	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный аграрный университет»	Методические указания
		Б1.В.07 Теоретические основы электротехники

Кафедра электрических машин
и электрооборудования

Б1.В.07 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к практическим занятиям по дисциплине Часть 1

Направление подготовки
4.35.03.06 Агроинженерия

Профиль подготовки
Электрооборудование и электротехнологии

Квалификация (степень) выпускника
бакалавр

Уфа 2018

УДК 621.3
ББК 31.2
М 54

Рекомендовано к изданию методической комиссией энергетического факультета (протокол № 8 от «29» марта 2018 г.)

Составители: д-р техн. наук, профессор Аипов Р.С.
канд техн. наук, ст. преподаватель Нугуманов Р. Р.

Рецензент: заведующий кафедрой электроснабжения и применения электрической энергии в с.х., д-р техн. наук Галиуллин Р.Р.

Ответственный за выпуск: и.о. заведующего кафедрой электрических машин и электрооборудования канд. техн. наук, доцент Акчурин С.В.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	5
1.1 Законы Ома и Кирхгофа. Эквивалентные преобразования	5
1.2 Мощность в электрической цепи. Условие передачи максимальной мощности от источника к приемнику	14
1.3 Метод контурных токов, метод узловых напряжений. Метод наложения	15
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	19
2.1 Анализ цепей однофазного синусоидального тока с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов	19
2.2 Применение комплексных чисел и векторных диаграмм к расчету электрических цепей переменного тока	26
2.3 Анализ несинусоидальных токов и напряжений	35
3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	42
3.1 Анализ трехфазных цепей переменного тока при соединении нагрузки по схеме звезда, треугольник	42
4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ СРО В СООТВЕТСТВИИ С РАБОЧЕЙ ПРОГРАММОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	52
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	53

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические указания являются составной частью учебно-методического комплекса (УМК) дисциплины «Б1.В.07 Теоретические основы электротехники», включающего в себя сведения о структуре дисциплины, ее содержании, а также рекомендации студентам по самостоятельной работе на занятиях семинарского типа (практические занятия).

Изложение и объём учебного материала соответствует рабочей программе дисциплины.

В первой части методических указаний рассматриваются три основные темы:

- линейные электрические цепи постоянного тока;
- электрические цепи однофазного тока;
- трехфазные электрические цепи.

Структура каждой главы содержит теоретические положения, типовые задачи для самостоятельного решения и для решения на практических занятиях.

Каждая глава обеспечивает:

- эффективную теоретическую и практическую подготовку бакалавров в области теоретической электротехники;
- развитие технического мышления;
- приобретение знаний, необходимых для изучения специальных дисциплин, связанных с эксплуатацией электротехнического оборудования;
- овладение знаниями, умениями и навыками, необходимыми для квалификационного и безопасного использования электротехнических устройств с целью реализации производственного процесса.

Такая структура позволяет формировать соответствующие профессиональные компетенции ФГОС ВО.

1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Законы Ома и Кирхгофа. Эквивалентные преобразования

Цель занятия: получить практические навыки в расчете электрических цепей постоянного тока применением законов Ома и Кирхгофа и анализе электрических цепей с помощью эквивалентных преобразований.

Задание:

- 1) Применить первый и второй законы Кирхгофа, законы Ома для участка цепи, замкнутой цепи для расчета электрических схем;
- 2) Упростить электрические схемы путем применения соответствующих эквивалентных преобразований;
- 3) Выполнить проверку правильности решения, составив баланс мощностей.

1.1.1 Теоретические сведения

Электрическая цепь представляет собой совокупность электротехнических устройств, создающих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых описываются уравнениями с учетом понятий об электродвижущей силе, электрическом токе и электрическом напряжении.

Основными элементами электрической цепи (рисунок 1.1) являются источники и потребители электрической энергии [1,2,3,4].

