - Q/2 + R_C = 0; \quad \sum m_D = R_C \cdot 5 - \frac{Q}{2} \cdot 2,5 = 0.$$

Из системы шести уравнений определяем шесть неизвестных реакций связей:

$$X_D = 0; \quad R_C = Q/4 = 20/4 = 5 \text{ кН}; \quad Y_D = Q/2 - R_C = 20/2 - 5 = 5 \text{ кН};$$

$$X_A = -F \cdot \cos \alpha = -4 \cdot \cos 45 = 2,83 \text{ кН};$$

$$R_B = \frac{F \cdot \sin \alpha \cdot 8 + Q \cdot 15 - R_C \cdot 20}{10} = \frac{4 \cdot \sin 45 \cdot 8 + 20 \cdot 15 - 5 \cdot 20}{10} = 22,23 \text{ кН};$$

$$Y_A = F \cdot \sin \alpha - R_B + Q - R_C = 4 \cdot \sin 45 - 22,23 + 20 - 5 = -4,40 \text{ кН}.$$

Задача 3.2 Два стержня AC и BD одинаковой длины шарнирно соединены в точке D и так же прикреплены к вертикальной стене в точках A и B. Стержень AC расположен горизонтально, стержень BD образует угол 60° с вертикальной стеной. Стержень AC в точке E нагружен вертикальной силой $G_1 = 450 \text{ Н}$ и в точке C силой $Q = 1000 \text{ Н}$, наклоненной к горизонту под углом 45° . Стержень BD в точке F нагружен вертикальной силой $G_2 = 400 \text{ Н}$.

Дано: $AE=BC=L/2$; $BF=FD=L/2$. Определить реакции шарниров A и B.

Решение. Связями для составной конструкции на рисунке 3.2, а являются цилиндрические шарниры A и B. Реакцию каждой такой опоры показываем на чертеже двумя составляющими силами каждую: \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{X}_B и \bar{Y}_B . Для произвольной плоской системы сил на рисунке 3.2, а можно составить три независимых аналитических уравнения равновесия, из которых определить четыре неизвестные реакции нельзя. Поэтому составную стержневую конструкцию расчленим по шарниру D и рассматриваем равновесие каждого из стержней по отдельности.

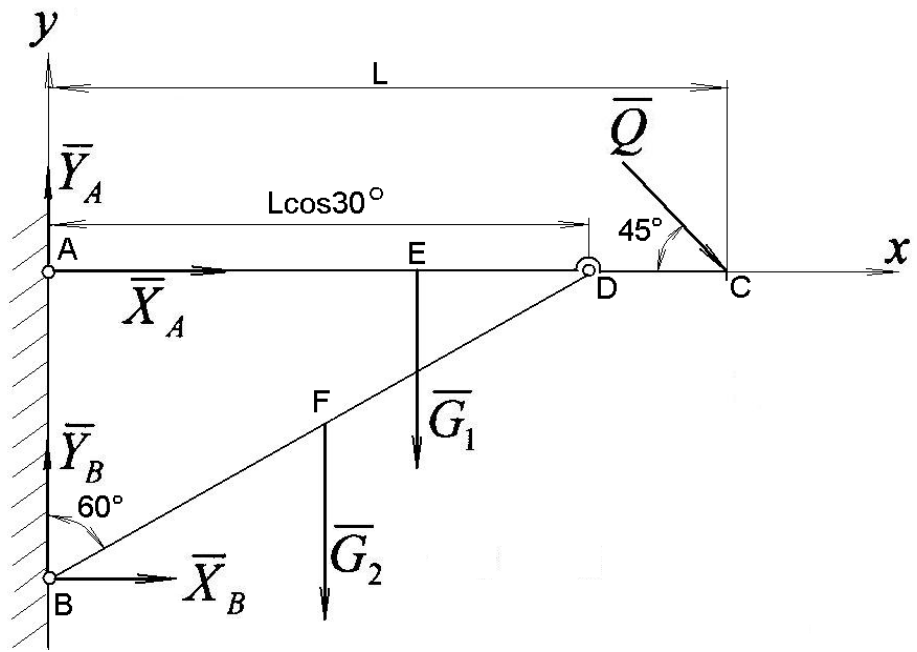
Стержень AC на рисунке 3.2, б. На стержень AC действуют заданные силы \bar{G}_1 , \bar{Q} , реакции \bar{X}_A , \bar{Y}_A в шарнире A. Действие отброшенного стержня BD заменяем реакциями \bar{X}_D и \bar{Y}_D в цилиндрическом шарнире D.

Для произвольной плоской системы сил на рисунке 3.2, б составляем три уравнения равновесия:

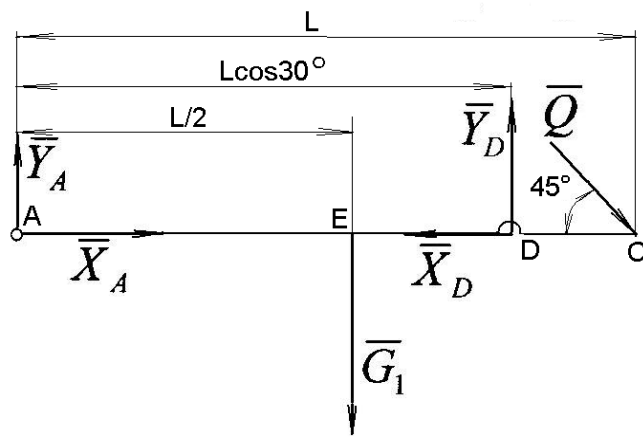
$$\sum X = X_A - X_D + Q \cdot \cos 45 = 0; \quad (3.2.1)$$

$$\sum Y = Y_A - G_1 + Y_D - Q \cdot \sin 45 = 0; \quad (3.2.2)$$

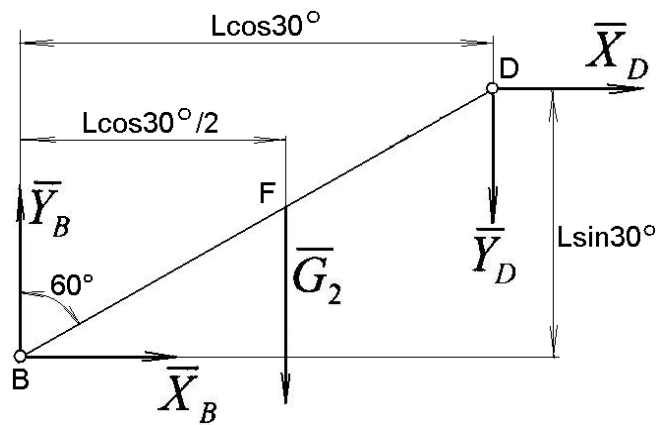
$$\sum m_A = -G_1 \cdot \frac{L}{2} + Y_D \cdot L \cdot \cos 30 - Q \cdot \sin 45 \cdot L = 0. \quad (3.2.3)$$



a



б



в

Рисунок 3.2 Равновесие стержневой составной конструкции

Стержень BD на рисунке 3.2, в. На стержень BD действует активная сила \bar{G}_2 , реакции $\bar{X}_B, \bar{Y}_B, \bar{X}_D, \bar{Y}_D$ в шарнирах B и D. Реакции \bar{X}_D и \bar{Y}_D в шарнире D равны и противоположны соответствующим реакциям шарнира D на рисунке 3.2, б.

Для системы сил, действующих на стержень BD, составляем уравнения равновесия:

$$\sum X = X_B + X_D = 0; \quad (3.2.4)$$

$$\sum Y = Y_B - G_2 - Y_D = 0; \quad (3.2.5)$$

$$\sum m_B = -G_2 \cdot \frac{L \cdot \cos 30}{2} - Y_D \cdot L \cdot \cos 30 - X_D \cdot L \cdot \sin 30 = 0. \quad (3.2.6)$$

Решаем систему уравнений (3.2.1-3.2.6):

$$Y_D = \frac{Q \cdot \sin 45 + G_1 / 2}{\cos 30} = \frac{1000 \cdot \sin 45 + 450 / 2}{\cos 30} = 1076 \text{ Н};$$

$$X_D = -\frac{G_2 \cdot \cos 30 / 2 + Y_D \cdot \cos 30}{\sin 30} = -\frac{400 \cdot \cos 30 / 2 + 1076 \cdot \cos 30}{\sin 30} = -2211 \text{ Н};$$

$$Y_B = G_2 + Y_D = 400 + 1076 = 1476 \text{ Н};$$

$$X_B = -X_D = 2211 \text{ Н}; \quad X_A = X_D - Q \cdot \cos 45 = -2211 - 1000 \cdot \cos 45 = -2918 \text{ Н};$$

$$Y_A = G_1 - Y_D + Q \cdot \sin 45 = 450 - 1076 + 1000 \cdot \sin 45 = 81 \text{ Н}.$$

Задача 3.3 Горизонтальная разрезная балка ACB у конца A заделана в стену, у конца B опирается на подвижную опору; в точке C балки – шарнир. На балке находится кран весом $Q = 50$ кН, вес поднимаемого груза $G = 10$ кН. Центр тяжести крана лежит на вертикали CD. Размеры указаны на чертеже 3.3, а. Определить, пренебрегая весом балки, опорные реакции в точках A и B для такого положения крана, когда он находится в одной вертикальной плоскости с балкой AB.

Решение. Рассмотрим равновесие крана на рисунке 3.3, б. На кран действуют сила тяжести крана \bar{Q} , сила тяжести поднимаемого груза \bar{G} , реакции \bar{R}_1 и \bar{R}_2 , проходящие через оси O_1 и O_2 колес. Для плоской системы параллельных сил составим два уравнения равновесия:

$$\sum Y = R_1 + R_2 - Q - G = 0; \quad \sum m_{O_1} = R_2 \cdot 2 - Q \cdot 1 - G \cdot 5 = 0.$$

Вычисляем реакции R_1 и R_2 :

$$R_2 = \frac{Q \cdot 1 + G \cdot 5}{2} = \frac{50 \cdot 1 + 10 \cdot 5}{2} = 50 \text{ кН}; \quad R_1 = Q + G - R_2 = 50 + 10 - 50 = 10 \text{ кН}.$$

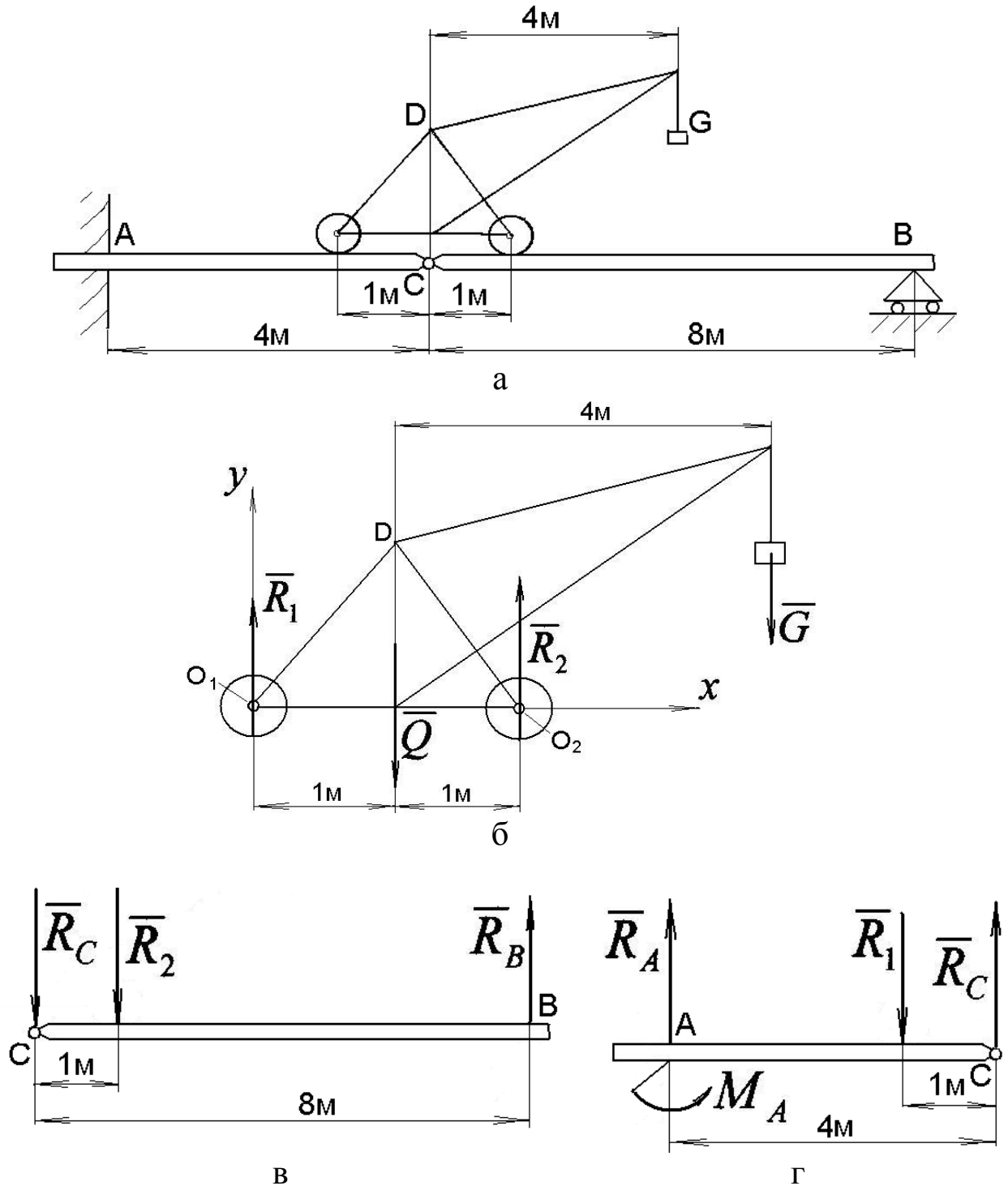


Рисунок 3.3 Расчетная схема к задаче 3.3

Расчленим составную балку по шарниру С и рассмотрим равновесие правой ее части, показанной на рисунке 3.3, в. Невесомая полубалка ВС находится в равновесии под давлением \bar{R}_2 левого колеса и реакций \bar{R}_B под-

вижной опоры В и \bar{R}_C шарнира С. Для плоской системы параллельных сил на рисунке 3.3, в составим два уравнения равновесия и решим их относительно R_B и R_C :

$$\sum m_C = R_B \cdot 8 - R_2 \cdot 1 = 0; \quad \sum Y = R_B - R_C - R_2 = 0;$$

$$R_B = R_2 / 8 = 50 / 8 = 6,25 \text{ кН}; \quad R_C = R_B - R_2 = 6,25 - 50 = -43,75 \text{ кН}.$$

Рассматриваем равновесие левой части АС составной балки, показанной на рисунке 3.3, г:

$$\sum m_A = M_A - R_1 \cdot 3 + R_C \cdot 4 = 0; \quad \sum Y = R_A + R_C - R_1 = 0;$$

$$M_A = R_1 \cdot 3 - R_C \cdot 4 = 10 \cdot 3 + 43,75 \cdot 4 = 205 \text{ кНм}; \quad R_A = R_1 - R_C = 10 + 43,75 = 53,75 \text{ кН}.$$

Направление реакции \bar{R}_C противоположно направлению, показанному на чертеже 3.3.

Задача 3.4 Найти точку приложения и направления силы \bar{F}_2 на участке АС составной конструкции и значение угла γ (рисунок 3.4, а), при которых реактивный момент заделки в точке В имеет минимальное значение.

При найденных значениях z и направляющего угла γ определить реакции опор и усилие в промежуточном шарнире С.

$$\text{Дано: } a = 0,4\text{м}; \quad R = 0,5\text{м}; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \beta = 30^\circ; \quad M = 200\text{Нм};$$

$$F_1 = 300\text{Н}; \quad F_2 = 400\text{Н}; \quad q = 500\text{Н/м}$$

Решение. Действие равномерно распределенной нагрузки интенсивности q заменяем сосредоточенной равнодействующей силой

$$Q = q \cdot R \cdot \beta = 500 \cdot 0,5 \cdot \frac{\pi}{6} = 130,9\text{Н}$$

Равнодействующую Q прикладываем к точке S – центре тяжести дуги окружности.

$$OS = R \cdot \sin(\beta/2) / (\beta/2) = 0,5 \cdot \sin(30/2) / \left(\frac{\pi}{6 \cdot 2}\right) = 0,494 \text{ м}.$$

Плечо равнодействующей \bar{Q} относительно шарнира С равно

$$d = OS \cdot \sin(\beta/2) = 0,494 \cdot \sin(30/2) = 0,128\text{м}.$$

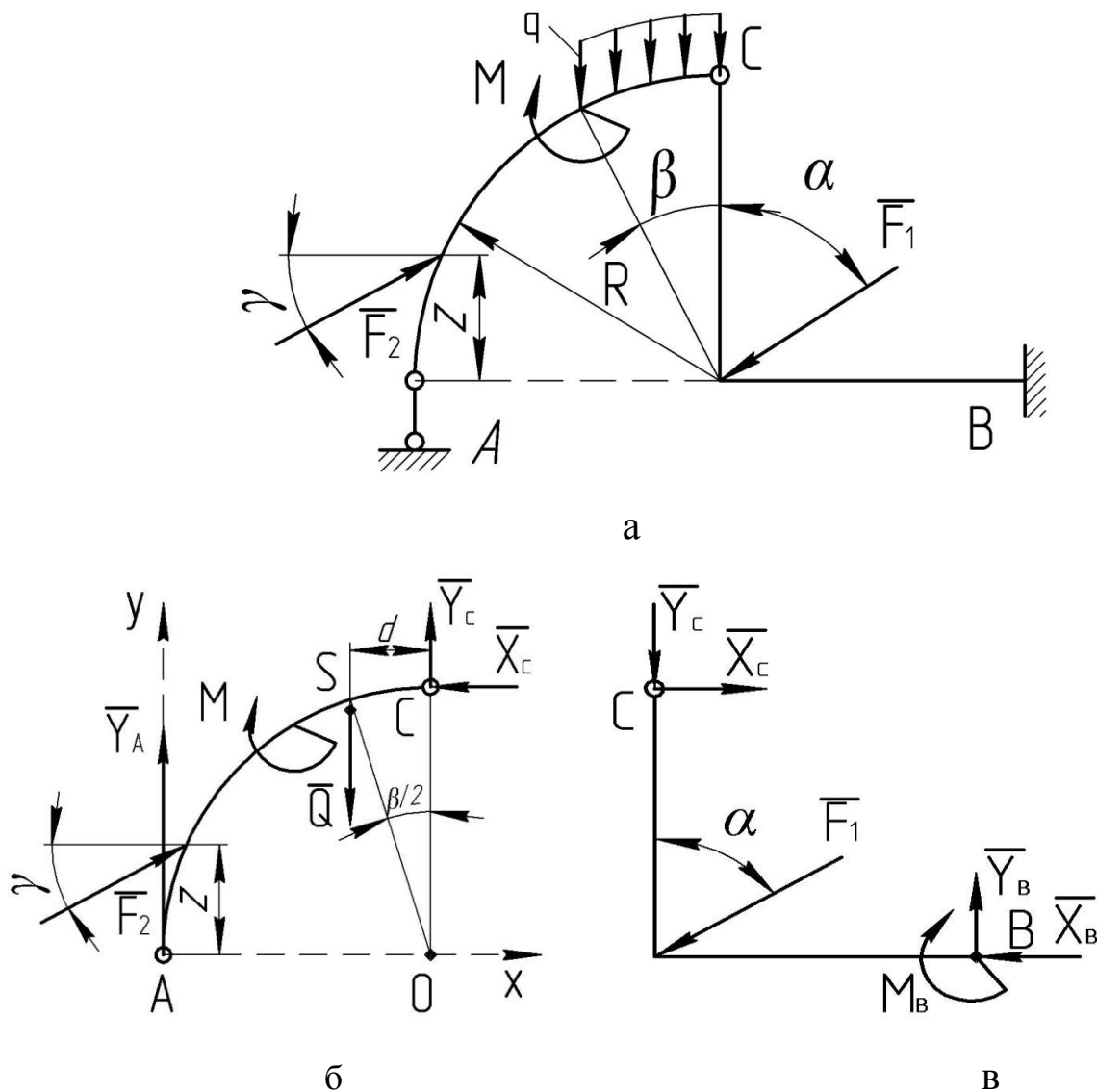


Рисунок 3.4 Равновесие составной конструкции

Рассмотрим равновесие части AC составной конструкции. Заменим действие опоры A реакцией \bar{Y}_A (рисунок 3.4, б). Реакцию цилиндрического шарнира C показываем двумя составляющими - \bar{X}_C и \bar{Y}_C .

