

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра механики и
конструирования машин

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. РАЗДЕЛ
ДИНАМИКА.
ДИНАМИКА КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ.
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Направления подготовки:
35.03.06 Агроинженерия
13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

Уфа – 2019

УДК 531
ББК 22.21
Н34

Рекомендованы к изданию методической комиссией механического факультета (протокол № 8/1 от 28 марта 2019 г.)

Составитель доктор технических наук, профессор Нафиков М.З.

Рецензент: Рецензент: к. ф.м наук, доцент, Лукманов Р.Л.

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой механики и конструирования машин, кандидат технических наук, доцент Ахметьянов И.Р.

В методическом пособии содержатся задания для самостоятельного решения задачи по динамике на тему «Динамика криволинейного движения материальной точки». Вариант задания выдается преподавателем. В некоторых задачах используется понятие "плавучесть", означающее разность между подъемной силой Архимеда и силой тяжести. Звездочкой помечены задачи повышенной сложности (варианты 26-33).

ЗАДАНИЕ 2. ДИНАМИКА КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Данное задание состоит из одной задачи. В некоторых задачах используется понятие "плавучесть", означающее разность между подъемной силой Архимеда и силой тяжести. Звездочкой помечены задачи повышенной сложности (варианты 26-33).

Вариант 1

Подводная лодка, не имевшая хода, получив небольшую плавучесть $\rho = 0.01mg$, начинает подниматься с глубины $H = 100$ м. При этом начавший работать двигатель обеспечивает постоянную горизонтальную силу тяги $T = 0.01mg$. Силу сопротивления принять пропорциональной первой степени скорости V и равной

$R = -0.1mV$. Определить траекторию лодки и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту всплытия.

Вариант 2

Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ тяжелой материальной точки M массы $m = 5$ кг, протягиваемой к неподвижному центру O силой, прямо пропорциональной расстоянию до него. Движение происходит в пустоте, сила притяжения $F = -k^2 mOM$, $k = 20$ с⁻¹. Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². В начальный момент времени ($t = 0$) $x_0 = 0$, $v_{x0} = 200$ м/с,

$y_0 = b = 50$ м, $v_{y0} = 0$. Ось Ox горизонтальна, а ось Oy направлена по вертикали вверх.

Вариант 3

Подводная лодка, не имевшая хода, находилась в надводном положении на расстоянии $H = 100$ от дна. Получив отрицательную плавучесть $\rho = 0.1mg$, она начинает уходить от преследования на очень тихом ходу, который обеспечивается малой постоянной горизонтальной силой тяги двигателя $T = 0.001mg$. Горизонтальной компонентой силы сопротивления можно пренебречь, а ее вертикальную составляющую принять равной $R = -0.05mgV_y^2$, где V_y - вертикальная скорость погружения лодки. Определить закон движения лодки и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту, когда она ляжет на дно.

Вариант 4

Точка M массы $m = 5$ кг движется под действием силы отталкивания от

неподвижного центра O , изменяющейся по закону $F = k^2 m \mathbf{r}$, где $k = 20 \text{ с}^{-1}$, \mathbf{r} - радиус-вектор точки. В начальный момент точка M имела координаты $M_0(a, 0)$, $a = 24 \text{ м}$, и скорость v_0 с проекциями $v_{x0} = 0$, $v_{y0} = 4 \text{ м/с}$. Определить закон движения и траекторию точки M . Силой тяжести Земли пренебречь.

Вариант 5

Подводная лодка, не имевшая хода, получив небольшую положительную плавучесть $p = 0.001 \text{ мг}$, начинает подниматься с глубины $H = 150 \text{ м}$. При этом начавший работать двигатель обеспечивает постоянную горизонтальную силу тяги $T = \text{мг}$. Вертикальной компонентой силы сопротивления можно пренебречь, а ее горизонтальную составляющую принять равной $R = -0.1 m V_x^2$ где V_x - горизонтальная скорость лодки. Определить траекторию движения лодки и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту всплытия.