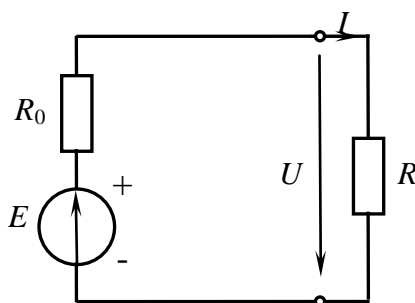


Рисунок 1.1 Основные элементы электрической цепи

В качестве источников электрической энергии постоянного тока широко распространены генераторы постоянного тока и гальванические элементы.

Потребителями электрической энергии являются резисторы, электрические двигатели, электролизные ванны, электрические лампы и т. д. В них электрическая энергия преобразуется в механическую, тепловую, световую и др.

При расчете и анализе электрических цепей источник энергии представляют эквивалентным источником ЭДС или источником тока.

Идеальным **источником ЭДС** [1,2] называют такой источник энергии, ЭДС которого не зависит от протекающего через него тока, а его внутреннее сопротивление равно нулю. Схема замещения реального источника изображается в виде иде-

ального источника ЭДС E и внутреннего сопротивления R_0 , вынесенного за его пределы (рисунок 1.1). Ток в цепи с реальным источником определяется по закону Ома

$$I = \frac{E}{R + R_0}. \quad (1.1)$$

Источником тока называют такой идеализированный источник электрической энергии, который создает ток в цепи, не зависящий от напряжения на его зажимах; при этом его внутреннее сопротивление бесконечно большое [2,4]. Схема замещения реального источника тока представлена на рисунке 1.2.

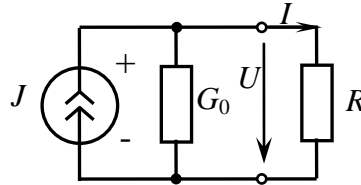


Рисунок 1.2 Схема замещения реального источника тока

При расчете цепей источники тока могут быть заменены источником ЭДС и наоборот. Каждая из двух схем источников является равноценной (эквивалентной). При замене источника ЭДС эквивалентным источником тока мощность, потребляемая нагрузкой, принимается неизменной.

Условия эквивалентности источников ЭДС и тока найдем из выражения для токов и напряжений на выходах источников. Для источника ЭДС (рисунок 1.1)

$$U = E - R_0 I \quad \text{или} \quad I = \frac{E}{R_0} - \frac{U}{R_0}. \quad (1.2)$$

Для источника тока (рисунок 1.2)

$$I = J - G_0 U \quad \text{или} \quad U = \frac{J}{G_0} - \frac{I}{G_0}. \quad (1.3)$$

Сопоставляя 1.2 и 1.3, получим:

$$J = \frac{E}{R_0} \quad \text{и} \quad G = \frac{1}{R_0}; \quad E = \frac{J}{G_0} \quad \text{и} \quad R_0 = \frac{1}{G_0}. \quad (1.4)$$

Для участка цепи, не содержащего источник энергии (например, для схемы рисунок 1.3, а), связь между током I и напряжением U_{12} определяется **законом Ома** для участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sum R} = \frac{U_{12}}{\sum R}, \quad (1.5)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы точек 1 и 2 цепи;

$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ – напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2 цепи;

$\sum R$ – сумма сопротивлений на участке цепи;

R_1 и R_2 – сопротивления участков цепи.

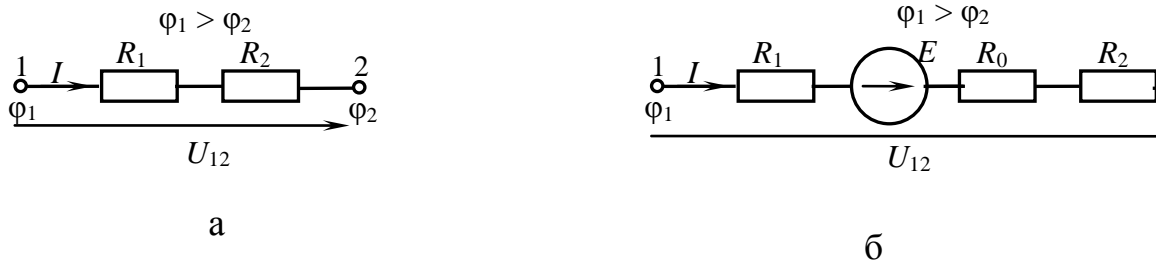


Рисунок 1.3 Электрическая схема участка цепи: а – не содержащая источник энергии; б – содержащая источник энергии