Аналитические условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\Sigma X=0; \Sigma Y=0; \Sigma m_A=0.$$

В развернутом виде:

$$\Sigma X=F_2 \cdot \cos\gamma - X_C=0, \tag{3.4.1}$$

$$\Sigma Y=Y_A + F_2 \cdot \sin\gamma - Q + Y_C=0, \tag{3.4.2}$$

$$\Sigma m_A = -F_2 \cdot \cos \gamma \cdot z + F_2 \cdot \sin \gamma \cdot (R - \sqrt{R^2 - z^2}) - M - Q \cdot (R - d) + X_C \cdot R + Y_C \cdot R = 0. \quad (3.4.3)$$

Рассмотрим равновесие части ВС конструкции (рисунок 3.4, в). Действие заделки в точке В заменим составляющими $\overline{X_B}$ и $\overline{Y_B}$ и реактивным моментом M_B . Учитывая закон равновесия действия и противодействия, составляющие $\overline{X_C}$ и $\overline{Y_C}$ направим в стороны, противоположные направлениям на рисунке 3.4, б.

Общее условие равновесия плоской системы сил на рисунке 3.4, в:

$$\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma m_B = 0.$$

В развернутом виде:

$$\Sigma X = X_C - X_B - F_1 \cdot \sin \alpha = 0, \quad (3.4.4)$$

$$\Sigma Y = Y_B - Y_C - F_1 \cdot \cos \alpha = 0, \quad (3.4.5)$$

$$\Sigma m_B = -X_C \cdot R + Y_C \cdot a + F_1 \cdot \cos \alpha \cdot M_B = 0. \quad (3.4.6)$$

Из уравнения равновесия (3.4.1-3.4.6) находим:

$$X_C = F_2 \cdot \cos \gamma, \quad (3.4.7)$$

$$Y_C = (F_2 \cdot \cos \gamma \cdot z - F_2 \cdot \sin \gamma \cdot (R - \sqrt{R^2 - z^2}) + M + Q \cdot (R - d) - X_C \cdot R) / R, \quad (3.4.8)$$

$$Y_A = -F_2 \cdot \sin \gamma + Q - Y_C, \quad (3.4.9)$$

$$X_B = X_C - F_1 \cdot \sin \alpha, \quad (3.4.10)$$

$$Y_B = Y_C + F_1 \cdot \cos \alpha, \quad (3.4.11)$$

$$M_B = -X_C \cdot R + Y_C \cdot a + F_1 \cdot \cos \alpha. \quad (3.4.12)$$

Таким образом, пользуясь формулами (3.4.7), (3.4.8) и (3.4.12), можно определить реактивный момент заделки M_B в зависимости от параметров z и γ .

Указания по использованию ЭВМ

В задаче необходимо найти точку приложения и направление силы \overline{F}_2 на участке АС составной конструкции, при которых реактивный момент заделки M_B имеет минимальное значение. Задача оптимизации требует многовариантных расчетов с использованием ЭВМ. Общая методика при этом следующая. По уравнениям (3.4.7), (3.4.8) и (3.4.12) производятся многочисленные расчеты по определению реактивного момента M_B . Значения параметров

z и γ при этих расчетах меняются с шагами 0,01 м и 1° соответственно. Из множества вариантов машина выделяет тот, при котором реактивный момент заделки имеет по модулю минимальное значение.

Программа для оптимизации на алгоритмическом языке «Паскаль».

```
program statica
var q,OS,d,z,mbmin,zmin,tmin,xc,yc,
xb,yb,mb:real;
i,t:integer;
const a=0,4;r=0,5;v=60;u=30;m=200;f1=300;
f2=400; g1=500;
begin
mbmin:=10000;
q:=q1*r*u*pi/180;
OS:=r*sin(u*pi/360)/(u*pi/360);
d:=r*sin(u*pi/360);
for t:=0 to 360 do
begin
for i:=0 to trunc(r/0,01) do
begin
z:=i*0,01;
xc:=f2*cos(t*pi/180);
yc:=(f2*cos(t*pi/180)*z-f2*(r-sqrt(r*r-
-z*x))*sin(t*pi/180)+m+q*(r-d)-xc*r)/r;
mb:=f1*a*cos(v*pi/180)+yc*a-xc*r;
if abs(mb)<abs(mbmin) then
begin
mbmin:=mb;zmin:=z;tmin:=t;
end;
end;
end;
```

```
writeln('mbmin','=',mbmin:3:3);
writeln('zbmin','=',zbmin:3:3);
writeln('tbmin','=',tbmin:3:3);
end.
```

Примечание. В программе начальное значение M_{Bmin} принято произвольно 10000 (заведомо больше, чем действительное). Угол α обозначен v , угол β - u , γ - t .

В результате вычислений на ЭВМ получены следующие результаты:

$$M_{Bmin} = -0,020 \text{Н} \cdot \text{м при } z=0,230 \text{ м и } \gamma=338^\circ$$

По формулам (3.4.7-3.4.11) производим подсчеты остальных реакций связей:

$$X_C = 400 \cdot \cos 338^\circ = 370,9 \text{Н},$$

$$Y_C = \left(400 \cdot \cos 338^\circ \cdot 0,230 - 400 \cdot \left(0,5 - \sqrt{0,5^2 - 0,23^2} \right) \cdot \sin 338^\circ \right. \\ \left. + 200 + 130,9 \cdot (0,5 - 0,128) - 370,9 \cdot 0,5 \right) / 0,5 = 313,9 \text{Н},$$

$$Y_A = 130,9 - 400 \cdot \sin 338^\circ - 313,9 = -33,2 \text{Н},$$

$$X_B = 370,9 - 300 \cdot \sin 60^\circ = 111,1 \text{Н},$$

$$Y_B = 313,9 + 300 \cdot \cos 60^\circ = 463,9 \text{Н}.$$

Действительное направление вектора \bar{Y}_A противоположно показанному на рисунке 3.4. б.

Задача 3.5 Найти точку приложения и направление силы \bar{F}_2 на участке EF составной конструкции (рисунок 3.5, а), при которых реакция \bar{Y}_B опоры В имеет наибольшее значение.

Дано: $a=0,4 \text{м}$, $\ell_1=0,3 \text{м}$, $\ell_2=0,6 \text{м}$, $\ell_3=0,7 \text{м}$, $\ell_4=0,7 \text{м}$, $\alpha = 30^\circ$,

$$F_1 = 400 \text{Н}, F_2 = 300 \text{Н}, M = 250 \text{Нм}, q = 600 \text{Н/м}.$$

Решение. Равнодействующая равномерно распределённой нагрузки равна

$$Q = q \cdot \ell_1 = 600 \cdot 0,3 = 180 \text{Н}.$$

Расчленим систему по шарниру С и рассмотрим равновесие балки CD

(рис.3.5, б). Реакция \bar{Y}_D перпендикулярна опорной поверхности подвижной опоры D, реакцию цилиндрического шарнира C показываем двумя составляющими \bar{X}_C и \bar{Y}_C .

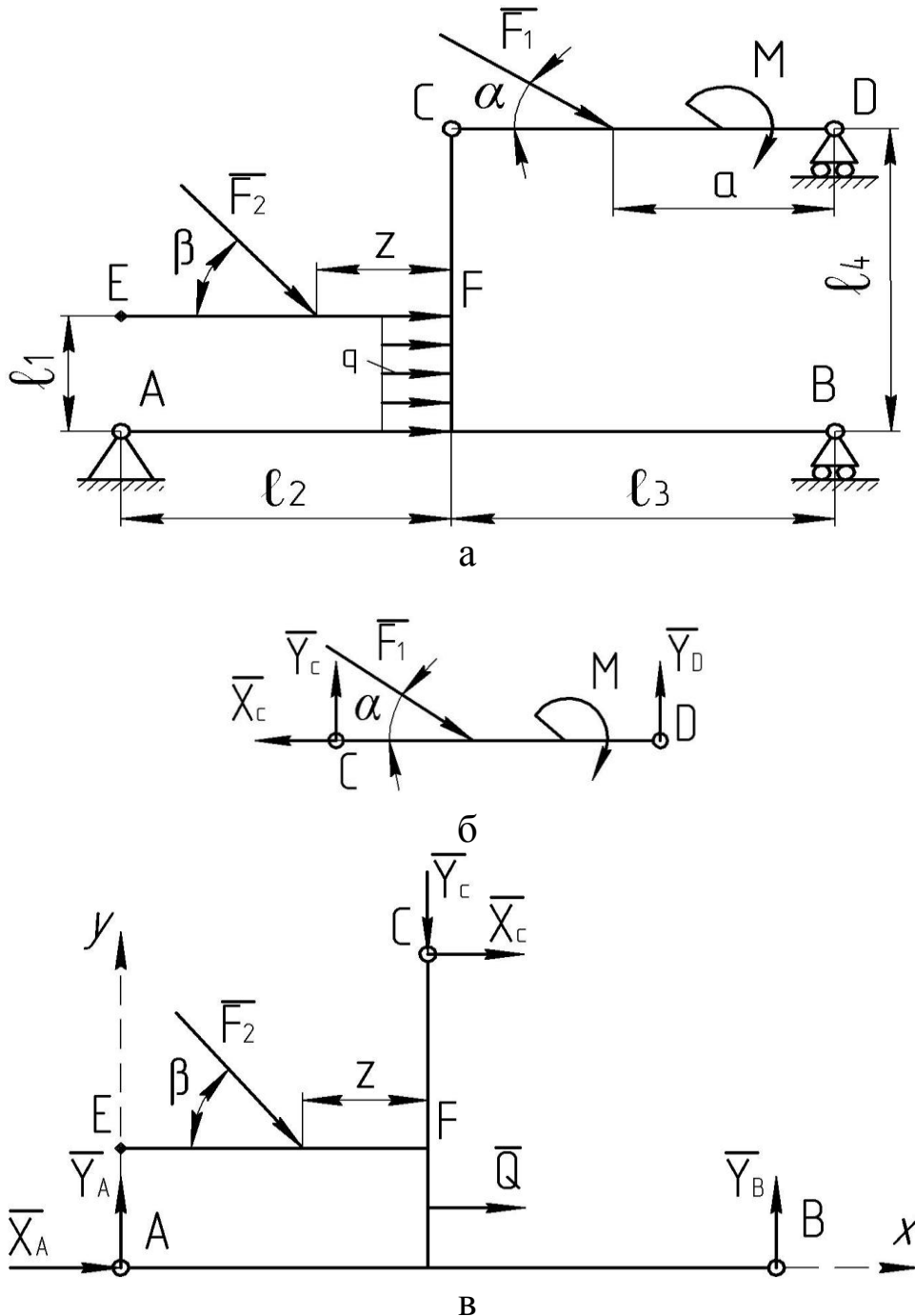


Рисунок 3.5 Равновесие составной конструкции

Аналитические условия равновесия плоской системы сил на рисунке 3.5, б записываются:

$$\Sigma X = -X_C + F_1 \cdot \cos \alpha = 0, \quad (3.5.1)$$

$$\Sigma Y = Y_C - F_1 \cdot \cos \alpha + Y_D = 0, \quad (3.5.2)$$

$$\Sigma m_B = Y_D \cdot \ell_3 - M - F_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\ell_3 - \alpha) = 0. \quad (3.5.3)$$

Рассматриваем равновесие оставшейся части составной конструкции на рисунке 3.5, в. Показываем на чертеже реакцию \bar{Y}_B подвижной опоры В и составляющие \bar{X}_C и \bar{Y}_C реакции в шарнире С показываем в стороны, противоположные направлениям на рисунке 3.5, б.

Условия равновесия будут иметь вид:

$$\Sigma X = X_A + F_2 \cdot \cos \beta + X_C = 0, \quad (3.5.4)$$

$$\Sigma X = X_A + Y_B - F_2 \cdot \sin \beta - Y_C = 0, \quad (3.5.5)$$

$$\Sigma m_C = -X_C \cdot \ell_4 - Y_C \cdot \ell_2 - F_2 \cdot \cos \beta \cdot \ell_1 - F_2 \cdot \sin \beta \cdot (\ell_2 - Z) - Q \cdot \frac{\ell_1}{2} \cdot (\ell_2 + \ell_3) = 0. \quad (3.5.6)$$

Из уравнений равновесия (1-6) находим:

$$X_C = F_1 \cdot \cos \alpha, \quad (3.5.7)$$

$$Y_D = (M + F_1 \cdot \sin \alpha \cdot (\ell_3 - \alpha)) / \ell_3, \quad (3.5.8)$$

$$Y_C = F_1 \cdot \sin \alpha - Y_D, \quad (3.5.9)$$

$$Y_A = -F_2 \cdot \cos \beta - X_C - Q - 0, \quad (3.5.10)$$

$$Y_B = (X_C \cdot \ell_4 + Y_C \cdot \ell_2 + F_2 \cdot \cos \beta \cdot \ell_1 + F_2 \cdot \sin \beta \cdot (\ell_2 - Z) + Q \cdot \frac{\ell_1}{2} \cdot (\ell_2 + \ell_3)), \quad (3.5.11)$$

$$Y_A = F_2 \cdot \sin \beta + Y_C - Y_B. \quad (3.5.12)$$

Пользуясь последовательно формулами (3.5.7), (3.5.8), (3.5.9) и (3.5.11), можно вывести реакцию Y_B , максимальное значение которой необходимо определить.

Составляем программу на алгоритмическом языке “БЕЙСИК”.

1Ø INPUT F1, F2, m, q1

2Ø INPUT α, L1, L2, L3, L4

3Ø INPUT V.

4Ø INPUT 3.1416*V/18Ø

5Ø q2= q1*L1

```

60 d=0
70 FOR t=0 to 2*3.1416 step 3.1416/180
80 FOR Z=0 to L2 step 0.01
90 XC=F1*cos (S)
100 YB=(m+F1*sin(S)*(L3-α))/L3
110 YC=F1*sin (S)-YD
120 (XC*L4+YC*L2+F2*cos(t)*L1+F2*sin(t)*(L2-Z)+ q2*(L1/2))/L2+L3
130 IF ABC (YB)<=d THEN GOTO150
140 d= YB:e=t*57.325:f=Z
150 NEXTZ
160 NEXTt
170 PRINT d; e; f

```

Примечание к программе. Максимальное значение Y_B обозначено d и в начале, принято равным нулю. Экстремальные значения z и β обозначены соответственно e и f .

Получаем: $Y_{B_{max}} = 221,6\text{Н}$ при $\beta = 63^\circ$ и $Z=0$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4. РАВНОВЕСИЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ СИЛ

При решении задач на равновесие произвольной пространственной системы сил приходится пользоваться понятием момент силы относительно оси. Момент силы относительно оси равен моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную к данной оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью.

Момент силы относительно оси составляется в следующем порядке (рисунок 4.1).

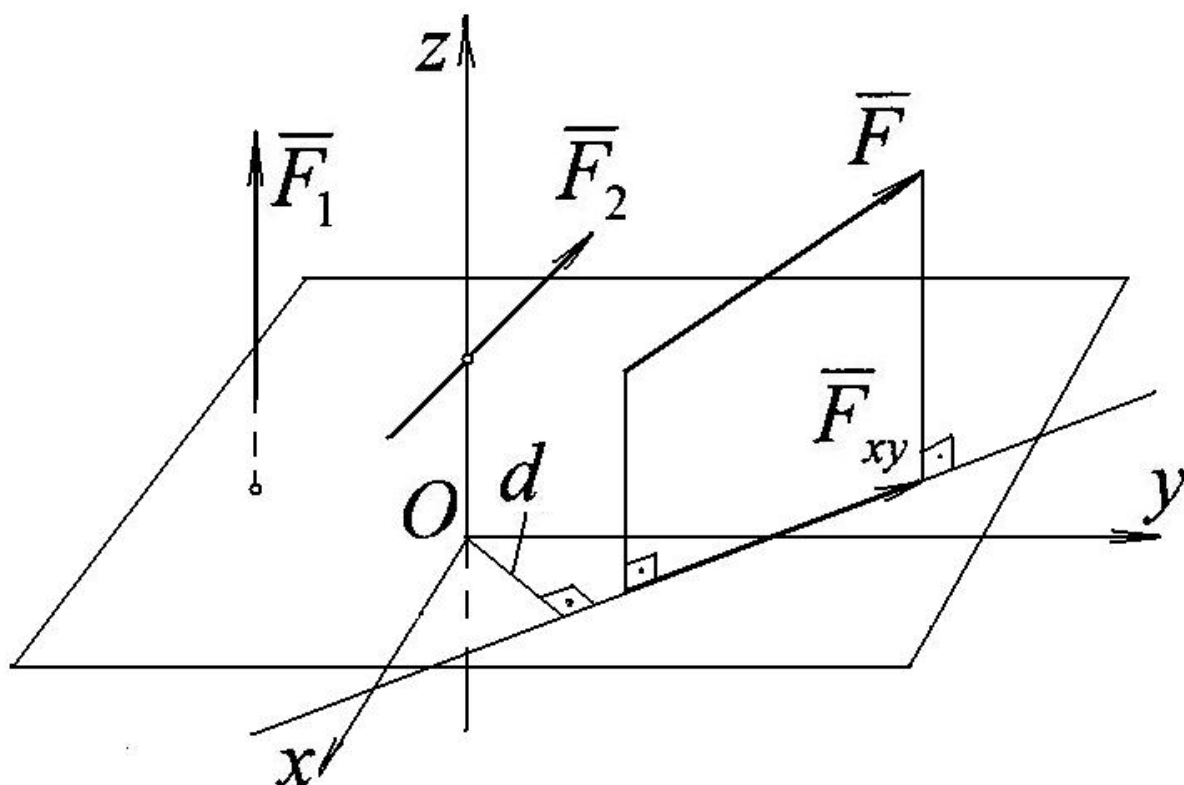


Рисунок 4.1 Момент силы относительно оси

- 1) выбирается плоскость, перпендикулярная оси. В примере на рисунке 6.1 оси z перпендикулярна плоскость xOy ;
- 2) сила \bar{F} проектируется на эту плоскость;
- 3) определяется плечо d проекции силы относительно точки пересечения оси и плоскости;
- 4) составляется со знаком $+$ или $-$ произведение проекции силы на найденное плечо

$$m_z(\bar{F}) = \pm F_{xy} \cdot d.$$

- 5) определяется знак момента.

Если наблюдатель, смотрящий с положительного конца оси, видит момент направленным против хода часовой стрелки, то момент считается положительным, по ходу часовой стрелки – отрицательным. В примере на рисунке 4.1 $m_z(\bar{F})$ имеет знак плюс.

Возможны частные случаи.

Сила \bar{F}_1 на рисунке 4.1 параллельна оси Oz . Для нее $Pr_y(\bar{F}_1) = 0$, поэтому $m_z(\bar{F}_1) = 0$.

Сила \bar{F}_2 пересекает ось Oz . В этом случае $d = 0$, $m_z(\bar{F}_2) = 0$.

Таким образом, если линия действия силы параллельна оси или через нее проходит, то такая сила момент относительно оси не дает.

Для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трех координатных осей и суммы их моментов относительно этих трех осей были одновременно равны нулю.

Уравнения равновесия твердого тела под действием произвольной пространственной системы сил имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; \quad \sum_{k=1}^n F_{kz} = 0; \\ \sum_{k=1}^n m_{Oxx}(\bar{F}_k) = 0; \quad \sum_{k=1}^n m_{Oyy}(\bar{F}_k) = 0; \quad \sum_{k=1}^n m_{Ozz}(\bar{F}_k) = 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Задача 4.1 На горизонтальный вал АВ коробки перемены передач комбайна насажено зубчатое колесо С радиуса $R = 1$ м и шестерня D радиуса $r = 0,1$ м. Другие размеры $a = 0,1$ м, $b = 0,8$ м. К колесу С по направлению касательной приложена горизонтальная сила $P = 100$ Н, а к шестерне D, также по касательной, приложена вертикальная сила Q. Определить силу Q и реакции подшипников А и В в положении равновесия.

Решение. Рассмотрим равновесие вала АВ. На зубчатые колеса вала действуют окружные усилия в зацеплениях \bar{P} и \bar{Q} , реакции в подшипниках $\bar{X}_A, \bar{Z}_A, \bar{X}_B, \bar{Z}_B$. Выбираем три оси координат, как показано на чертеже 4.2.