Вариант 6

Подводная лодка, двигавшаяся в надводном положении с малой скоростью $U_0 = 0.5 \text{ м/с}$, получив отрицательную плавучесть $p = 0.5 \text{ мг}$, начала срочное погружение с выключенными двигателями. Горизонтальной компонентой силы сопротивления можно пренебречь, а ее вертикальную составляющую принять равной $R = -0.05 m V_y^2$, где V_y - вертикальная скорость погружения лодки. Определить закон движения лодки и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту, когда она погрузится на глубину $H = 150 \text{ м}$.

Вариант 7

Телу M массы $m = 8 \text{ кг}$, принимаемому за материальную точку и находящемуся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$ (рис. 9.1), сообщена начальная скорость $v_0 = 18 \text{ м/с}$, направленная под углом $\beta = 45^\circ$ к оси x и лежащая в плоскости xu . Ось y горизонтальна. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Определить закон движения тела по наклонной плоскости $x(t)$, $y(t)$.

Вариант 8

Подводная лодка, двигавшаяся в надводном положении со скоростью $U_0 = 0.5 \text{ м/с}$, получив отрицательную плавучесть $p = 0.1 \text{ мг}$, начала погружение с выключенными двигателями. Силу сопротивления принять пропорциональной первой степени скорости \mathbf{V} и равной $\mathbf{R} = -0.05 m \mathbf{V}$. Определить траекторию движения лодки и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту, когда она погрузится на глубину $H = 150 \text{ м}$.

Вариант 9

Наибольшая горизонтальная дальность полета снаряда $l_{\max} = 3.5 \cdot 10^4 \text{ м}$ достигается при угле бросания α_{\max} по отношению к горизонту. Определить, чему равны начальная скорость снаряда v_0 и α_{\max} . Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь. Начальная скорость снаряда v_0 при вылете из канала ствола орудия фиксирована.

Вариант 10

Береговое орудие, расположенное на высоте $H = 150$ м над уровнем моря, стреляет снарядами, имеющими при вылете из ствола скорость $U_0 = 1500$ м/с. Определить дальность поражения цели при горизонтальном выстреле и закон движения снаряда $x(t)$, $y(t)$, если вертикальной компонентой силы сопротивления можно пренебречь, а ее горизонтальную составляющую принять равной $R = -0.1 m v_x^2$, где v_x - горизонтальная скорость снаряда.

Вариант 11

Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ материальной точки M массы $m = 8$ кг, притягиваемой к неподвижному центру O силой, прямо пропорциональной расстоянию до него. Движение происходит в пустоте, сила притяжения равна $F = -k^2 m \mathbf{OM}$, $k = 12$ с⁻¹. В начальный момент времени ($t = 0$) $x_0 = 18$ м, $v_{x0} = 0$, $y_0 = 0$, $v_{y0} = 6$ м/с. Силой тяжести Земли пренебречь.

Вариант 12

Материальная точка массы m движется по гладкой горизонтальной плоскости Oxy под действием силы, направленной параллельно оси x . Модуль силы изменяется по закону $F = 3t^2$. Начальная скорость $V_0 = 5$ м/с направлена под углом α ($\alpha < \pi/2$) к линии действия силы. Получить уравнение траектории точки $y(x)$.

Вариант 13

Точка M массы $m = 8$ кг движется под действием силы отталкивания от неподвижного центра O , изменяющейся по закону $\mathbf{F} = \kappa^2 m \mathbf{r}$, где $\kappa = 12$ с⁻¹ \mathbf{r} - радиус-вектор точки. Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². В начальный момент времени ($t = 0$) $x_0 = 20$ м, $v_{x0} = 0$, $y_0 = 0$, $v_{y0} = 50$ м/с. Ось Ox горизонтальна, а ось Oy направлена по вертикали вверх. Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ и траекторию $y(x)$ точки M .

Вариант 14

Материальная точка массы m движется по гладкой горизонтальной плоскости Oxy под действием силы, направленной параллельно оси y (см. рис. 9.1). Модуль силы изменяется по закону $F = 4t^3$. Начальная скорость $V_0 = 5$ м/с направлена перпендикулярно к линии действия силы. Найти закон движения $x(t)$, $y(t)$ и уравнение траектории точки $y = y(x)$.