Для участка цепи, содержащей источник энергии (рисунок 1.3, б), закон Ома записывают в виде выражения

$$I = \frac{E \pm U_{12}}{\sum R + R_0}, \quad (1.6)$$

где E – ЭДС источника энергии;

$\sum R = R_1 + R_2$ – арифметическая сумма сопротивлений участков цепи;

R_0 – внутреннее сопротивление источника энергии.

При расчетах неразветвленных и разветвленных линейных электрических цепей постоянного тока могут быть использованы различные методы, выбор которых зависит от вида электрической цепи.

Законы Кирхгофа устанавливают соотношения для токов и напряжений в разветвленных электрических цепях различной конфигурации.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов в узле равна нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1.7)$$

где I_k – ток в k -й ветви.

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма напряжений вдоль замкнутого контура равна нулю или алгебраическая сумма падений напряжений на сопротивлениях контура $\sum_{k=1}^m I_k R_k$ равна алгебраической сумме э.д.с. источников $\sum_{i=1}^n E_i$, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{k=1}^m I_k R_k. \quad (1.8)$$

При расчетах сложных электрических цепей во многих случаях целесообразно производить их упрощение, путем свертывания, заменяя отдельные участки цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединениями сопротивлений одним эквивалентным сопротивлением с помощью метода *эквивалентных преобразований* (метода трансформаций) электрических цепей.

Метод эквивалентных преобразований

Электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений (рисунок 1.4, а) заменяется при этом цепью с одним эквивалентным сопротивлением $R_{эк}$ (рисунок 1.4, б), равным сумме всех сопротивлений цепи [2]:

$$R_{\text{эк}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (1.9)$$

где $R_1, R_2 \dots R_n$ – сопротивления отдельных участков цепи.

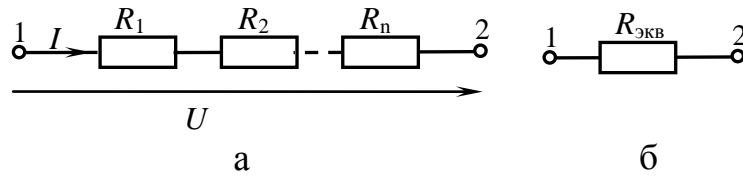


Рисунок 1.4 Электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений

При этом ток I в электрической цепи сохраняет неизменным свое значение, все сопротивления обтекаются одним и тем же током. Напряжения (падения напряжения) на сопротивлениях при их последовательном соединении распределяются пропорционально сопротивлениям отдельных участков: $U_1/R_1 = U_2/R_2 = \dots U_n/R_n$.

При параллельном соединении сопротивлений все сопротивления находятся под одним и тем же напряжением U (рисунок 1.5). Электрическую цепь, состоящую из параллельно соединенных сопротивлений, целесообразно заменить цепью с эквивалентным сопротивлением $R_{\text{эк}}$, которое определяется из выражения

$$\frac{1}{R_{\text{эк}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}, \quad (1.10)$$

где $\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$ – сумма величин, обратных сопротивлениям участков параллельных ветвей электрической цепи;

R_j – сопротивление параллельного участка цепи;

n – число параллельных ветвей цепи.