Для пространственной системы составляем уравнения проекций сил на оси координат и уравнения моментов сил относительно этих осей. При составлении уравнений моментов проектируем силы на плоскости, перпендикулярные соответствующим осям координат. Проекции сил на плоскости показаны на чертеже.

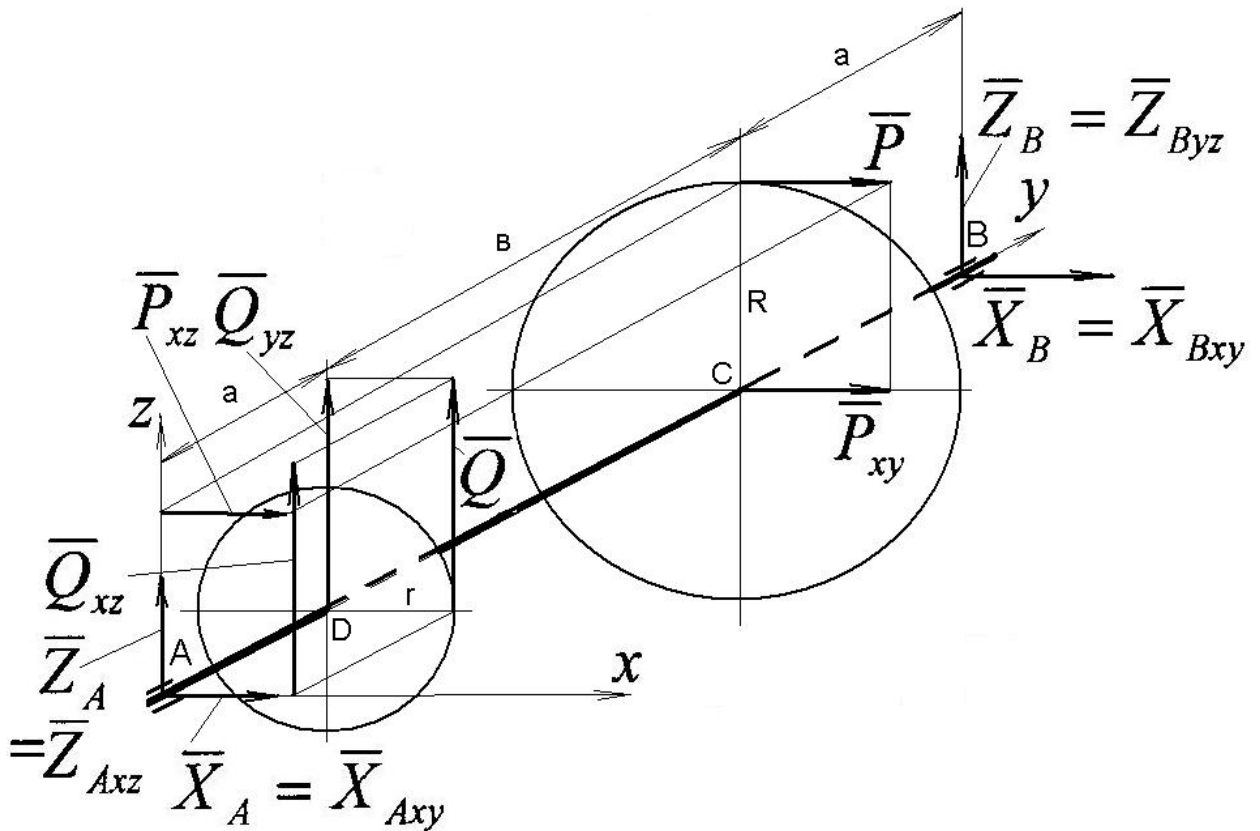


Рисунок 4.2 Равновесие вала с колесом и шестерней

Уравнения равновесия имеют вид:

$$\sum X = X_A + X_B + P = 0; \quad \sum Z = Z_A + Z_B + Q = 0;$$

$$\sum m_x = Q \cdot a + Z_B \cdot (2a + b) = 0; \quad \sum m_y = P \cdot R - Q \cdot r = 0.$$

Производим вычисления:

$$X_B = -\frac{a+b}{2a+b} \cdot P = -\frac{0,1+0,8}{2 \cdot 0,1+0,8} \cdot 100 = -90 \text{ Н}; \quad Q = P \cdot \frac{R}{r} = 100 \cdot \frac{1}{0,1} = 1000 \text{ Н};$$

$$Z_B = -\frac{a}{2a+b} \cdot Q = \frac{0,1}{2 \cdot 0,1+0,8} \cdot 1000 = -100 \text{ Н};$$

$$Z_A = -Z_B - Q = 100 - 1000 = -900 \text{ Н}; \quad X_A = -X_B - P = 90 - 100 = -10 \text{ Н}.$$

Направления реакций подшипников $\bar{X}_A, \bar{Z}_A, \bar{X}_B, \bar{Z}_B$ противоположны показанным на чертеже направлениям.

Задача 4.2 Полка ABCD стеллажа, которая может вращаться вокруг оси АВ, удерживается в горизонтальном положении невесомым стержнем DE, прикрепленным при помощи шарнира E к вертикальной стене ВАЕ под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. Вес полки и лежащих на ней деталей равен 800 Н и прило-

жен в точке пересечения диагоналей прямоугольника ABCD. Показанные на рисунке 6.8 размеры полки равны: $a = 1,5$ м; $b = 0,6$ м; $t = 0,1$ м.

Определить усилие S в стержне DE и реакции петель К и Н.

Решение. Рассмотрим равновесие полки. Выберем пространственную систему осей координат xKy_z . Покажем на чертеже силу тяжести \bar{G} , действие шарниров К и Н на полку обозначим составляющими реакций связей $\bar{X}_K, \bar{Z}_K, \bar{X}_H, \bar{Z}_H$. Усилие \bar{S} невесомого стержня DE раскладываем на вертикальную и горизонтальную составляющие, как показано на рисунке 4.3.

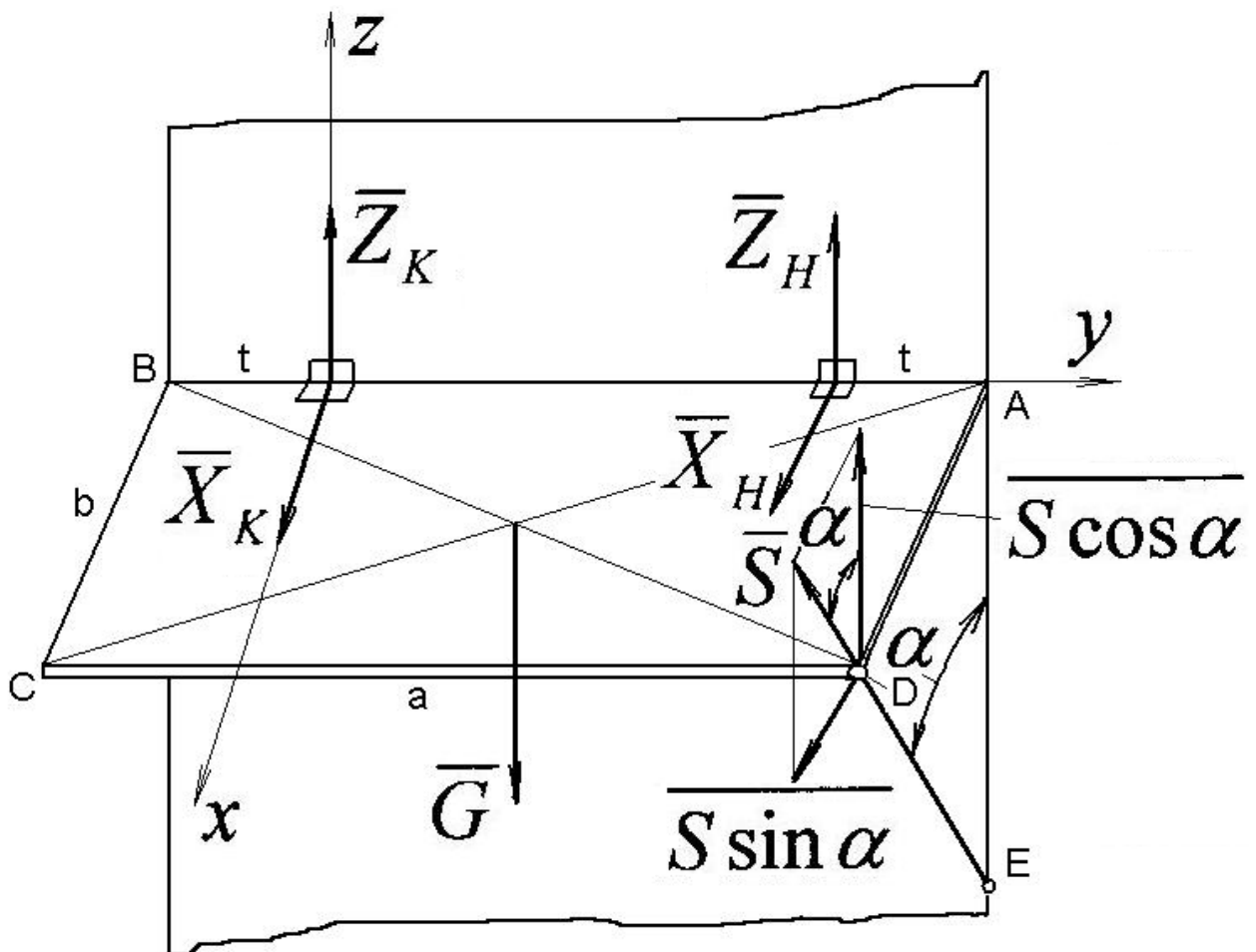


Рисунок 4.3 Равновесие полки стеллажа

Составляем аналитические уравнения равновесия пространственной системы сил:

$$\sum X = X_K + X_H + S \cdot \sin \alpha = 0; \quad \sum Z = Z_K + Z_H - G + S \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\sum m_x = -G \cdot (a/2 - t) + X_H \cdot (a - 2t) + S \cdot \cos \alpha \cdot (a - t) = 0;$$

$$\sum m_y = G \cdot b/2 - S \cdot \cos \alpha \cdot b = 0; \quad \sum m_z = -Z_H \cdot (a - 2t) - S \cdot \sin \alpha \cdot (a - t) = 0.$$

Неизвестные реакции связей определяем из уравнений равновесия:

$$S = \frac{G}{2 \cos \alpha} = \frac{800}{2 \cos 30} = 462 \text{ Н};$$

$$Z_H = -\frac{a-t}{a-2t} \cdot S \cdot \sin \alpha = -\frac{1,5-0,1}{1,5-2 \cdot 0,1} \cdot 462 \cdot \sin 30 = -249 \text{ Н};$$

$$X_H = \frac{G \cdot (a/2 - t) - S \cdot \cos \alpha \cdot (a-t)}{a-2t} = \frac{800 \cdot (1,5/2 - 0,1) - 462 \cdot \cos 30 \cdot (1,5 - 0,1)}{1,5 - 2 \cdot 0,1} = -30,9 \text{ Н};$$

$$X_K = -X_H - S \cdot \sin \alpha = 30,9 - 462 \cdot \sin 30 = -200 \text{ Н};$$

$$Z_K = -Z_H + G - S \cdot \cos \alpha = 200 + 800 - 462 \cdot \cos 30 = 600 \text{ Н}.$$

Задача 4.3 С помощью ворота, изображенного на рисунке 4.4, а, осуществляется подъем груза весом $Q = 1000 \text{ Н}$. Радиус барабана $R = 5 \text{ см}$. Длина рукоятки $KD = 40 \text{ см}$; $AD = 30 \text{ см}$; $AC = 40 \text{ см}$; $BC = 60 \text{ см}$. веревка сходит с барабана по касательной, наклоненной к горизонту под углом 60° . Определить усилие F на рукоятке и реакции опор A и B при том положении ворота, когда рукоятка KD горизонтальна.

Решение. Рассмотрим равновесие ворота. Отбросим мысленно подшипники A и B , их действие на твердое тело заменим реакциями $\bar{X}_A, \bar{Z}_A, \bar{X}_B, \bar{Z}_B$. Усилие \bar{T} веревки направляем по гибкой связи, по модулю $T = Q$. Составляем аналитические уравнения равновесия для пространственной системы сил на рисунке 4.4, б:

$$\begin{aligned} \sum X &= X_A + X_B + T \cdot \cos 60 = 0; & \sum Z &= Z_A + Z_B - F + T \cdot \sin 60 = 0; \\ \sum m_x &= F \cdot AD + T \cdot \sin 60 \cdot AC + Z_B \cdot AB = 0; & \sum m_y &= T \cdot R - F \cdot KD = 0; \\ \sum m_z &= -T \cdot \cos 60 \cdot AC - X_B \cdot AB = 0. \end{aligned}$$

Решаем систему уравнений:

$$F = T \cdot \frac{R}{KD} = 1000 \cdot \frac{0,05}{0,4} = 125 \text{ Н}; \quad X_B = -T \cdot \frac{AC \cdot \cos 60}{AB} = -1000 \cdot \frac{0,4 \cdot \cos 60}{1} = -200 \text{ Н};$$

$$Z_B = -\frac{F \cdot AB + T \cdot \sin 60 \cdot AC}{AB} = -\frac{125 \cdot 0,3 + 1000 \cdot \sin 60 \cdot 0,4}{1} = -383,9 \text{ Н};$$

$$X_A = -X_B - T \cdot \cos 60 = 200 - 1000 \cdot \cos 60 = -300 \text{ Н};$$

$$Z_A = F - Z_B - T \cdot \sin 60 = 125 + 383,9 - 1000 \cdot \sin 60 = -357,1 \text{ Н}.$$

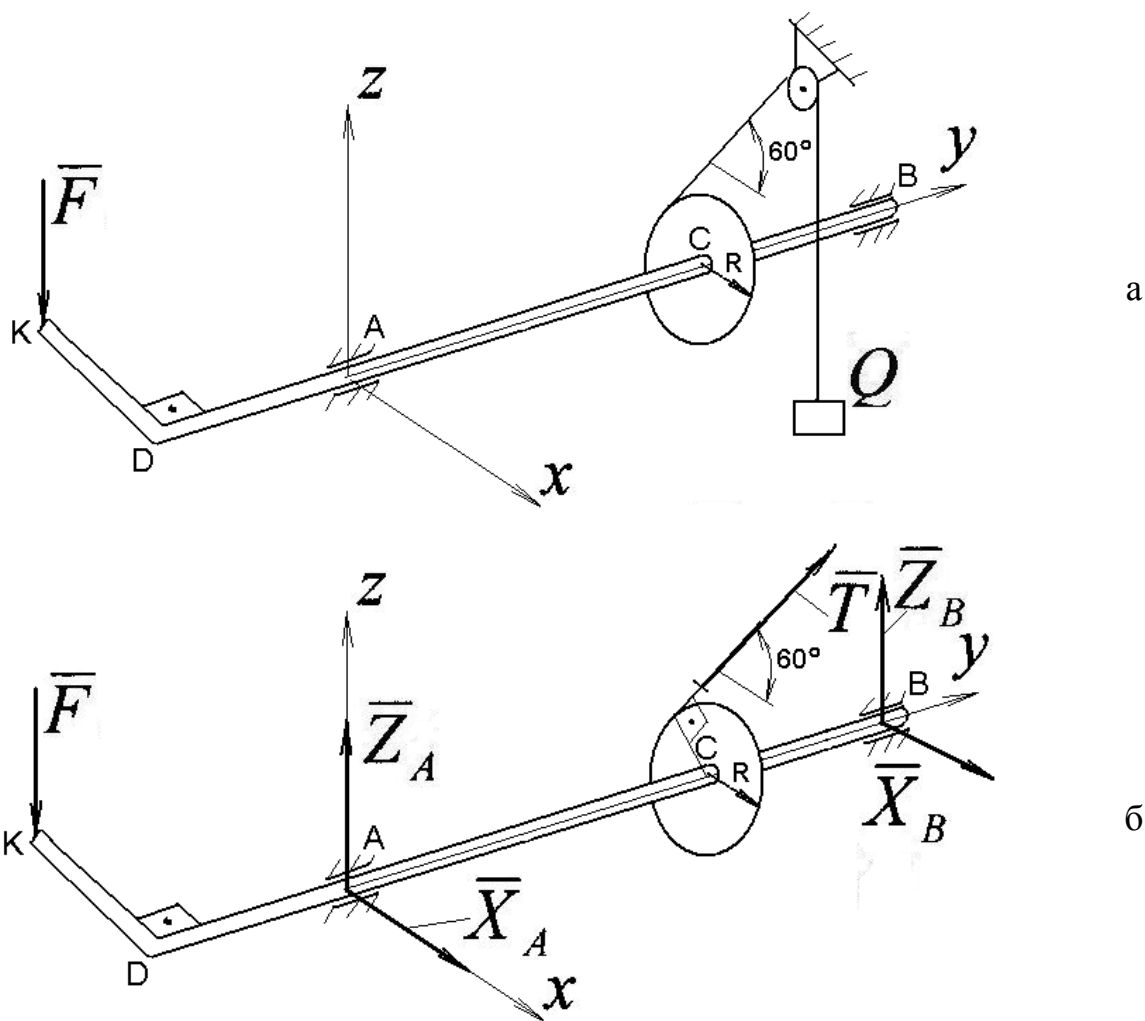


Рисунок 4.4 Равновесие ворота

Задача 4.4 На вал АВ ворота намотан трос, поддерживающий груз Q. Радиус тягового колеса R, насаженного на вал, в 6 раз больше радиуса r вала; другие размеры указаны на рисунке 4.5, а. Трос, намотанный на окружность тягового колеса и натягиваемый грузом G, сходит с колеса по касательной, наклоненной к горизонту под углом α . Определить величину груза Q, при которой ворот находится в равновесии, а также реакции подшипников А и В, пренебрегая весом вала и трением в блоке D.

Решение. За начало осей координат берем точку А, ось Ау направляем по оси вала, а ось Az – по вертикали вверх (рисунок 4.5, б). Показываем действующие на твердое тело – механизм ворота силы: натяжение троса \bar{T} , равное по модулю силе тяжести груза G, силу тяжести груза \bar{Q} и реакции подшипников \bar{X}_A , \bar{Z}_A , \bar{X}_B , \bar{Z}_B . Из шести действующих на ворот сил известна лишь сила \bar{T} , осталь-

ные подлежат определению. Для определения пяти неизвестных составляем пять уравнений равновесия произвольной плоской системы сил (уравнение проекций на ось Ay отпадает, так как все силы перпендикулярны этой оси).

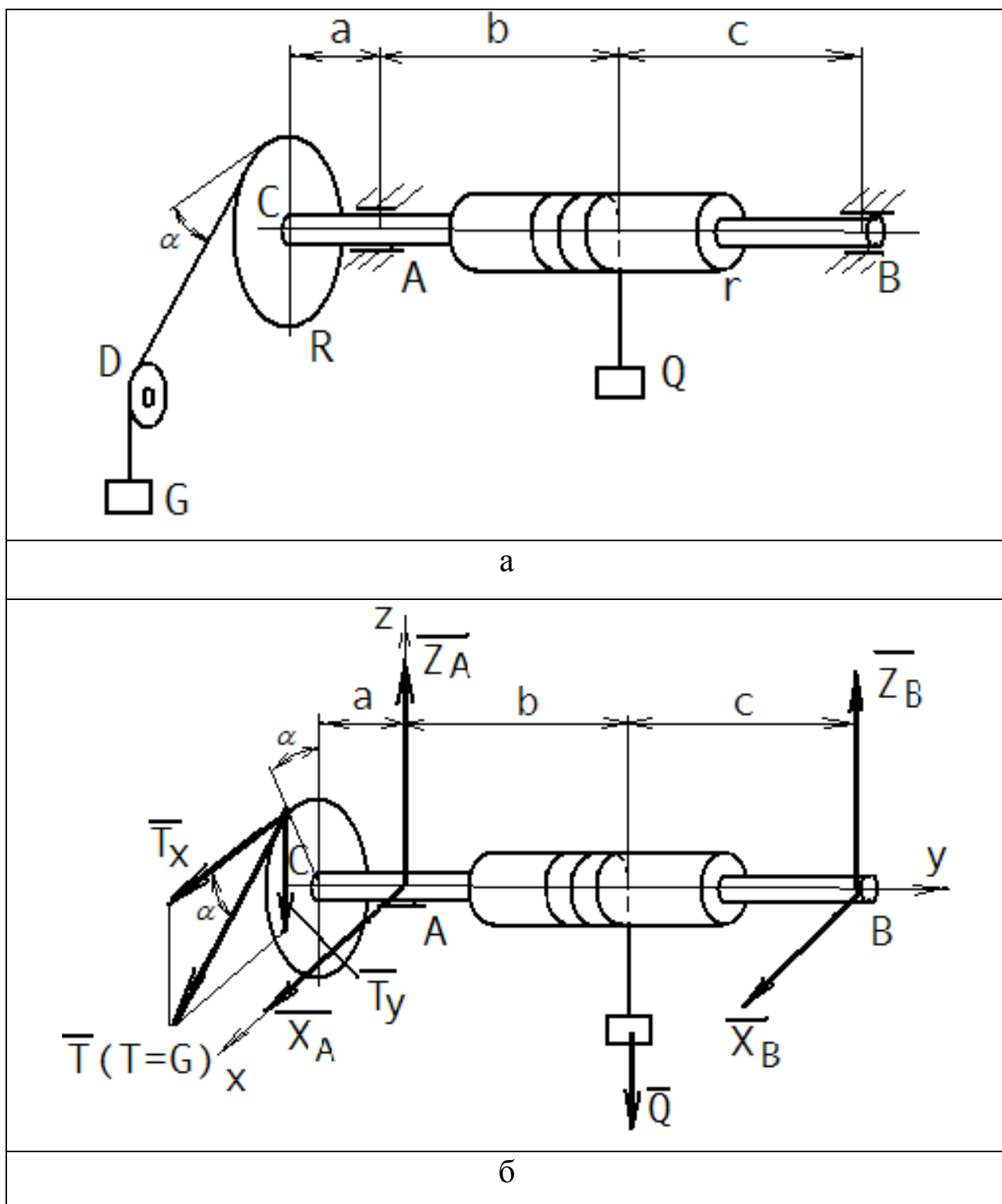


Рисунок 4.5 Равновесие вала

Удобно предварительно вычислить проекции всех сил на оси координат и составить их моменты относительно координатных осей (таблица 4.1).