Вариант 15

Телу M массы $m = 20$ кг, принимаемому за материальную точку и находящемуся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 60^\circ$ (см. рис. 9.1), сообщена начальная скорость $v_0 = 2$ м/с, направленная под углом $\beta = 30^\circ$ к оси x и лежащая в плоскости xy , Ось y горизонтальна. Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². Определить закон движения тела по наклонной плоскости $x(t)$, $y(t)$.

Вариант 16

При угле бросания $\alpha = 60^\circ$ по отношению к горизонту снаряд имеет горизонтальную дальность полета $l = 2.8 \cdot 10^4$ м. Определить, чему при этом равна начальная скорость снаряда v_0 . Найти также горизонтальную дальность и максимальную высоту траектории при угле бросания 30° . Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь. Начальная скорость снаряда v_0 при вылете из канала ствола орудия фиксирована.

Вариант 17

Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ тяжелой материальной точки M массы $m = 6$ кг, притягиваемой к неподвижному центру O силой, прямо пропорциональной расстоянию до него. Движение происходит в пустоте, сила притяжения равна $\mathbf{F} = -k^2 m \mathbf{OM}$, $k = 8$ с⁻¹. Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². В начальный момент времени ($t = 0$) $x_0 = 24$ м, $v_{x0} = 0$, $y_0 = 40$ м, $v_{y0} = 0$. Ось Ox горизонтальна, а ось Oy направлена по вертикали вверх.

Вариант 18

Точка M массы $m = 4$ кг движется под действием силы отталкивания от неподвижного центра O , изменяющейся по закону $F = k^2 m r$, где $k = 10$ с⁻¹, \mathbf{r} - радиус-вектор точки. Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с². В начальный момент времени ($t = 0$) $x_0 = 2$ м, $v_{x0} = 4$ м/с, $y_0 = 0$, $v_{y0} = 0$. Ось Ox горизонтальна, а ось Oy направлена по вертикали вверх. Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ и траекторию $y(x)$ точки M .

Вариант 19

Парашютист массы m падает с раскрытым парашютом на Землю в спокойном воздухе вертикально с установившейся постоянной скоростью $V_0 = 5$ м/с. На высоте $h = 100$ м над поверхностью Земли он, натянув стропы, приобретает горизонтальную скорость $u_0 = 2$ м/с. Определить величину горизонтального отклонения парашютиста от первоначального направления его движения в момент приземления и закон его движения, если при дальнейшем спуске он удерживает стропы в том же положении. Горизонтальная компонента силы сопротивления, действующая на парашютиста в воздушном потоке, $R_x = -0.01 m V_x$, где V_x - горизонтальная скорость парашютиста. Изменением вертикальной компоненты силы сопротивления, вызванной наклоном купола парашюта, пренебречь.

Вариант 20

Стартуя с поверхности Земли, реактивный снаряд массы $M = 100$ кг движется в течение первых 10 с под действием силы тяги $F = 5000$ Н, направленной под углом $\alpha = \pi/4$ к горизонту ($F \sin \alpha > Mg$). Затем сила тяги отключается. Определить траекторию движения снаряда и его дальность полета. Силой сопротивления воздуха пренебречь.

Вариант 21

Телу M массы $m = 28$ кг, принимаемому за материальную точку и находящемуся на гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 45^\circ$ (см. рис. 9.1), сообщена начальная скорость $v_0 = 34$ м/с, направленная под углом $\beta = 30^\circ$ к оси x и лежащая в плоскости xy . Ось y горизонтальна. Ускорение свободного

падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Определить закон движения тела по наклонной плоскости $x(t)$, $y(t)$.

Вариант 22

Подводная лодка, не имевшая хода, получив небольшую положительную плавучесть $p = 0.01mg$, начинает подниматься с глубины $H = 100 \text{ м}$. При этом начавший работать двигатель обеспечивает постоянную горизонтальную силу тяги $T = 0.01mg$. Вертикальной компонентой силы сопротивления можно пренебречь, а ее горизонтальную составляющую принять равной $R = -0.01mV_x$, где V_x - горизонтальная скорость лодки. Определить траекторию движения лодки $y(x)$ и расстояние, пройденное ею по горизонтали к моменту всплытия.