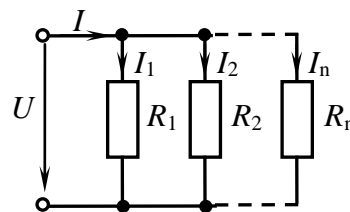


Рисунок 1.5 Электрическая цепь с параллельным соединением сопротивлений

Эквивалентное сопротивление участка цепи, состоящего из одинаковых параллельно соединенных сопротивлений, равно $R_{\text{эк}} = R_j/n$. При параллельном соединении двух сопротивлений R_1 и R_2 эквивалентное сопротивление определяется как $R_{\text{эк}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а токи распределяются обратно пропорционально этим сопротивлениям, при этом $U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots = R_n I_n$.

При смешанном соединении сопротивлений, т.е. при наличии участков электрической цепи с последовательным и параллельным соединением сопротивлений, эквивалентное сопротивление цепи определяется в соответствии с выражением

$$R_{\text{эк}} = \sum_{i=1}^n R_i + \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}}.$$

Во многих случаях оказывается целесообразным также преобразование сопротивлений, соединенных треугольником (рисунок 1.6), эквивалентной звездой (рисунок 1.6).

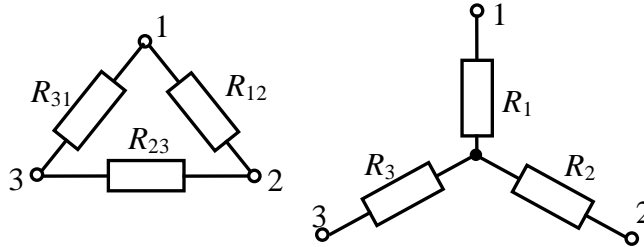


Рисунок 1.6 Электрическая цепь с соединением сопротивлений треугольником и звездой

При этом сопротивления лучей эквивалентной звезды определяют по формулам:

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

где R_1, R_2, R_3 – сопротивления лучей эквивалентной звезды сопротивлений;

R_{12}, R_{23}, R_{31} – сопротивления сторон эквивалентного треугольника сопротивлений. При замене звезды сопротивлений эквивалентным треугольником сопротивлений, сопротивления его рассчитывают по формулам:

$$R_{31} = R_3 + R_1 + R_3R_1/R_2; R_{12} = R_1 + R_2 + R_1R_2/R_3; R_{23} = R_2 + R_3 + R_2R_3/R_1.$$

Применение закона Кирхгофа для расчета электрических цепей

Сущность этого метода заключается в составлении системы уравнений в соответствии с первым и вторым законами Кирхгофа и решении этой системы относительно неизвестных токов.

Алгоритм решения:

- задать произвольно положительные направления токов в ветвях и обозначить их;
- по первому закону Кирхгофа составить $N_y - 1$ независимых уравнений, где N_y – число узлов в цепи; при составлении уравнений входящие в узел токи считать отрицательными, выходящие – положительными;
- недостающие $N_B - (N_y - 1)$ уравнения составляют по второму закону Кирхгофа, где N_B – число ветвей, для чего необходимо:
 - а - выбрать независимые контура и задать направления их обхода;
 - б - правило знаков для составления второго закона Кирхгофа - падение напряжения на сопротивлении положительно, если направление тока в нем и направление обхо-

да контура совпадают, и отрицательно - если не совпадают; для э.д.с. правило знаков аналогично;

- полученные уравнения решают совместно;
- выполняют проверку правильности решения.

Проверку правильности расчета токов можно произвести по балансу мощностей или по выполнению законов Кирхгофа для любого узла и контура цепи. Если в электрической цепи некоторые источники энергии заданы в виде источников тока, то они учитываются при составлении системы уравнений по первому закону Кирхгофа.

Баланс мощностей в цепях постоянного тока

Если на участке цепи с активным сопротивлением R под действием приложенного к нему напряжения протекает ток I , то выделяемая в нем мощность равна $P = UI = RI^2 = gU^2$; эта мощность всегда положительна.

Если через источник ЭДС E протекает ток I , то вырабатываемая им мощность равна $P = EI$.

Она может быть положительной, когда направления E и I совпадают, или отрицательной, когда их направления противоположны (например, в аккумуляторе во время его зарядки).