Таблица 4.1 Проекция сил на координатные оси
и моменты сил относительно координатных осей

\bar{F}_k	X_A	Z_A	X_B	Z_B	T	Q
F_{kx}	X_A	0	X_B	0	$G \cos \alpha$	0
F_{kz}	0	Z_A	0	Z_B	$-G \sin \alpha$	$-Q$
$m_x(\bar{F}_k)$	0	0	0	$Z_B(b+c)$	$G \sin \alpha \cdot a$	$-Q \cdot b$
$m_y(\bar{F}_k)$	0	0	0	0	$T \cdot 6r$	$-Q \cdot r$
$m_z(\bar{F}_k)$	0	0	$-X_B(b+c)$	0	$T \cos \alpha \cdot a$	0

Уравнения равновесия пространственной системы сил, действующих на ворот, имеют вид:

$$\begin{aligned} \sum X &= X_A + X_B + G \cdot \cos \alpha = 0; & \sum Z &= Z_A + Z_B - G \cdot \sin \alpha - Q = 0; \\ \sum m_x &= Z_B \cdot (b+c) - Q \cdot b + G \cdot \sin \alpha \cdot a = 0; & \sum m_y &= G \cdot 6r - Q \cdot R = 0; \\ \sum m_z &= -X_B \cdot (b+c) + G \cdot \cos \alpha \cdot a = 0. \end{aligned}$$

Из четвертого уравнения определим величину груза, необходимого для равновесия вала $Q = 6G$.

Из остальных уравнений найдем неизвестные силы реакций подшипников А и В:

$$\begin{aligned} X_B &= G \cdot \frac{a \cdot \cos \alpha}{b+c}; & X_A &= -X_B - G \cdot \cos \alpha = -G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{a+b+c}{b+c}; \\ Z_B &= \frac{Q \cdot b - G \cdot \sin \alpha \cdot a}{b+c}; & Z_A &= G \cdot \sin \alpha + Q - Z_B. \end{aligned}$$

Задача 4.5 Однородная прямоугольная рама ABCD на рисунке 4.6, а весом $G = 20$ Н прикреплена к стене при помощи шарового шарнира А и петли В и удерживается в горизонтальном положении веревкой СЕ, прикрепленной в точке С рамы и к гвоздю Е, вбитому в стену на одной вертикали с точкой А, причем углы ЕСА и ВАС по 30° . Определить натяжение веревки и опорные реакции.

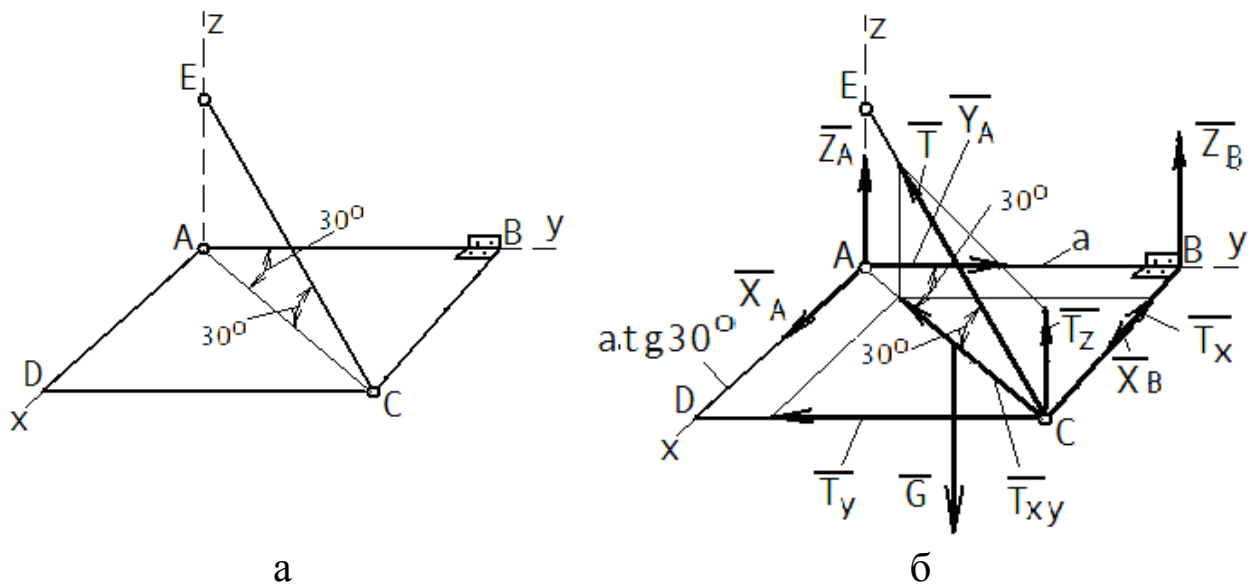


Рисунок 4.6 Равновесие рамы

Решение. Рассматриваем равновесие прямоугольной рамы ABCD на рисунке 4.6, а. Силу тяжести \bar{G} однородной рамы показываем в точке пересечения диагоналей. Реакцию сферического шарнира А показываем тремя взаимно-перпендикулярными составляющими: \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{Z}_A . Реакцию цилиндрического шарнира В показываем составляющими \bar{X}_B и \bar{Y}_B (рисунок 4.6. б).

Натяжение веревки \bar{T} , направленное по веревке, раскладываем по осям координат:

$$T_{xy} = T \cdot \cos 30; \quad T_z = T \cdot \sin 30;$$

$$T_x = T_{xy} \cdot \sin 30 = T \cdot \sin 30 \cdot \cos 30; \quad T_y = T_{xy} \cdot \cos 30 = T \cos^2 30.$$

Составляем аналитические уравнения равновесия произвольной пространственной системы сил:

$$\sum X = X_A + X_B - T_x = 0; \quad \sum Y = Y_A - T_y = 0; \quad \sum Z = Z_A + Z_B + T_z - G = 0;$$

$$\sum m_x = -G \cdot \frac{a}{2} + Z_B \cdot a + T_z \cdot a = 0; \quad \sum m_y = G \cdot \frac{a \cdot \operatorname{tg} 30}{2} - T_z \cdot a \cdot \operatorname{tg} 30 = 0;$$

$$\sum m_z = -X_B \cdot a = 0.$$

Из уравнений равновесия определяем неизвестные реакции:

$$T_z = \frac{G}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ Н};$$

$$T = \frac{T_z}{\sin 30} = \frac{10}{\sin 30} = 20,0 \text{ Н}; \quad T_x = T \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 = 20 \cdot \sin 30 \cdot \cos 30 = 8,66 \text{ Н};$$

$$T_y = T \cdot \cos^2 30 = 20 \cdot \cos^2 30 = 15,0 \text{ Н}; \quad Z_B = \frac{G}{2} - T_z = \frac{20}{2} - 10 = 0 \text{ Н};$$

$$X_B = 0; \quad X_A = T_x - X_B = 8,66 - 0 = 8,66 \text{ Н}; \quad Y_A = T_y = 15,0 \text{ Н};$$

$$Z_A = -Z_B - T_z + G = 0 - 10 + 20 = 10 \text{ Н}.$$

Задача 4.5 Горизонтальный вал трансмиссии, несущий два шкива С и D ременной передачи, может вращаться в подшипниках А и В. Радиусы шкивов: $R_C = 20 \text{ см}$; $R_D = 25 \text{ см}$; расстояния шкивов от подшипников: $a = c = 50 \text{ см}$; расстояние между шкивами $b = 100 \text{ см}$. Натяжения ветвей ремня, надетого на шкив С, горизонтальны и имеют величины T_1 и t_1 , причем $T_1 = 2t_1 = 5 \text{ кН}$, натяжения ветвей ремня, надетого на шкив D, образуют с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$ и имеют величины T_2 и t_2 , причем $T_2 = 2t_2$. Определить натяжения T_2 и t_2 в условиях равновесия и реакции подшипников, вызванные натяжениями ремней.

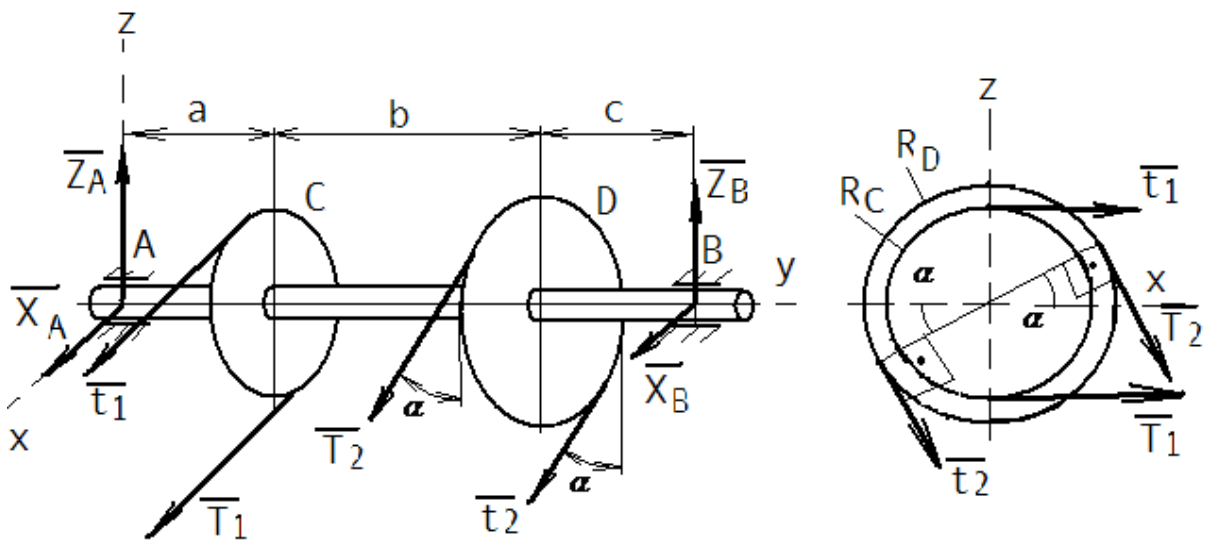


Рисунок 4.7 Равновесие вала трансмиссии

Решение. Рассматриваем равновесие вала со шкивами. Касательно к шкивам приложены силы натяжения ремней \bar{T}_1 , \bar{t}_1 , \bar{T}_2 , \bar{t}_2 , направленные вдоль гибких связей. Действие подшипников А и В на вал показываем реакциями \bar{X}_A , \bar{Z}_A , \bar{X}_B , \bar{Z}_B .

Составляем аналитические уравнения равновесия пространственной системы сил:

$$\sum X = X_A + X_B + T_1 + t_1 + T_2 \cdot \sin \alpha + t_2 \cdot \sin \alpha = 0; \quad \sum Z = Z_A + Z_B - T_2 \cdot \cos \alpha - t_2 \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\sum m_x = Z_B \cdot (a + b + c) - T_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a + b) - t_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a + b) = 0;$$

$$\sum m_y = -T_1 \cdot R_C + t_1 \cdot R_C + T_2 \cdot R_D - t_2 \cdot R_D = 0;$$

$$\sum m_z = -(T_1 + t_1) \cdot a - (T_2 + t_2) \cdot \sin \alpha \cdot (a + b) - X_B \cdot (a + b + c) = 0.$$

Из уравнений равновесия определяем:

$$T_2 = 2t_2 = T_1 \cdot \frac{R_C}{R_D} = 5 \cdot \frac{0,2}{0,25} = 4 \text{ кН}; \quad t_2 = 2 \text{ кН};$$

$$X_B = -\frac{3t_1 \cdot a + 3t_2 \cdot \sin \alpha \cdot (a + b)}{a + b + c} = -\frac{3 \cdot 2,5 \cdot 0,5 + 3 \cdot 2 \cdot \sin 30 \cdot (0,5 + 1)}{0,5 + 1 + 0,5} = -4,125 \text{ кН};$$

$$Z_B = \frac{3t_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a + b)}{a + b + c} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \cos 30 \cdot (0,5 + 1)}{0,5 + 1 + 0,5} = 3,897 \text{ кН};$$

$$X_A = -X_B - 3t_1 - 3t_2 \cdot \sin \alpha = 4,125 - 3 \cdot 2,5 - 3 \cdot 2 \cdot \sin 30 = -6,375 \text{ кН};$$

$$Z_A = -Z_B + 3t_2 \cdot \cos \alpha = -3,897 + 3 \cdot 2 \cdot \cos 30 = 1,299 \text{ кН}.$$

ЗАДАНИЯ НА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКУЮ РАБОТУ

УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 1С

В задачах по схемам 1 – 30 требуется найти точку приложения и направление силы на указанном в таблице участке составной конструкции, при которой указанная в графе «найти» составляющая реакции связи в точке В имеет максимальное или минимальное значение.

В таблице приняты следующие обозначения:

$M_{B\max}(M_{B\min})$ - максимальное (минимальное) значение реактивного момента защемления;

$R_{B\min}$ - минимальное значение реакции связи;

$X_{B\min}$ - минимальное значение горизонтальной составляющей реакции связи;

$Y_{B\max}(Y_{B\min})$ - максимальное (минимальное) значение вертикальной составляющей реакции связи.

При найденных значениях Z и направляющего угла α , β или γ определить реакции связей и усилие в промежуточном шарнире С.

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 1С

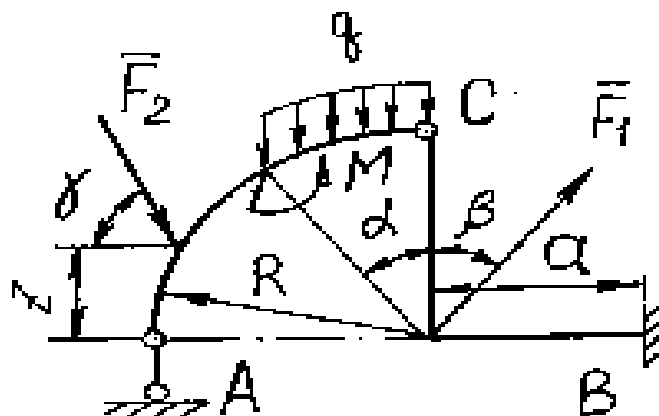


Рисунок 1С1 Расчетная схема к заданию 1С вариант 1

Участок АС. Найти $M_{B\max}$

№ вар.	1 - 1	1 - 2	1 - 3	1 - 4	1 - 5	1 - 6	1 - 7
a, м	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,2
R, м	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
α , град	30	45	60	60	45	30	45
β , град	30	30	45	60	45	30	60
M, Нм	150	180	200	200	350	250	300
F1, Н	300	250	400	450	500	600	700
F2, Н	400	500	600	700	800	900	1000
q, Н/м	200	300	300	350	400	500	600

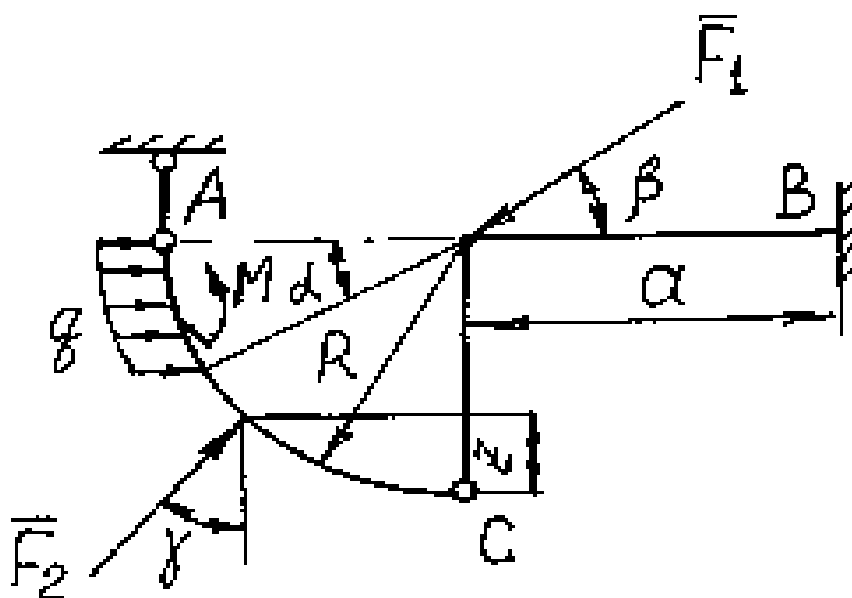


Рисунок 1С2 Расчетная схема к заданию 1С вариант 2

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	2 - 1	2 - 2	2 - 3	2 - 4	2 - 5	2 - 6	2 - 7
a, м	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2
R, м	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
α , град	30	45	60	60	45	60	45
β , град	30	30	45	60	45	30	60
M, Нм	300	400	450	500	550	600	700
q, Н/м	250	300	400	450	500	500	600
F1, Н	500	600	600	700	750	800	850
F2, Н	400	500	600	600	650	700	750

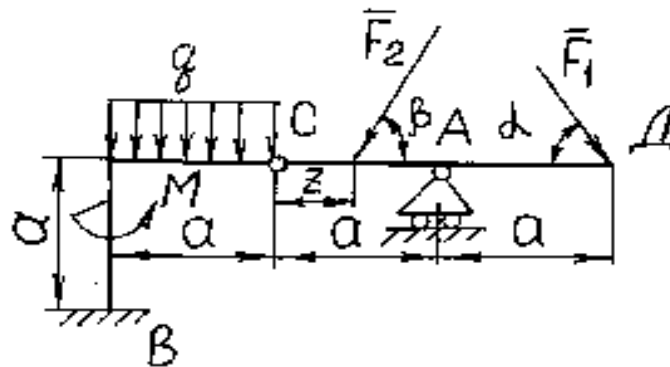


Рисунок 1С3 Расчетная схема к заданию 1С вариант 3

Участок СД. Найти M_{Bmax}

№ вар.	3 - 1	3 - 2	3 - 3	3 - 4	3 - 5	3 - 6	3 - 7
a, м	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7
α , град	30	45	60	60	45	30	45
M, Нм	150	180	200	200	350	250	300
F1, Н	300	250	400	450	500	600	700
F2, Н	400	500	600	700	800	900	1000
q, Н/м	300	400	450	550	600	650	750