Вариант 23

При угле бросания $\alpha_0 = 42^\circ$ по отношению к горизонту снаряд имеет горизонтальную дальность полета $l(\alpha_0) = 3.8 \cdot 10^4 \text{ м}$. Определить, чему равна начальная скорость снаряда v_0 при вылете из канала ствола орудия. Найти также горизонтальную дальность полета снаряда и время полета снаряда до цели при угле бросания $\alpha_0 = 35^\circ$ и той же начальной скорости v_0 . Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Вариант 24

Определить угол наклона α ствола орудия к горизонту, чтобы поразить цель, обнаруженную на той же горизонтальной плоскости, что и орудие, на расстоянии $l = 3.2 \cdot 10^4 \text{ м}$. Дополнительно определить максимальную высоту траектории и время полета снаряда до цели. Начальная скорость снаряда $v_0 = 600 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Вариант 25

Определить зависимость горизонтальной дальности полета снаряда $l(\alpha)$, максимальной высоты его траектории $h(\alpha)$ и времени полета $\tau(\alpha)$ от угла наклона α ствола орудия к горизонту. Найти также значения этих величин для $\alpha_0 = 38^\circ$. Начальная скорость снаряда $v_0 = 980 \text{ м/с}$. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Вариант 26*

Воздушный шар массы m под действием выталкивающей силы $F = 1.1mg$ начинает подъем. Горизонтальная компонента силы сопротивления воздуха пропорциональна квадрату горизонтальной компоненты скорости шара относительно воздуха: $R_x = -0.1mV_x^2$, где V_x - его горизонтальная относительная скорость. Вертикальной компонентой силы сопротивления воздуха пренебречь. Определить закон движения шара $x(t)$, $y(t)$, если дует горизонтальный ветер со скоростью $u_0 = 10 \text{ м/с}$.

Вариант 27*

Тело M массы $m = 8 \text{ кг}$ находится под действием двух сил притяжения $\mathbf{F}_1 = -k^2m\mathbf{O}_1M$, $\mathbf{F}_2 = -k^2m\mathbf{O}_2M$, $k = 20 \text{ с}^{-1}$, направленных к двум неподвижным центрам $O_1(-a, 0)$ и $O_2(a, 0)$, $a = 24 \text{ м}$. Движение начинается в точке $A_0(-2a, 0)$ со скоростью $V_{x0} = 0$, $v_{y0} = 18 \text{ м/с}$. Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ и траекторию $y(x)$ точки M . Найти моменты времени, когда она пересекает ось Ox , и вычислить ее координаты в эти моменты времени. Силой тяжести пренебречь.

Вариант 28*

Тело M массы $m = 2 \text{ кг}$ находится под действием двух сил притяжения $\mathbf{F}_1 = -k^2 m \mathbf{O}_1 M$, $\mathbf{F}_2 = -k^2 m \mathbf{O}_2 M$, $k = 120 \text{ с}^{-1}$, направленных к двум не подвижным центрам $O_1 (-a, 0)$ и $O_2 (a, 0)$, $a = 12 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Движение начинается в точке $A_0 (2a, 0)$ со скоростью $V_{x0} = 0$, $v_{y0} = 12 \text{ м/с}$. Ось Ox горизонтальна, а ось Oy направлена по вертикали вверх. Определить закон движения $x(t)$, $y(t)$ и траекторию $y(x)$ точки M . Найти моменты времени, когда она пересекает ось Ox , и вычислить ее координаты в эти моменты времени.

Вариант 29*

Материальная точка M массы m движется в вертикальной плоскости под действием силы тяжести, постоянной горизонтальной силы тяги $F = 0.1mg$, силы сопротивления $\mathbf{R} = -0.1m\mathbf{V}$, где \mathbf{V} - скорость точки, и вертикальной подъемной силы $Q \sim 2mv_x$, где V_x - горизонтальная скорость точки. Получить закон движения точки вдоль вертикальной оси y , если в начальный момент времени ($t = 0$) ее положение совпадало с началом системы координат, а ее начальная скорость горизонтальна и равна $V_0 = 5 \text{ м/с}$.

Вариант 30*

Тело массы m на высоте $H = 500 \text{ м}$ над поверхностью Земли имело скорость $v_0 = 7 \text{ м/с}$, направленную вертикально вниз. Затем оно попадает в воздушный поток, который движется горизонтально с постоянной скоростью $u_0 = 10 \text{ м/с}$. В результате на него действует сила $\mathbf{R} = -\mu m \mathbf{V}_r$, где \mathbf{V}_r - скорость тела относительно потока. Определить величину горизонтального отклонения тела от первоначального направления его движения в момент падения на Землю.