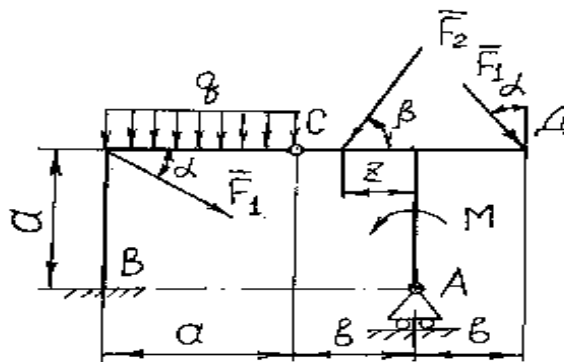


Рисунок 1С4 Расчетная схема к заданию 1С вариант 4

Участок СД. Найти $M_{\text{Вmin}}$

№ вар.	4 - 1	4 - 2	4 - 3	4 - 4	4 - 5	4 - 6	4 - 7
a, м	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2
b, м	0,25	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,7
α , град	30	45	60	60	45	60	45
M, Нм	300	400	450	500	550	600	700
q, Н/м	250	300	400	450	500	500	600
F1, м	500	600	600	700	750	800	850
F2, м	400	500	600	600	650	700	750

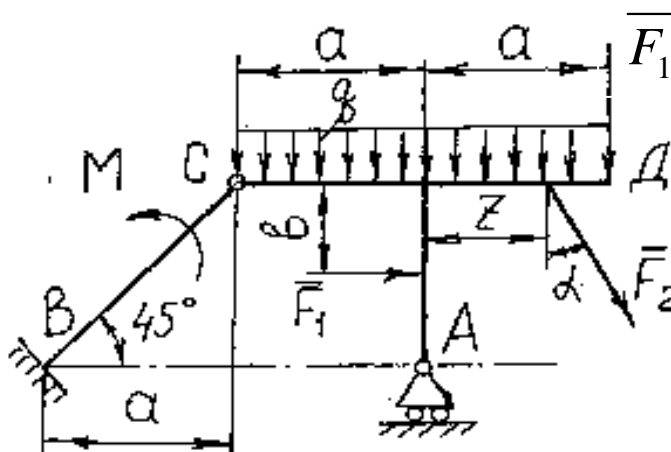


Рисунок 1С5 Расчетная схема к заданию 1С вариант 5
Участок СД. Найти $M_{\text{Вmax}}$

№ вар.	5 - 1	5 - 2	5 - 3	5 - 4	5 - 5	5 - 6	5 - 7
a, м	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2
b, м	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6
F1, Н	300	400	500	600	650	700	700
F2, Н	400	450	550	500	450	600	650
M, Нм	200	300	400	400	400	450	500
q, Н/м	300	500	450	550	600	650	550

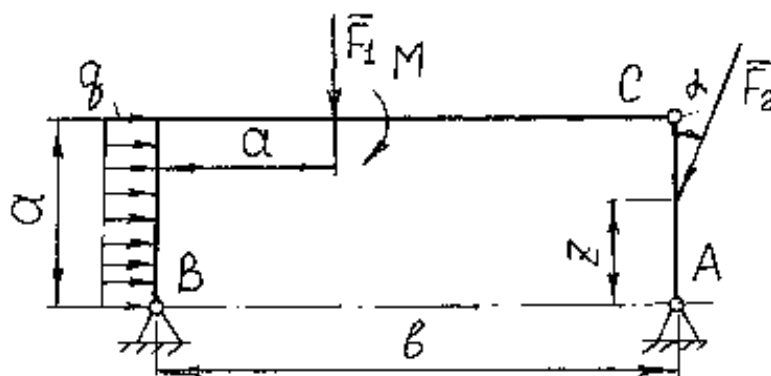


Рисунок 1С6 Расчетная схема к заданию 1С вариант 6

Участок АС. Найти X_{Bmin}

№ вар.	6- 1	6- 2	6- 3	6- 4	6- 5	6- 6	6- 7
a, м	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	0,9	1,0
b, м	1,2	1,4	1,5	1,4	1,5	1,4	1,6
F1, Н	450	550	600	700	600	650	600
F2, Н	400	450	500	550	600	650	800
q, Н/м	300	400	400	600	550	650	700
M, Нм	300	400	500	550	600	700	750

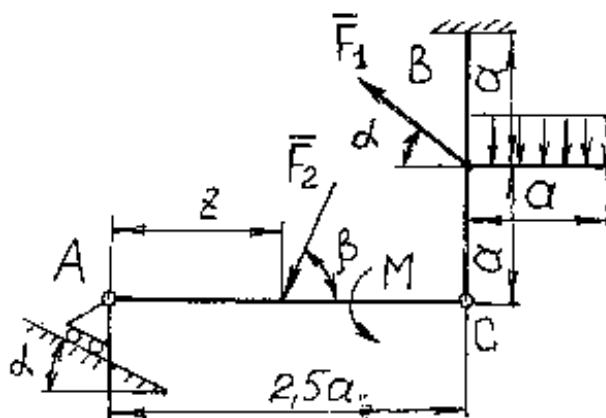


Рисунок 1С7 Расчетная схема к заданию 1С вариант 7

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	7- 1	7- 2	7- 3	7- 4	7- 5	7- 6	7- 7
a, м	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,5
α , град	30	45	60	45	30	60	45
F1 . Н	300	350	300	400	450	400	500
F2 . Н	350	400	350	450	400	500	500
q, Н/м	350	400	450	500	550	600	650
M, Нм	300	300	350	350	400	400	500

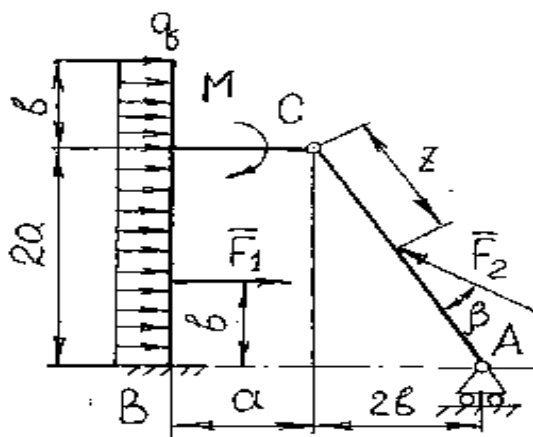


Рисунок 1С8 Расчетная схема к заданию 1С вариант 8

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	8 - 1	8 - 2	8 - 3	8 - 4	8 - 5	8 - 6	8 - 7
a, м	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,5
b, м	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.45	0.4
F1 . Н	300	350	300	400	450	400	500
F2 . Н	350	400	350	450	400	500	500
q, Н/м	350	400	450	500	550	600	650
M, Нм	300	300	350	350	400	400	500

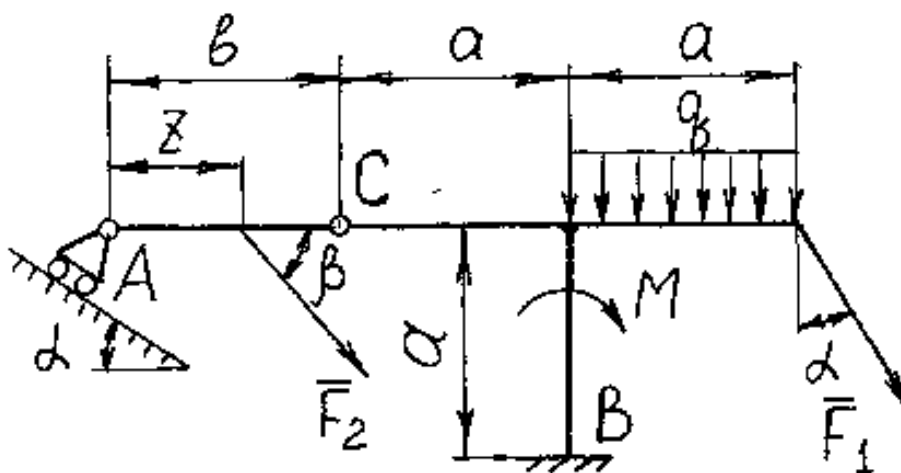


Рисунок 1С9 Расчетная схема к заданию 1С вариант 9

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар	9-1	9 - 2	9 - 3	9 - 4	9 - 5	9 - 6	9 - 7
a, м	0,35	0,4	0,5	0,55	0,6	0,7	0,65
b, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,5
α , град.	30	45	60	45	30	60	45
F1, Н	300	350	400	450	500	550	600
F2, Н	400	450	550	500	600	650	700
M, Нм	300	350	450	450	500	600	550
q, Н/м	300	400	500	600	700	750	800

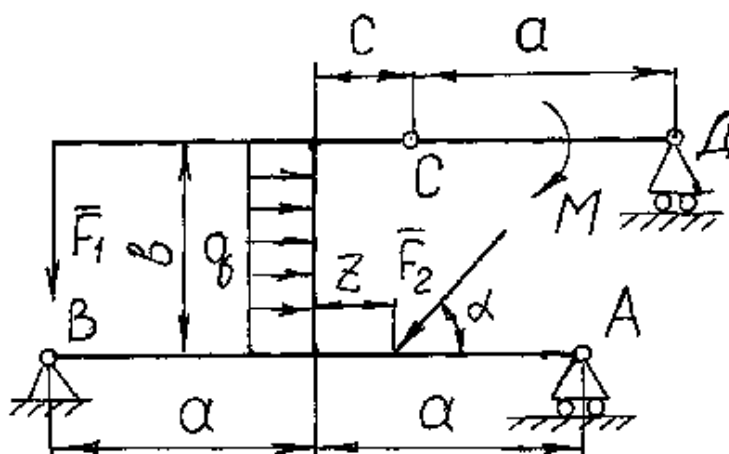


Рисунок 1С10 Расчетная схема к заданию 1С вариант 10

Участок АВ. Найти Y_{Bmin}

№ вар.	10 - 1	10 - 2	10 - 3	10 - 4	10 - 5	10 - 6	10 - 7
a, м	0,45	0,55	0,5	0,65	0,65	0,7	0,8
b, м	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
c, м	0,2	0,3	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4
F1, Н	300	400	450	350	500	450	500
F2, Н	400	450	500	400	550	400	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400
q, Н/м	500	600	700	750	800	850	900

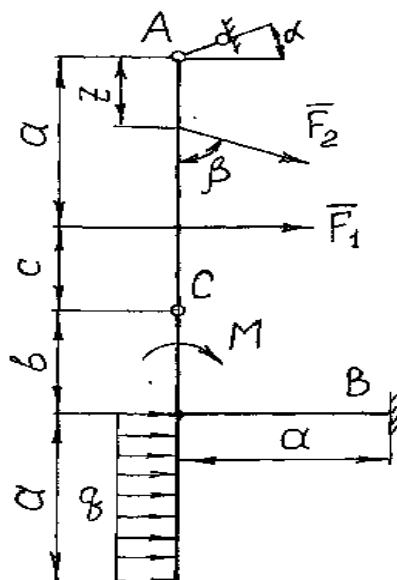


Рисунок 1С11 Расчетная схема к заданию 1С вариант 11

Участок АС. Найти $M_{Вmax}$

№ вар.	11 - 1	11 - 2	11 - 3	11 - 4	11 - 5	11 - 6	11 - 7
a, м	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,5
b, м	0,2	0,2	0,35	0,3	0,3	0,35	0,35
c, м	0,15	0,2	0,2	0,15	0,2	0,2	0,15
α , град.	30	45	60	45	30	60	45
F1, Н	300	400	450	350	500	450	500
F2, Н	350	400	350	450	400	500	500
q, Н/м	350	400	450	500	550	600	650
M, Нм	300	300	350	350	400	400	500

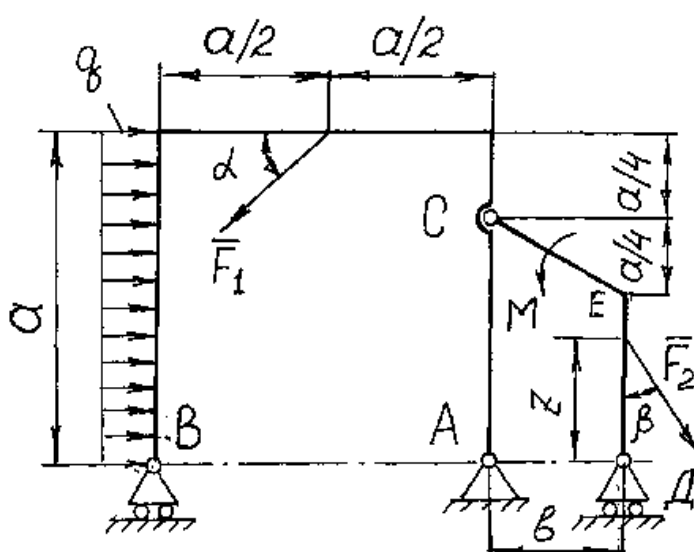


Рисунок 1С12 Расчетная схема к заданию 1С вариант 12

Участок ДЕ. Найти $R_{Вmin}$

№ вар.	12 - 1	12 - 2	12 - 3	12 - 4	12 - 5	12 - 6	12 - 7
a, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
b, м	0,2	0,2	0,35	0,3	0,3	0,35	0,35
α , град.	30	45	60	45	30	60	45
F1, Н	300	400	450	350	500	450	500
F2, Н	400	450	500	400	550	400	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400
q, Н/м	500	600	700	750	800	850	900

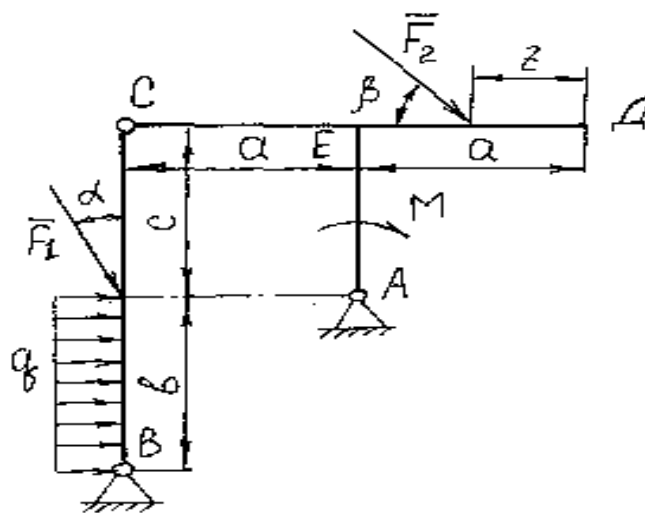


Рисунок 1С13 Расчетная схема к заданию 1С вариант 13

Участок СД. Найти Y_{Bmin}

№ вар.	13 - 1	13 - 2	13 - 3	13 - 4	13 - 5	13 - 6	13 - 7
a, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
b, м	0,2	0,2	0,35	0,3	0,3	0,35	0,35
c, м	0,15	0,2	0,2	0,15	0,2	0,2	0,15
α , град	30	45	60	45	30	60	45
F_1 , Н	300	400	450	350	500	450	500
F_2 , Н	400	450	500	400	550	400	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400
q, Н/м	500	600	700	750	800	850	900

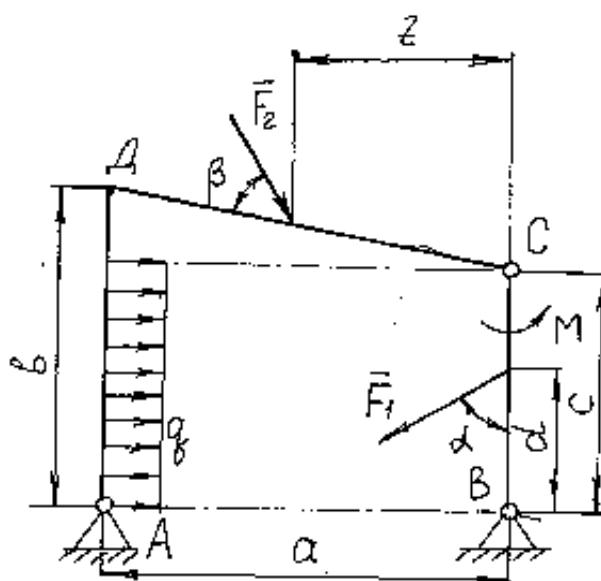


Рисунок 1С14 Расчетная схема к заданию 1С вариант 14

Участок СД. Найти Y_{Bmax}

№ вар.	14 - 1	14 - 2	14- 3	14 - 4	14 - 5	14 - 6	14 - 7
a, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
b, м	0,2	0,25	0,35	0,3	0,3	0,35	0,35
c, м	0,15	0,2	0,2	0,15	0,2	0,2	0,15
d, м	0,10	0,15	0,10	0,10	0,15	0,10	0,10
α , град	30	45	60	45	30	60	45
F1, Н	300	400	450	350	500	450	500
F2, Н	400	450	500	400	550	400	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400
q, Н/м	500	600	700	750	800	850	900

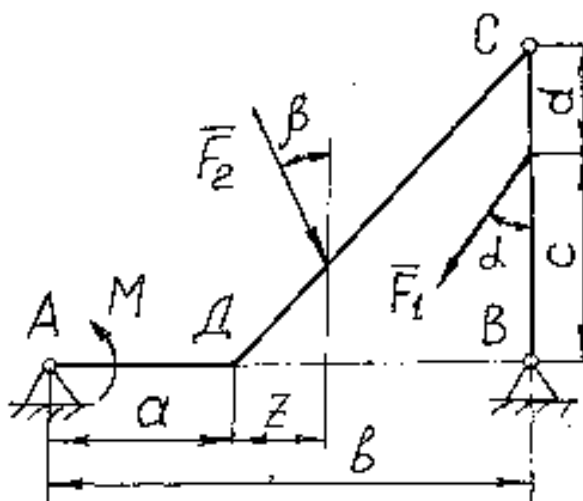


Рисунок 1С15 Расчетная схема к заданию 1С вариант 15

Участок СД. Найти Y_{Bmin}

№ вар.	15 - 1	15 - 2	15- 3	15 - 4	15 - 5	15 - 6	15 - 7
a, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
b, м	0,5	0,45	0,55	0,75	0,8	0,85	0,75
c, м	0,25	0,2	0,25	0,25	0,35	0,35	0,35
d, м	0,2	0,15	0,2	0,2	0,3	0,3	0,25
α , град	30	45	60	45	45	60	45
F1, Н	300	500	450	350	400	450	600
F2, Н	500	450	400	400	550	500	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400

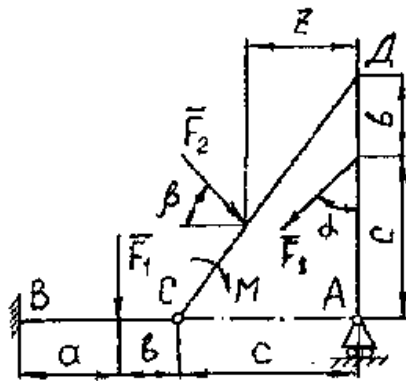


Рисунок 1С16 Расчетная схема к заданию 1С вариант 16
Участок СД. Найти M_{Bmin}

№ вар.	16 - 1	16 - 2	16 - 3	16 - 4	16 - 5	16 - 6	16 - 7
a, м	0,25	0,25	0,6	0,55	0,55	0,6	0,7
b, м	0,15	0,15	0,35	0,3	0,3	0,35	0,35
c, м	0,25	0,2	0,25	0,25	0,35	0,35	0,35
α , град	30	45	60	45	45	60	45
F1, Н	300	500	450	350	400	450	600
F2, Н	500	450	400	400	550	500	450
M, Нм	500	500	600	550	650	500	400

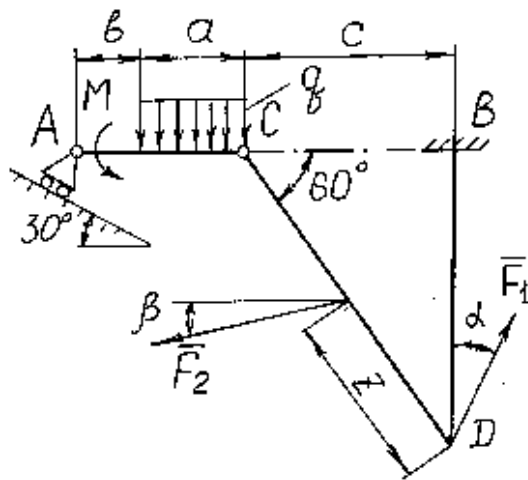


Рисунок 1С17 Расчетная схема к заданию 1С вариант 17

Участок СД. Найти M_{Bmin}

№ вар.	17 - 1	17 - 2	17 - 3	17 - 4	17 - 5	17 - 6	17 - 7
a, м	0,4	0,45	0,5	0,5	0,55	0,55	0,6
b, м	0,25	0,3	0,25	0,2	0,25	0,35	0,3
c, м	0,3	0,35	0,3	0,35	0,35	0,4	0,35
α , град	45	30	45	60	45	30	60
F1, Н	300	400	450	500	550	600	600
F2, Н	400	450	550	500	600	650	700
M, Нм	350	400	400	450	400	500	450
q, Н/м	400	500	500	450	550	600	600

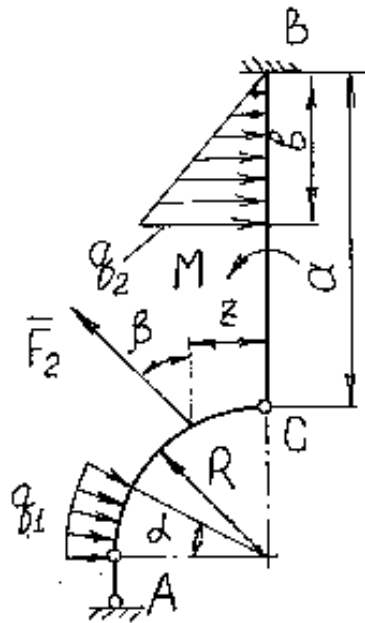


Рисунок 1С18 Расчетная схема к заданию 1С вариант 18

Участок AC. Найти M_{Bmin}

№ вар.	18 - 1	18 - 2	18 - 3	18 - 4	18 - 5	18 - 6	18 - 7
a, м	0,55	0,65	0,55	0,5	0,55	0,55	0,6
b, м	0,35	0,4	0,35	0,3	0,35	0,25	0,4
R, м	0,3	0,35	0,3	0,35	0,35	0,4	0,35
α , град	45	30	45	60	45	30	60
F_2 , Н	400	450	550	500	600	650	700
M, Нм	350	400	400	450	400	500	450
q_1 , Н/м	400	500	500	450	550	600	600
q_2 , Н/м	300	400	250	300	350	400	350

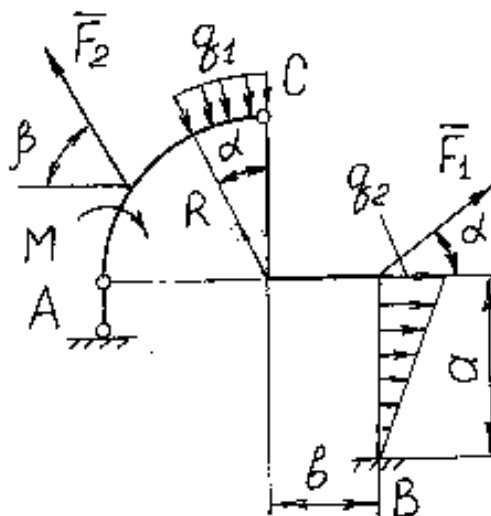


Рисунок 1С19 Расчетная схема к заданию 1С вариант 19

Участок АС. Найти M_{Bmax}

№ вар.	19-1	19-2	19-3	19-4	19-5	19-6	19-7
a, м	0,5	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7
b, м	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , град	30	45	45	60	60	45	30
F1, Н	300	400	450	400	500	450	550
F2, Н	450	400	500	450	600	500	600
M, Нм	200	250	300	350	400	400	450
q1, Н/м	400	500	500	450	550	600	600
q2, Н/м	300	400	250	300	350	400	350

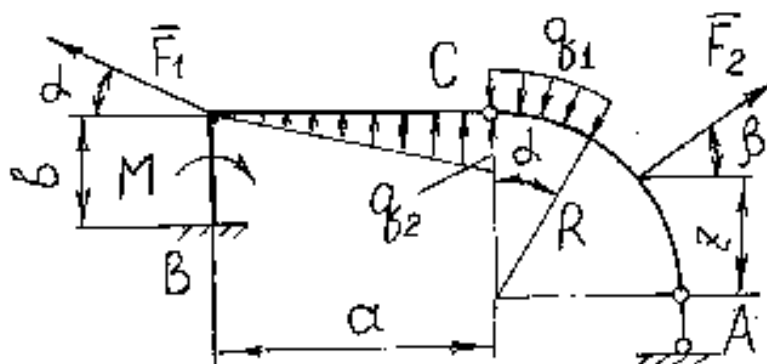


Рисунок 1С20 Расчетная схема к заданию 1С вариант 20

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	20 - 1	20 - 2	20 - 3	20 - 4	20 - 5	20 - 6	20 - 7
a, м	0,3	0,2	0,4	0,35	0,4	0,45	0,5
b, м	0,2	0,2	0,35	0,3	0,35	0,35	0,4
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , рад	30	45	45	60	60	30	45
q1, Н/м	300	400	500	450	550	550	600
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450
F1, Н	300	450	400	350	500	550	450
F2, Н	400	500	400	450	450	500	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	400

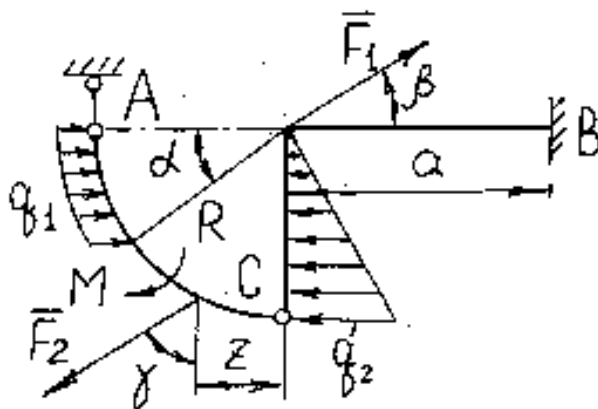


Рисунок 1С21 Расчетная схема к заданию 1С вариант 21

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	21 - 1	21 - 2	21 - 3	21 - 4	21 - 5	21 - 6	21 - 7
a, м	0,3	0,2	0,4	0,35	0,4	0,45	0,5
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , рад	30	45	45	60	60	30	45
β , град	45	30	60	45	45	30	60
F1, Н	300	450	400	350	500	550	450
F2, Н	400	500	400	450	450	500	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	400
q1, Н/м	300	400	500	450	550	550	600
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450

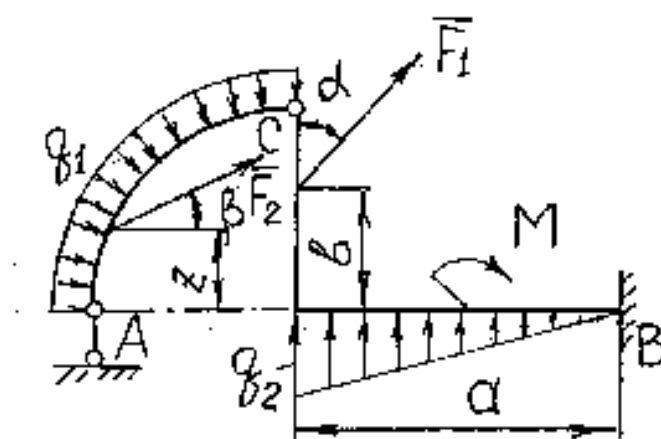


Рисунок 1С22 Расчетная схема к заданию 1С вариант 22

Участок АС. Найти M_{Bmax}

№ вар.	22 - 1	22 - 2	22 - 3	22 - 4	22 - 5	22 - 6	22 - 7
a, м	0,5	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7
b, м	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , град	30	45	60	45	30	45	60
F1, Н	300	400	350	400	500	450	550
F2, Н	350	400	400	350	450	400	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	350
q1, Н/м	400	450	500	450	550	400	500
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450

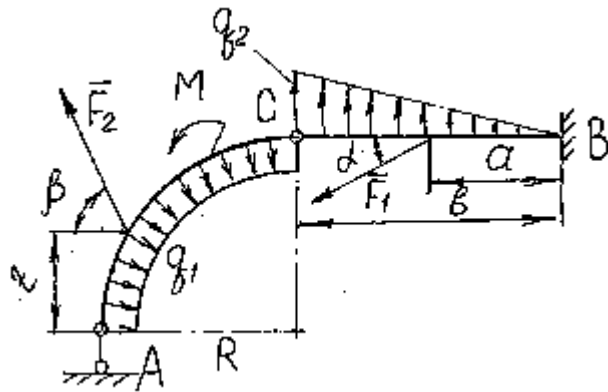


Рисунок 1С23 Расчетная схема к заданию 1С вариант 23

Участок АС. Найти M_{Bmax}

№ вар.	23 - 1	23 - 2	23 - 3	23 - 4	23 - 5	23 - 6	23 - 7
b, м	0,5	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7
a, м	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , град	30	45	60	45	30	45	60
F1, Н	300	400	350	400	500	450	550
F2, Н	350	400	400	350	450	400	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	350
q1, Н/м	400	450	500	450	550	400	500
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450

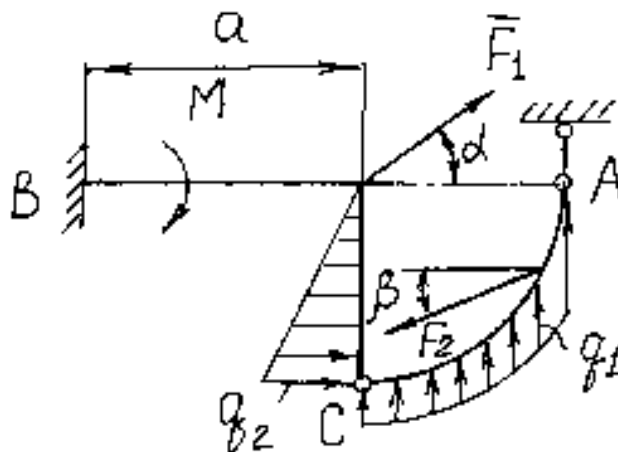


Рисунок 1С24 Расчетная схема к заданию 1С вариант 24

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	24 - 1	24 - 2	24 - 3	24 - 4	24 - 5	24 - 6	24 - 7
a, м	0,5	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , град	30	45	60	45	30	45	60
F1, Н	300	400	350	400	500	450	550
F2, Н	350	400	400	350	450	400	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	350
q1, Н/м	400	450	500	450	550	400	500
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450

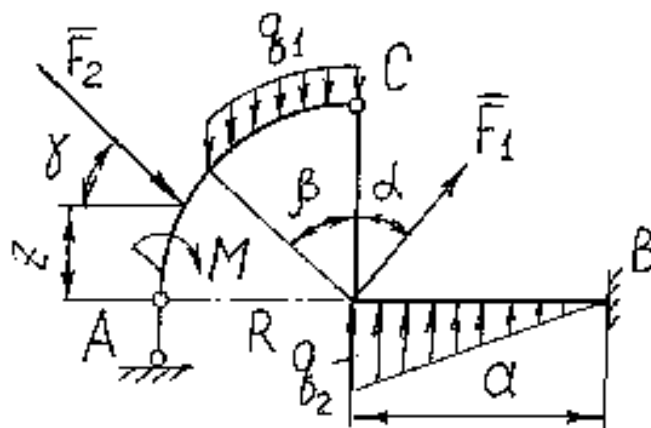


Рисунок 1С25 Расчетная схема к заданию 1С вариант 25

Участок АС. Найти M_{Bmin}

№ вар.	25 - 1	25 - 2	25 - 3	25 - 4	25 - 5	25 - 6	25 - 7
a, м	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2
R, м	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4
α , град	30	45	45	30	60	60	45
β , град	45	30	60	45	45	30	60
F1, Н	300	400	500	600	650	700	700
F2, Н	400	450	550	500	450	600	650
M, Нм	200	300	400	400	400	450	500
q1, Н/м	300	500	450	550	600	650	550
q2, Н/м	350	400	400	400	450	500	600

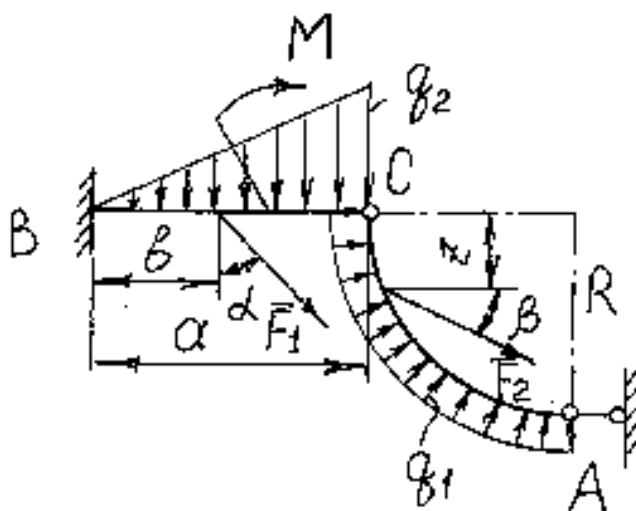


Рисунок 1С26 Расчетная схема к заданию 1С вариант 26
Участок АС. Найти M_{Bmax}

№ вар.	26 - 1	26 - 2	26 - 3	26 - 4	26 - 5	26 - 6	26 - 7
a, м	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,2
b, м	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8
R, м	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4
α , град	30	45	45	30	60	60	45
F1, Н	300	400	500	600	650	700	700
F2, Н	400	450	550	500	450	600	650
M, Нм	200	300	400	400	400	450	500
q1, Н/м	300	500	450	550	600	650	550
q2, Н/м	350	400	400	400	450	500	600

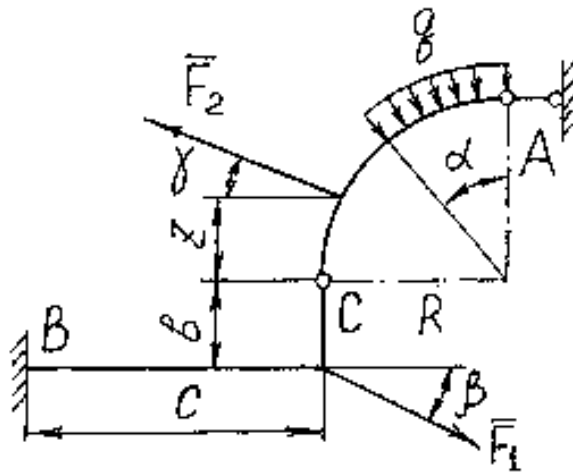


Рисунок 1С27 Расчетная схема к заданию 1С вариант 27

Участок АС. Найти M_{Bmax}

№ вар.	27 - 1	27 - 2	27 - 3	27 - 4	27 - 5	27 - 6	27 - 7
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5	0,55
c, м	0,65	0,8	0,85	0,8	0,9	1,0	1,1
R, м	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4
α , град	30	45	45	30	60	60	45
β , град	45	30	60	45	45	30	60
F_1 , Н	300	400	500	600	650	700	700
F_2 , Н	400	450	550	500	450	600	650
M, Нм	200	300	400	400	400	450	500
q, Н/м	300	500	450	550	600	650	550

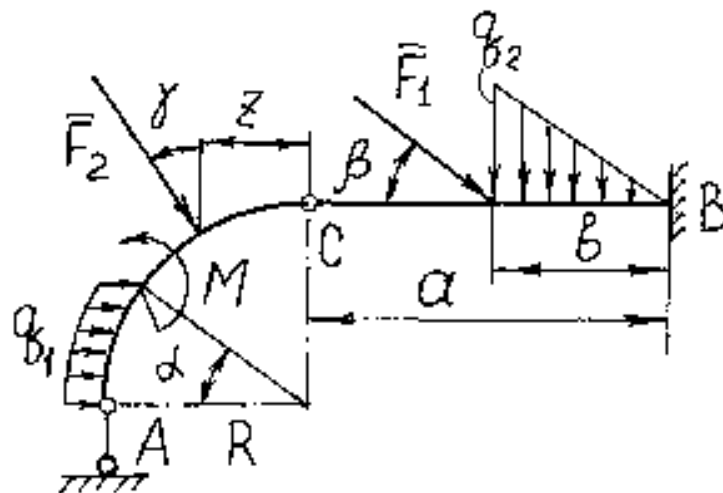


Рисунок 1С28 Расчетная схема к заданию 1С вариант 28

Участок АС. Найти $M_{Вmax}$

№ вар.	28 - 1	28 - 2	28 - 3	28 - 4	28 - 5	28 - 6	28 - 7
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,45	0,35	0,45
a, м	0,5	0,6	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7
R, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,6	0,7
α , град	30	45	60	45	30	45	60
β , град	45	30	60	45	45	30	60
F1, Н	300	400	350	400	500	450	550
F2, Н	350	400	400	350	450	400	500
M, Нм	200	250	300	350	400	400	350
q1, Н/м	400	450	500	450	550	400	500
q2, Н/м	350	400	450	350	400	450	450

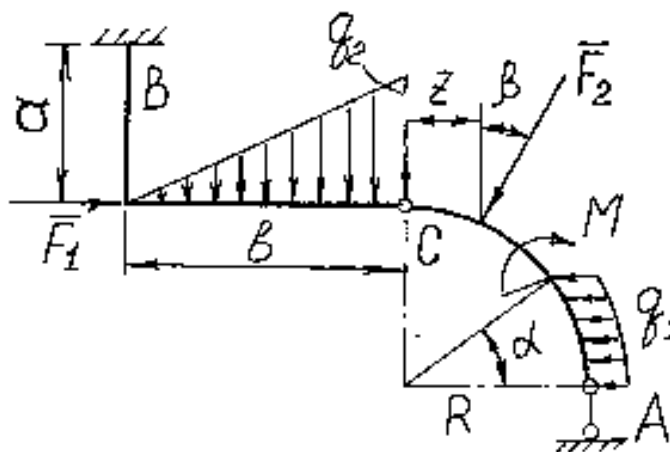


Рисунок 1С29 Расчетная схема к заданию 1С вариант 29

Участок АС. Найти $M_{Вmax}$

№ вар.	29 - 1	29 - 2	29 - 3	29 - 4	29 - 5	29 - 6	29 - 7
a, м	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5	0,55
b, м	0,6	0,8	0,85	0,8	0,9	1,0	1,1
R, м	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4
α , град	30	60	45	30	60	60	45
F1, Н	350	400	500	600	650	700	700
F2, Н	400	450	600	500	450	600	650
M, Нм	250	300	400	450	400	450	500
q1, Н/м	300	500	450	550	600	650	550
q2, Н/м	350	400	400	400	450	500	600

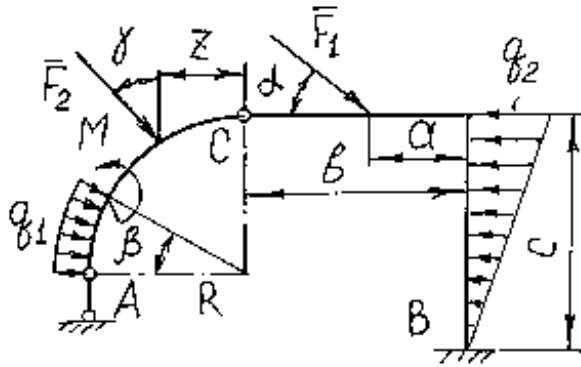


Рисунок 1С30 Расчетная схема к заданию 1С вариант 30

Участок АС. Найти $M_{\text{Вmax}}$

№ вар.	30 – 1	30 - 2	30 - 3	30 - 4	30 - 5	30- 6	30 – 7
a, м	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45	0,5	0,5
b, м	0,6	0,75	0,8	0,85	0,9	1,0	0,9
c, м	0,7	0,8	0,75	0,8	1,0	1,1	1,2
R, м	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
α , град	30	45	60	60	45	60	45
β , град	30	45	60	45	45	60	30
M, Нм	300	400	450	500	550	600	700
q_1 , Н/м	250	300	400	450	500	500	600
q_2 , Н/м	350	450	500	600	600	700	750
F_1 , м	500	600	600	700	750	800	850
F_2 , м	400	500	600	600	650	700	750

УСЛОВИЕ ЗАДАНИЯ 2С

Найти реакции опор конструкции по схемам 1 – 30

РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ И ЦИФРОВЫЕ ДАННЫЕ К ЗАДАНИЮ 2С

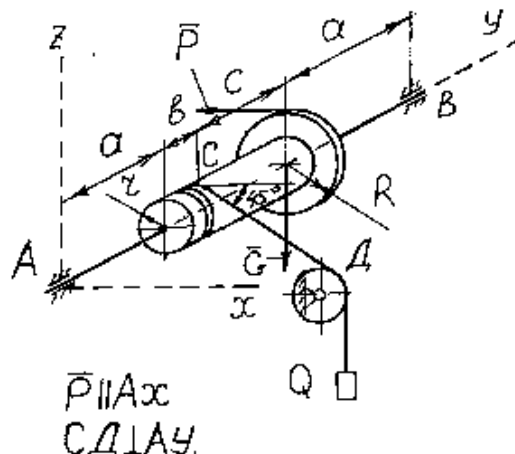


Рисунок 2С1 Расчетная схема к заданию 2С вариант

№ вар.	1 - 1	1 - 2	1 - 3	1 - 4	1 - 5	1 - 6	1 - 7
Q, Н	200	250	300	350	400	450	450
G, Н	700	750	800	850	850	900	950
a, м	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
b, м	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45	0,55	0,55
c, м	0,15	0,15	0,2	0,2	0,25	0,25	0,3
R, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
r, м	0,15	0,2	0,2	0,25	0,3	0,25	0,3