Вариант 31*

Паращютист массы m , совершая затыжной прыжок, падает на Землю в спокойном воздухе вертикально с установившейся постоянной скоростью $V_0 = 40 \text{ м/с}$. На некоторой высоте от поверхности Земли он попадает в воздушный поток, который движется горизонтально с постоянной скоростью $u_0 = 0.5 \text{ м/с}$, и в это же время открывает парашют. Горизонтальная компонента силы, действующая на парашютиста в воздушном потоке, $R_x = -0.01mV_{rx}$, где V_{rx} - горизонтальная скорость тела относительно потока воздуха. Вертикальная компонента силы сопротивления, действующая на парашютиста, $R_y = -0.1mV_y^2$, где V_y - его вертикальная скорость. Определить закон движения парашютиста $x(t)$, $y(t)$ после раскрытия парашюта.

Вариант 32*

Материальная точка M массы m движется в вертикальной плоскости под действием силы тяжести, постоянной горизонтальной силы тяги $F = 0.2mg$, силы сопротивления $\mathbf{R} = -0.1m\mathbf{V}$, где \mathbf{V} - скорость точки, и вертикальной подъемной силы $Q = 2mv_x$, где v_x - горизонтальная скорость точки. Получить закон движения точки в направлении горизонтальной оси x , если в начальный момент времени ($t = 0$) ее положение совпадало с началом системы координат, а ее начальная скорость горизонтальна и равна $v_0 = 5 \text{ м/с}$.

Вариант 33*

Парашютист массы m с раскрытым парашютом падает вертикально с установившейся постоянной скоростью $v_0 = 5$ м/с. На высоте $h = 100$ м над поверхностью Земли он попадает в воздушный поток, который движется горизонтально с постоянной скоростью $u_0 = 5$ м/с. Определить величину горизонтального отклонения парашютиста от первоначального направления его движения в момент приземления и закон его движения $x(t)$, $y(t)$. Горизонтальная компонента силы сопротивления, действующая на парашютиста в воздушном потоке, $R_x = -0.01 mV_x$, где V_x - горизонтальная скорость парашютиста относительно потока воздуха.

Пример. Научно-исследовательская подводная лодка шарообразной формы и массы $m = 1.5 \times 10^5$ кг начинает погружаться с выключенными двигателями, имея горизонтальную скорость $v_{x0} = 30$ м/с и отрицательную плавучесть $P_1 = 0.01mg$, где P_1 - векторная сумма архимедовой выталкивающей силы Q и силы тяжести mg , действующих на лодку. Сила сопротивления воды $R = -\alpha v$, $\alpha = 3 \times 10^4$ кг/с. Определить уравнения движения лодки и ее траекторию.