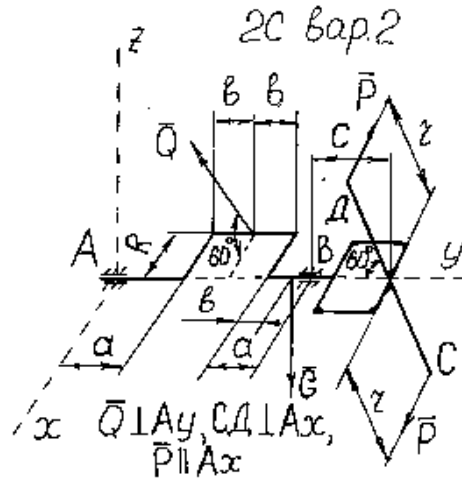


Рисунок 2С2 Расчетная схема к заданию 2С вариант 2

№ вар.	2 - 1	2 - 2	2 - 3	2 - 4	2 - 5	2 - 6	2 - 7
Q, Н	200	250	300	350	400	450	500
G, Н	1000	1000	850	900	950	1100	1050
a, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45
b, м	0,15	0,2	0,25	0,25	0,25	0,3	0,3
c, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
R, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45
r, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4

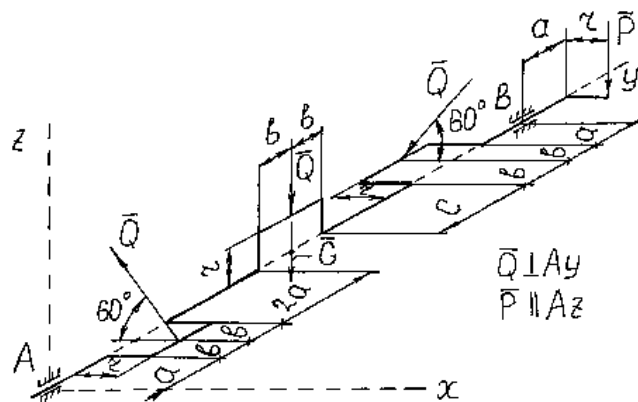


Рисунок 2С3 Расчетная схема к заданию 2С вариант 3

№ вар.	3 - 1	3 - 2	3 - 3	3 - 4	3 - 5	3 - 6	3 - 7
Q, Н	200	250	300	350	400	450	500
G, Н	500	600	650	700	750	700	850
a, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45
b, м	0,15	0,2	0,25	0,25	0,25	0,3	0,3
c, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
r, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4

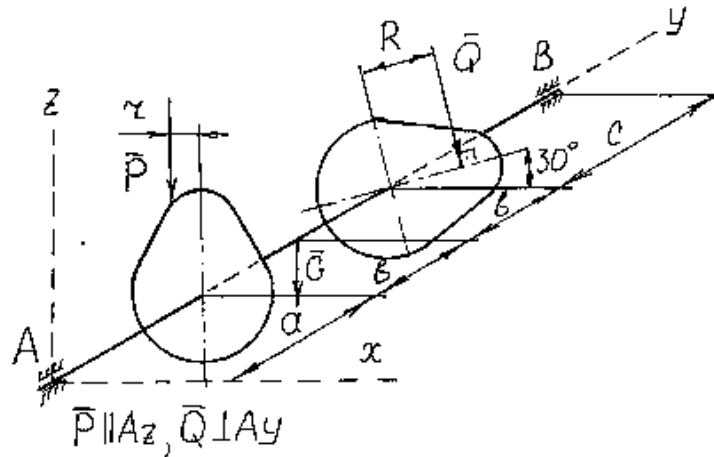


Рисунок 2С4 Расчетная схема к заданию 2С вариант 4

№ вар.	4 - 1	4 - 2	4 - 3	4 - 4	4 - 5	4 - 6	4 - 7
Q, Н	200	250	300	350	400	450	500
G, Н	1000	1000	850	900	950	1100	1050
a, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45
b, м	0,15	0,2	0,25	0,25	0,25	0,3	0,3
c, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
R, м	0,25	0,25	0,2	0,25	0,25	0,3	0,35
r, м	0,1	0,15	0,15	0,15	0,15	0,1	0,1

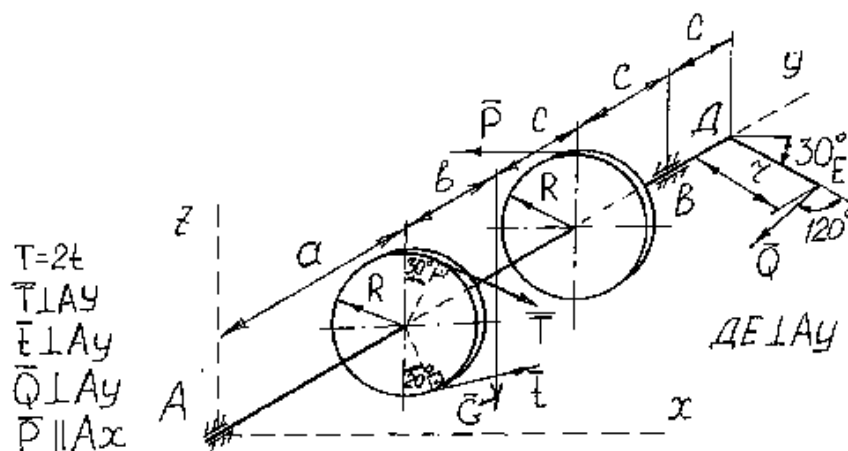


Рисунок 2С5 Расчетная схема к заданию 2С вариант 5

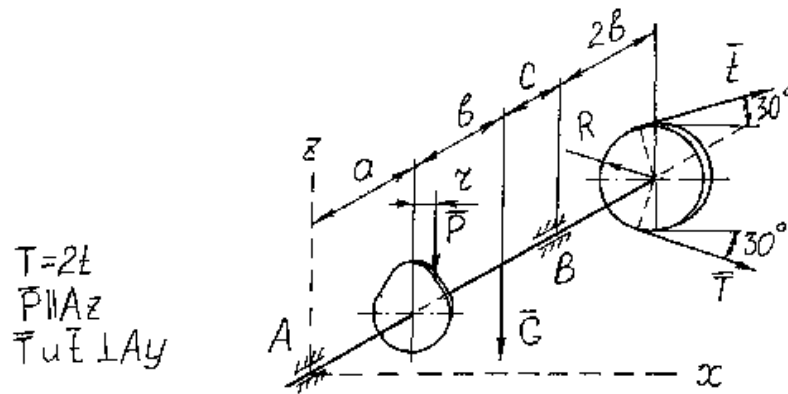


Рисунок 2С7 Расчетная схема к заданию 2С вариант 7

№ вар.	7 - 1	7 - 2	7 - 3	7 - 4	7 - 5	7 - 6	7 - 7
T, Н	300	350	400	400	450	500	500
G, Н	100	150	200	150	200	250	300
a, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4	0,45	0,4
b, м	0,1	0,15	0,2	0,2	0,25	0,25	0,2
c, м	0,1	0,10	0,12	0,12	0,15	0,18	0,12
R, м	0,18	0,2	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3
r, м	0,05	0,06	0,08	0,1	0,1	0,12	0,12

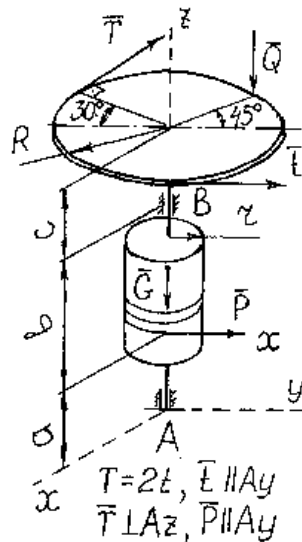


Рисунок 2С8 Расчетная схема к заданию 2С вариант 8

№ вар.	8 - 1	8 - 2	8 - 3	8 - 4	8 - 5	8 - 6	8 - 7
Q, Н	400	450	450	500	550	600	650
T, Н	500	550	500	600	600	700	700
G, Н	250	300	300	350	350	400	450
a, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,35	0,4	0,45
b, м	0,4	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55
c, м	0,15	0,2	0,25	0,25	0,25	0,3	0,35
R, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,4	0,4
r, м	0,15	0,15	0,2	0,2	0,25	0,25	0,2

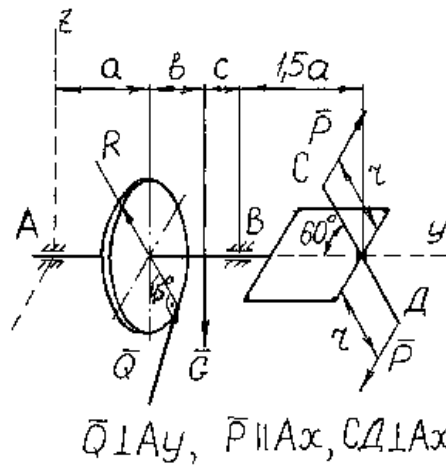


Рисунок 2С9 Расчетная схема к заданию 2С вариант

№ вар.	9 - 1	9 - 2	9 - 3	9 - 4	9 - 5	9 - 6	9 - 7
Q, Н	500	600	700	750	800	850	900
G, Н	400	500	500	450	550	600	650
a, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,5	0,5
b, м	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35	0,35	0,4
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,25	0,3	0,25
R, м	0,35	0,4	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5
r, м	0,3	0,3	0,25	0,35	0,35	0,35	0,4

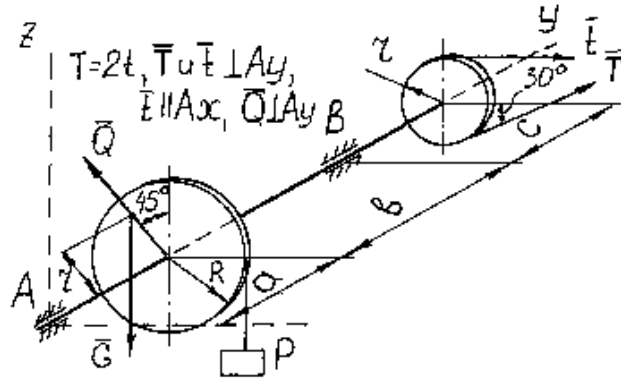


Рисунок 2С10 Расчетная схема к заданию 2С вариант 10

№ вар.	10 - 1	10 - 2	10 - 3	10 - 4	10 - 5	10 - 6	10 - 7
Q, Н	150	200	250	300	350	400	400
T, Н	500	550	600	650	700	700	750
G, Н	250	300	350	500	550	400	300
a, м	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45	0,45
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,5	0,55
c, м	0,25	0,25	0,3	0,35	0,4	0,35	0,35
R, м	0,3	0,3	0,35	0,35	0,45	0,4	0,45
r, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,2	0,25	0,3

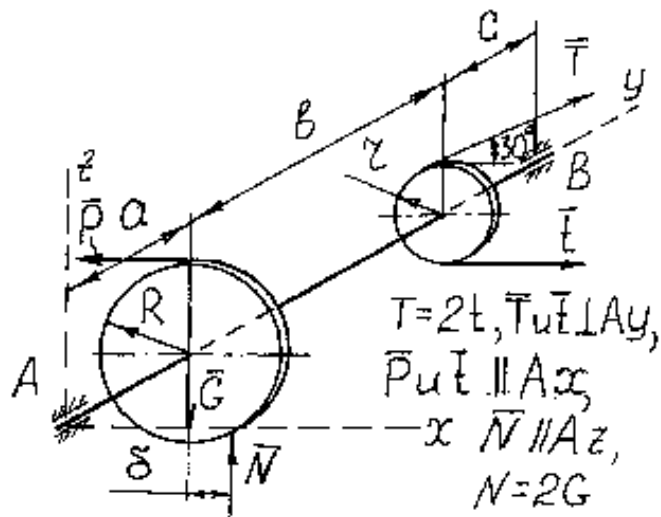


Рисунок 2С11 Расчетная схема к заданию 2С вариант 11

№ вар.	11 - 1	11 - 2	11 - 3	11 - 4	11 - 5	11 - 6	11 - 7
T, Н	200	250	300	350	400	450	400
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35
R, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3	0,35	0,4
r, м	0,12	0,15	0,15	0,25	0,2	0,3	0,3
δ , м	0,005	0,006	0,008	0,007	0,005	0,006	0,005

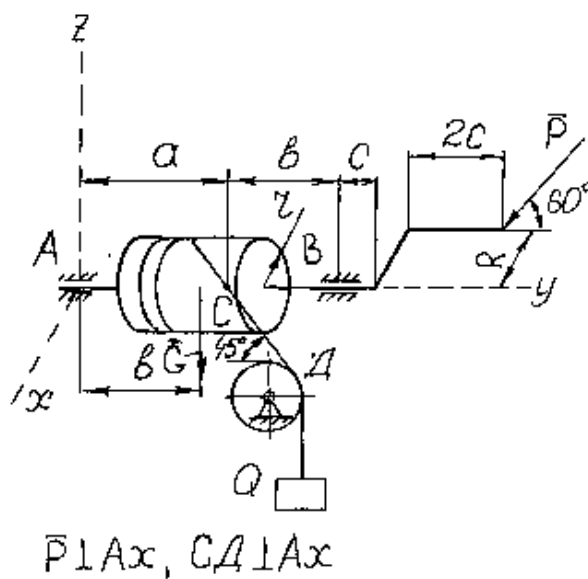


Рисунок 2С12 Расчетная схема к заданию 2С вариант 12

№ вар.	12 - 1	12 - 2	12 - 3	12 - 4	12 - 5	12 - 6	12 - 7
Q, Н	300	450	400	450	500	550	600
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35
R, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3	0,35	0,4
r, м	0,12	0,15	0,15	0,25	0,2	0,3	0,3

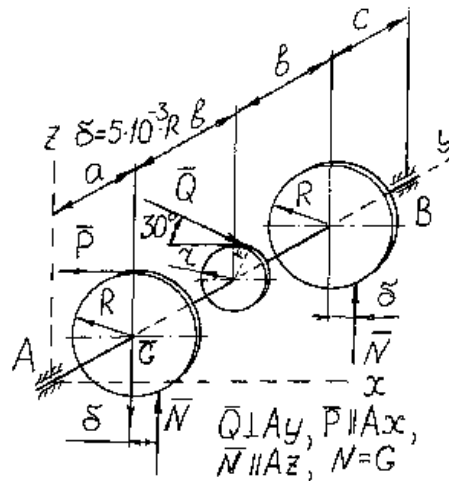


Рисунок 2С13 Расчетная схема к заданию 2С вариант 13

№ вар.	13 - 1	13 - 2	13 - 3	13 - 4	13 - 5	13 - 6	13 - 7
Q, Н	300	450	400	450	500	550	600
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45
b, м	0,2	0,3	0,25	0,35	0,35	0,45	0,4
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35
R, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3	0,35	0,4
r, м	0,12	0,15	0,15	0,25	0,2	0,3	0,3

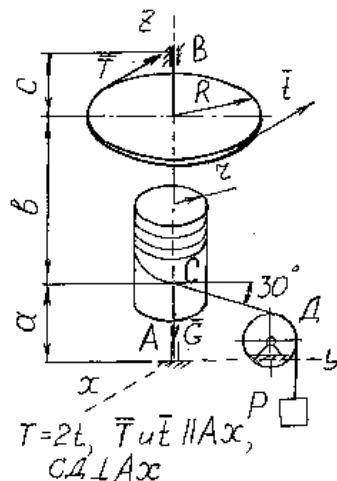


Рисунок 2С14 Расчетная схема к заданию 2С вариант 14

№ вар.	14 - 1	14 - 2	14 - 3	14 - 4	14 - 5	14 - 6	14 - 7
T, Н	300	450	400	450	500	550	600
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35
R, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3	0,35	0,4
r, м	0,12	0,15	0,15	0,2	0,2	0,2	0,25

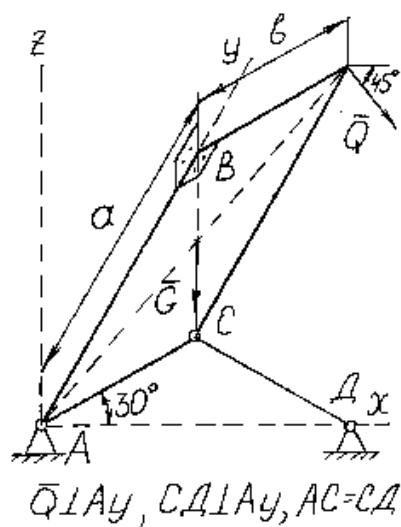


Рисунок 2С15 Расчетная схема к заданию 2С вариант 15

№ вар.	15 - 1	15 - 2	15 - 3	15 - 4	15 - 5	15 - 6	15 - 7
Q, Н	400	450	500	500	550	600	650
G, Н	500	550	600	650	700	750	800
a, м	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,85
b, м	0,3	0,4	0,45	0,45	0,5	0,55	0,6

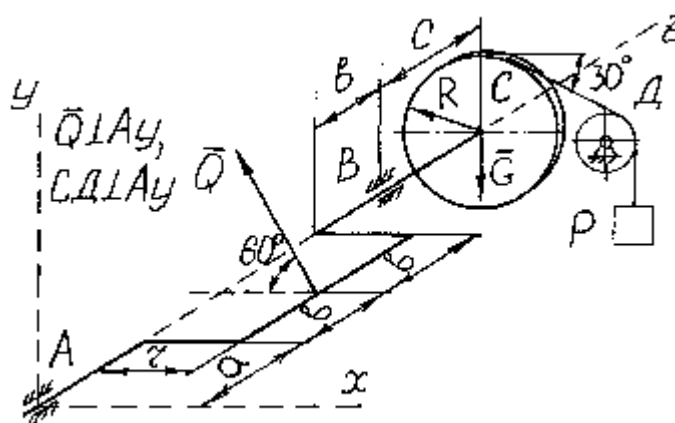


Рисунок 2С16 Расчетная схема к заданию 2С вариант 16

№ вар.	16 - 1	16 - 2	16 - 3	16 - 4	16 - 5	16 - 6	16 - 7
Q, Н	250	350	400	400	450	500	550
G, Н	150	250	200	250	300	350	300
a, м	0,5	0,6	0,65	0,65	0,7	0,7	0,75
b, м	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45	0,45
c, м	0,4	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55
R, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
r, м	0,2	0,25	0,2	0,2	0,2	0,25	0,3

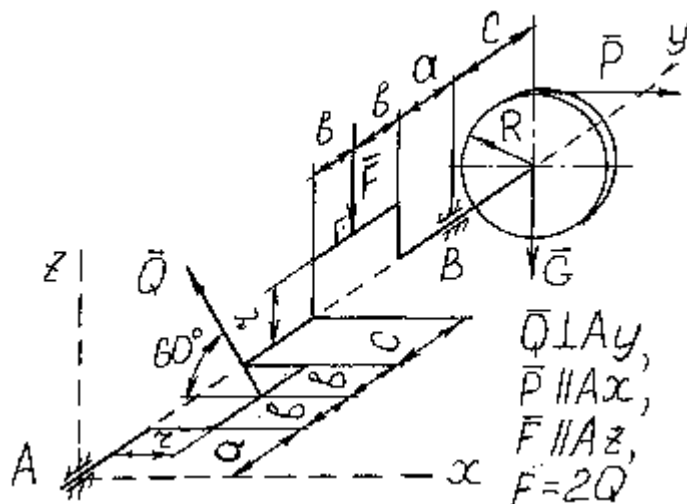


Рисунок 2С17 Расчетная схема к заданию 2С вариант 17

№ вар.	17 - 1	17 - 2	17 - 3	17 - 4	17 - 5	17 - 6	17 - 7
Q, Н	300	350	450	400	450	500	550
G, Н	150	250	250	250	300	350	300
a, м	0,5	0,6	0,65	0,65	0,7	0,5	0,35
b, м	0,25	0,3	0,35	0,3	0,3	0,25	0,25
c, м	0,4	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55
R, м	0,3	0,35	0,35	0,4	0,45	0,45	0,5
r, м	0,2	0,25	0,2	0,2	0,2	0,25	0,3