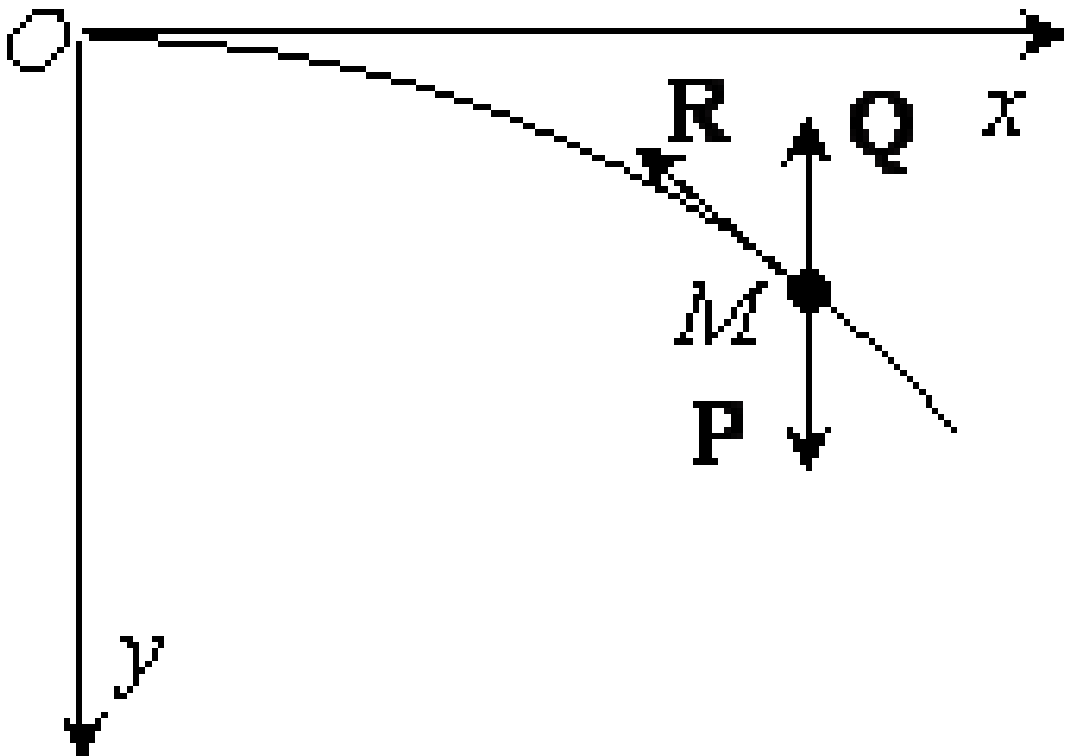


Рисунок 1 Движение подводной лодки при погружении

Решение. Начало координат выберем в начальном положении лодки, ось Ox направим горизонтально, а ось Oy – вертикально вниз. На лодку действуют три силы: $P = mg$ – вес лодки, Q – архимедова выталкивающая сила, причем $mg > Q$, и сила сопротивления R . Лодку примем за материальную точку M . Тогда второй закон Ньютона запишется так: . В проекциях на оси Ox и Oy он

будет иметь вид: $m\ddot{x} = 0 - \alpha v_x$, . Перепишем эти уравнения в форме системы уравнений первого порядка

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\alpha}{m}v_x, \quad \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\alpha}{m}v_y + \frac{P_1}{m}.$$

Интегрируя их методом разделения переменных, получаем

$$\int_{v_{x_0}}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} = -\int_0^t \frac{\alpha}{m} dt, \quad \int_0^{v_y} \frac{dv_y}{\left(v_y - \frac{P_1}{\alpha}\right)} = -\int_0^t \frac{\alpha}{m} dt.$$

После интегрирования и подстановки численных значений параметров и начальных данных находим.

$$v_x(t) = v_{x_0} e^{-\frac{\alpha}{m}t} = 30e^{-0.2t} \quad \text{М/с},$$

$$v_y(t) = \frac{P_1}{\alpha}(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}) = 0.49(1 - e^{-0.2t}) \quad \text{М/с}$$

Закон движения находим из решения дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = 30e^{-0.2t}, \quad \dot{y} = 0.49(1 - e^{-0.2t}).$$

Он описывается соотношениями

$$x(t) = x_0 + \int_0^t 30e^{-0.2t} dt = 150(1 - e^{-0.2t}) \quad \text{М},$$

$$y(t) = y_0 + \int_0^t 0.49(1 - e^{-0.2t}) dt = 0.49[t - (1 - e^{-0.2t})] \quad \text{М}$$

В заключение найдем траекторию $y(x)$. Для этого из первого уравнения выразим время t через координату x

$$t = -51 \ln\left(1 - \frac{x}{150}\right)$$

Подставляя это выражение во второе уравнение, находим

$$y(x) = 0.49\left[-51 \ln\left(1 - \frac{x}{150}\right) - \frac{x}{30}\right].$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Курс теоретической механики [Текст]: учебник для вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М.: Кнорус, 2010.
- 2 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / [А. А. Яблонский и др.] ; под общ. ред. А. А. Яблонского. - М. : Кнорус, 2010.
3. Нафиков, М. З. Теоретическая механика. Конспект лекций по динамике [Электронный ресурс] : учебное пособие / М. З. Нафиков ; М-во сел. хоз-ва РФ, Башкирский ГАУ. - Уфа : [Башкирский ГАУ], 2015. - 121 с. - Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/36639.pdf>
Конспект лекций по теоретической механике