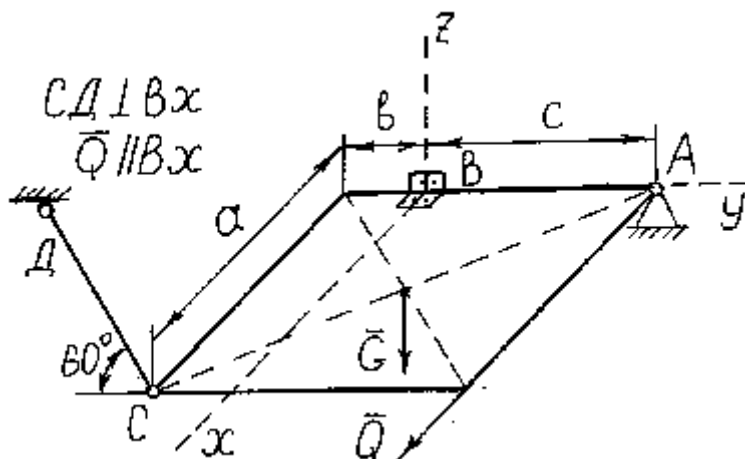


Рисунок 2С18 Расчетная схема к заданию 2С вариант 18

№ вар.	18 - 1	18 - 2	18 - 3	18 - 4	18 - 5	18 - 6	18 - 7
Q, Н	400	500	550	500	550	600	650
G, Н	200	250	300	350	400	400	450
a, м	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7
b, м	0,2	0,25	0,3	0,25	0,3	0,3	0,3
c, м	0,5	0,5	0,5	0,55	0,5	0,55	0,6

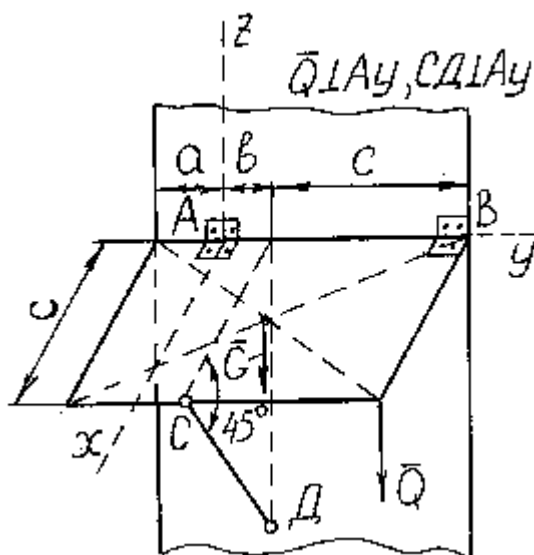


Рисунок 2С19 Расчетная схема к заданию 2С вариант 19

№ вар.	19 - 1	19 - 2	19 - 3	19 - 4	19 - 5	19 - 6	19 - 7
G, Н	200	250	250	300	350	400	450
Q, Н	100	150	200	250	300	350	400
a, м	0,25	0,3	0,35	0,3	0,35	0,4	0,4
b, м	0,2	0,25	0,3	0,25	0,25	0,3	0,35
c, м	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,8

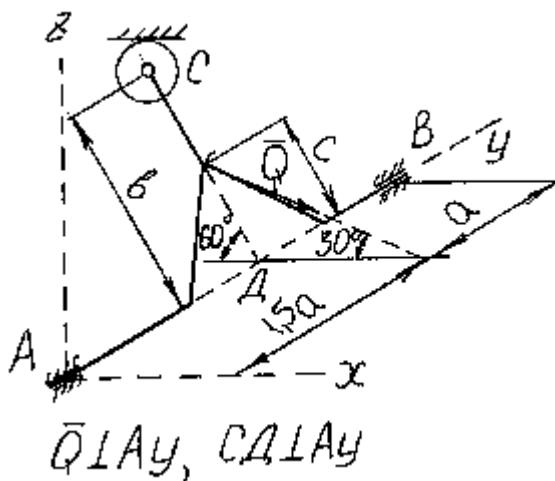


Рисунок 2С20 Расчетная схема к заданию 2С вариант 20

№ вар.	20 - 1	20 - 2	20 - 3	20 - 4	20 - 5	20 - 5	20 - 7
Q, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6
c, м	0,25	0,3	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4

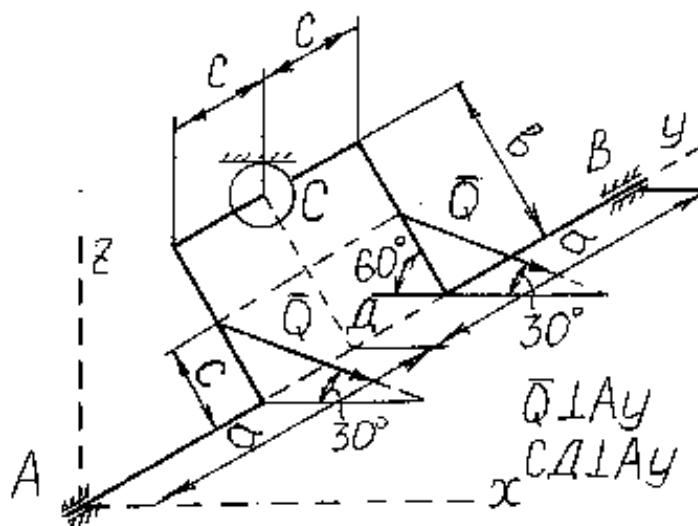


Рисунок 2С21 Расчетная схема к заданию 2С вариант 21

№ вар.	21 - 1	21 - 2	21 - 3	21 - 4	21 - 5	21 - 5	21 - 7
Q, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6
c, м	0,25	0,3	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4

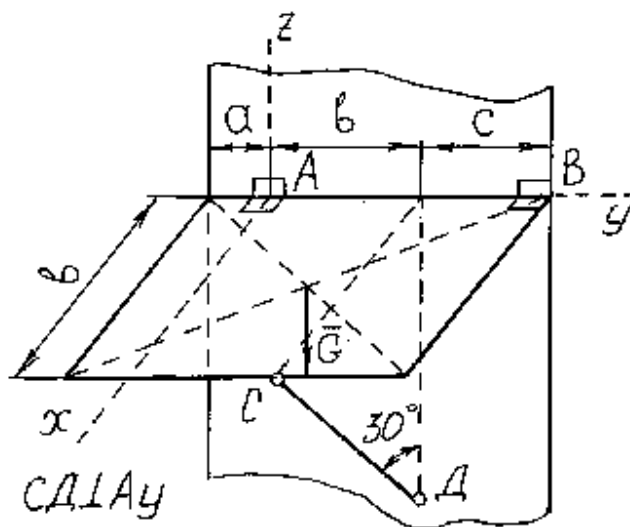


Рисунок 2С22 Расчетная схема к заданию 2С вариант 22

№ вар.	22 - 1	22 - 2	22 - 3	22 - 4	22 - 5	22 - 5	22 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,2	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,3
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6
c, м	0,35	0,4	0,35	0,3	0,35	0,4	0,3

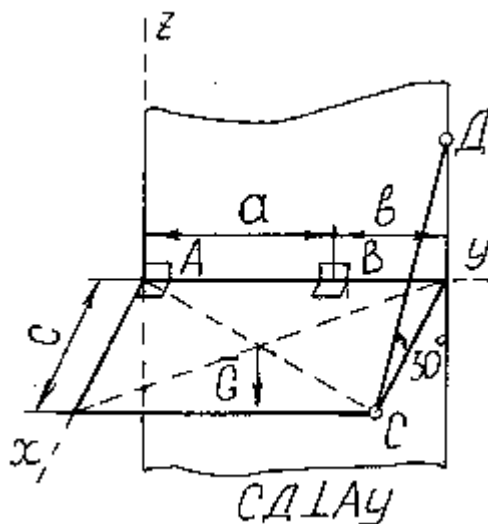


Рисунок 2С23 Расчетная схема к заданию 2С вариант 23

№ вар.	23 - 1	23 - 2	23 - 3	23 - 4	23 - 5	23 - 5	23 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7
b, м	0,2	0,25	0,25	0,3	0,35	0,35	0,4
c, м	0,45	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5	0,55

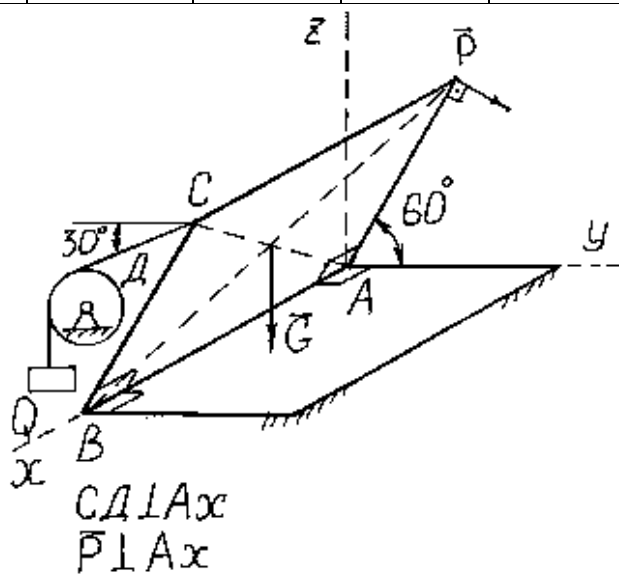


Рисунок 2С24 Расчетная схема к заданию 2С вариант 24

№ вар.	24 - 1	24 - 2	24 - 3	24 - 4	24 - 5	24 - 6	24 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
P, м	500	550	600	650	700	750	800

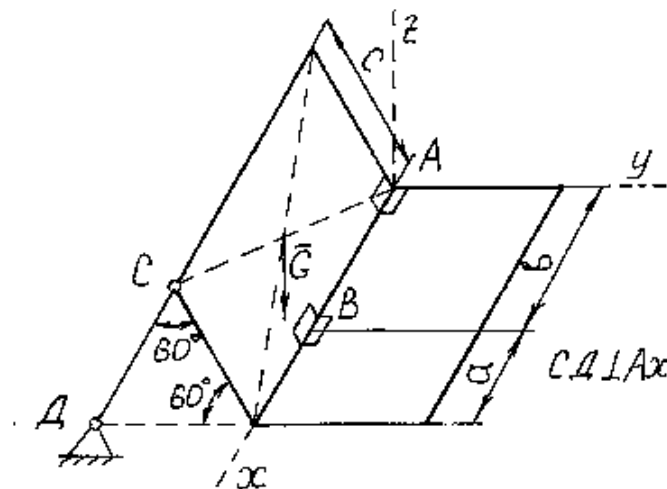


Рисунок 2С25 Расчетная схема к заданию 2С вариант 25

№ вар.	25 - 1	25 - 2	25 - 3	25 - 4	25 - 5	25 - 5	25 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,2	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,3
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6
c, м	0,35	0,4	0,35	0,3	0,35	0,4	0,3

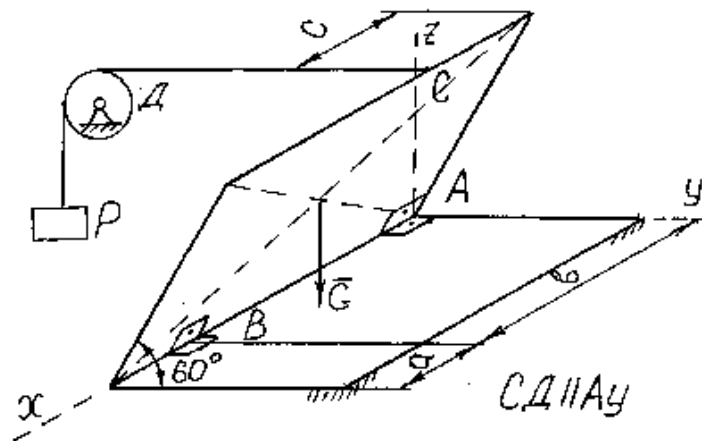


Рисунок 2С26 Расчетная схема к заданию 2С вариант 26

№ вар.	26 - 1	26 - 2	26 - 3	26 - 4	26 - 5	26 - 5	26 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,2	0,25	0,25	0,3	0,3	0,35	0,3
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6
c, м	0,35	0,4	0,35	0,3	0,35	0,4	0,3

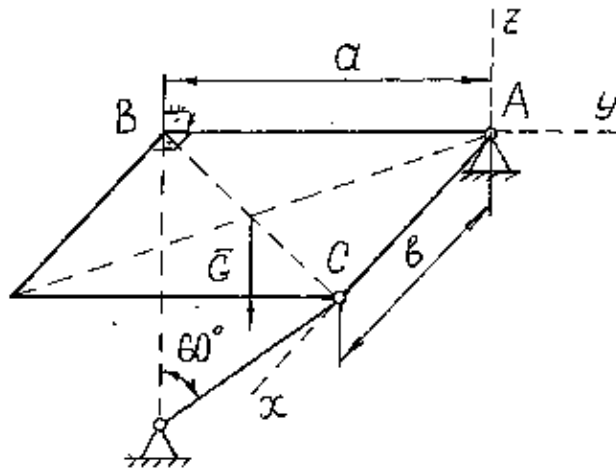


Рисунок 2С27 Расчетная схема к заданию 2С вариант 27

№ вар.	27 - 1	27 - 2	27 - 3	27 - 4	27 - 5	27 - 5	27 - 7
G, Н	300	350	400	450	500	550	600
a, м	0,5	0,5	0,55	0,6	0,55	0,65	0,7
b, м	0,4	0,45	0,45	0,5	0,5	0,55	0,6

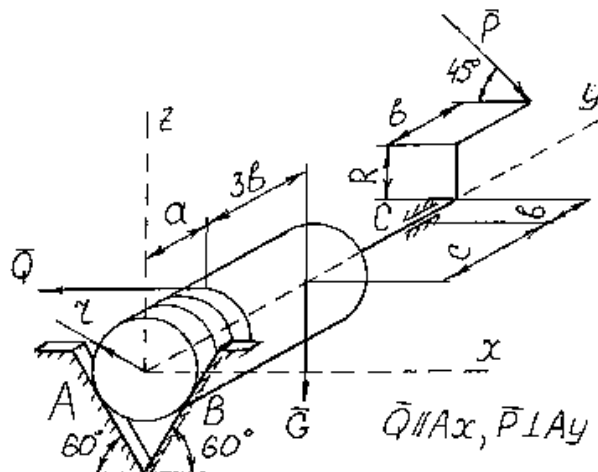


Рисунок 2С28 Расчетная схема к заданию 2С вариант 28

№ вар.	28 - 1	28 - 2	28 - 3	28 - 4	28 - 5	28 - 6	28 - 7
Q, Н	250	300	350	400	450	500	550
G, Н	400	450	500	600	650	700	750
a, м	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,6	0,65
b, м	0,15	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25
c, м	0,45	0,4	0,4	0,45	0,5	0,5	0,55
R, м	0,15	0,2	0,25	0,3	0,3	0,35	0,35
r, м	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35	0,3

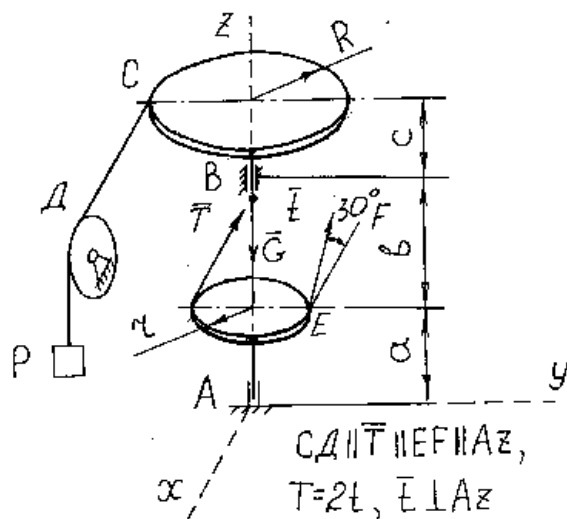


Рисунок 2С29 Расчетная схема к заданию 2С вариант 29

№ вар.	29 - 1	29 - 2	29 - 3	29 - 4	29 - 5	29 - 6	29 - 7
T, Н	300	450	400	450	500	550	600
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,4	0,45
b, м	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,5
c, м	0,15	0,2	0,25	0,2	0,3	0,35	0,35
R, м	0,2	0,25	0,3	0,3	0,3	0,35	0,4
r, м	0,12	0,15	0,15	0,2	0,2	0,2	0,25

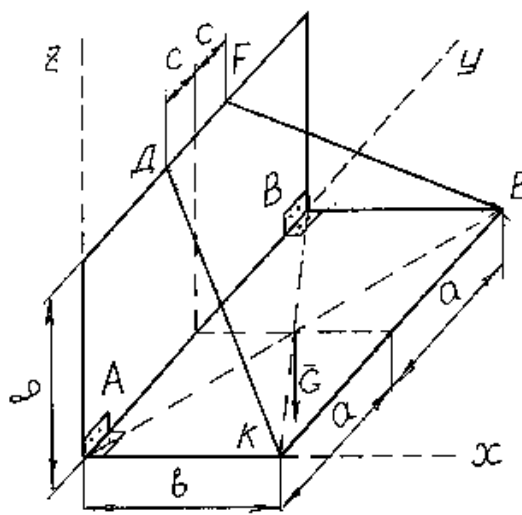


Рисунок 2С30 Расчетная схема к заданию 2С вариант 30

№ вар.	30 - 1	30 - 2	30 - 3	30 - 4	30 - 5	30 - 6	30 - 7
G, Н	150	150	200	250	250	300	350
a, м	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,7	0,75
b, м	0,6	0,65	0,6	0,55	0,85	0,8	0,9
c, м	0,1	0,2	0,15	0,2	0,15	0,15	0,25

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература:

1. Диевский В.А. Теоретическая механика [Текст]: Курс лекций / В.А. Диевский. - 2-е изд., испр., 2008. - 320 с.
2. Диевский В.А., Малышева И.А. Теоретическая механика [Текст]: Сборник заданий / В.А. Диевский, И.А. Малышева. - 2-е изд., испр.. – С-Пб.: Лань, 2008. - 192 с.
3. Доев В.С., Доровин Ф.А. Сборник заданий по теоретической механике на базе MATCAD [Текст]: Учебник / В.С. Доев, Ф.А. Доровин. - 1-е изд. С-Пб.: Лань, 2009.- 480 с.
4. Кепе О.Э. Сборник коротких задач по теоретической механике [Текст]: учебник / О.Э. Кепе. - 2-е изд. С-Пб.: Лань, 2009. - 368 с.
5. Лачуга Е.Ф., Ксендзов В.А. Теоретическая механика [Текст]: Учебник / Ю.Ф. Лачуга, В.А. Ксендзов – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Колос, 2005. – 570 с.
6. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики [Текст]: учебник / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. -9-е изд. В 2-х томах. С-Пт., М., Краснодар: 2007. -736 с.
7. Задачи по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по техн. спец. / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. - 46-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2006. - 448 с.
8. ОПД.Ф.02.01 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. РАЗДЕЛ СТАТИКА. КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ [Текст]: составитель М.З. Нафиков. Уфа: Башкирский ГАУ, 2011. - 86 с.

Дополнительная литература:

1. Чуркин В.М. Решение задач по теоретической механике [Текст]: Геометрическая статика / В.М. Чуркин. - 1-е изд. С-Пб.: Лань 2009. - 304 с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др. ; под ред. А. А. Яблонского. - 7-е изд., испр. - М. : ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2002. - 382 с.

СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование	Назначения (виды занятий, № тем и т.д.)
1. Методические указания и контрольные задания к самостоятельной работе студентов по теоретической механике (статике). Уфа, 2010. –40 с.	РГР №1
2. Методическая указания по решению задач по статике. Уфа, 2010. –12 с.	РГР№1
3. Кинематика. Задания для расчетно-графической работы по разделу дисциплины «Теоретическая механика» Уфа, 2010. – 48 с.	РГР №1
4. Домашнее задание по кинематике. Уфа, 2010. –20 с.	РГР №1
5. Динамика. Задания к расчетно-графической работе по разделу дисциплины «Теоретическая механика» Уфа, 2010. - 64	РГР №2
6. Контрольные задания по теоретической механике. Уфа, 2010. –24 с.	Задание на контрольную работу для студентов-заочников
7. Пакеты программ АРМ Win Machine, Mathcad, AUTOCAD, Компас-график	Практические занятия, СРС по выполнению РГР, контрольной работы.