Согласно закону сохранения энергии в элементах R_k цепи потребляется столько энергии, сколько ее отдается находящимися в ней источниками. Иначе: алгебраическая сумма мощностей, отдаваемых всеми источниками энергии E_i в цепи, равна сумме мощностей, потребляемых, в ее элементах R_k [4]:

$$\sum_{i=1}^n E_i I_i = \sum_{k=1}^m I_k^2 R_k. \quad (1.11)$$

Это есть уравнение баланса мощностей.

1.1.2 Примеры типовых задач

1.1.2.1 $E = 18$ В, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 6$ Ом (рисунок 1.7).
Найти I , R_3 , U_2 .

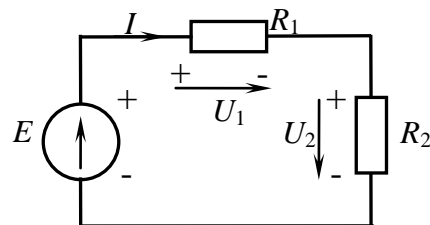


Рисунок 1.7 Электрическая схема

Решение

Вначале в схеме всегда необходимо показать направления токов в элементах и полярности напряжений.

Полярность напряжения резистивного элемента всегда согласована с направлением тока, т.е. в R -элементах ток протекает от «+» к «-». У источников может быть выбрана как согласованная, так и несогласованная полярность. В схеме на рисунке 1.7 источник имеет несогласованную полярность.

Второй закон Кирхгофа для рассматриваемой схемы при обходе контура по часовой стрелке: $-E + U_1 + U_2 = 0$. В это уравнение подставим уравнения закона Ома: $R_1 I + R_2 I = E$, т.е. $(R_1 + R_2)I = E$, откуда

$$I = E / (R_1 + R_2) = 18 / 9 = 2 \text{ А.} \quad (*)$$

$$R_3 = R_1 + R_2 = 9 \text{ Ом.}$$

$$U_2 = R_2 I = 6 \cdot 2 = 12 \text{ В.} \quad (**)$$

Но этот результат можно получить без непосредственного вычисления тока. Если (*) подставить в (**), то

$$U_2 = ER_2 / (R_1 + R_2). \quad (1.12)$$

Эту формулу называют *формулой делителя напряжения* (ФДН).

Вопрос 1. Как будут выглядеть ФДН для схем, изображенных на рисунке 1.8, а и б?

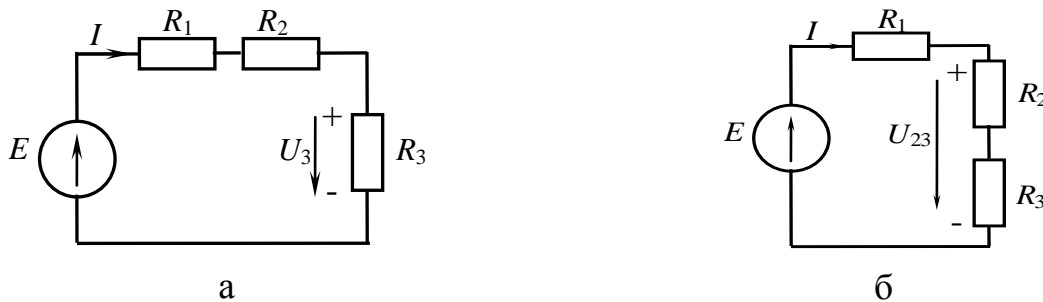


Рисунок 1.8 Электрическая схема

Из (1.12) получим коэффициент передачи по напряжению

$$H_u = U_2 / E = R_2 / (R_1 + R_2), \quad (1.13)$$

т.е. согласно (1.13), H_u не зависит от значения напряжения источника, а определяется только величинами резистивных элементов. Если этот коэффициент известен, то при любом воздействии реакция определяется по выражению $U_2 = EH_u$.

Следовательно, для рисунка 1.8, а: $U_3 = EH_u = E R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$,

для рисунка 1.8, б: $U_{23} = EH_u = E (R_2 + R_3) / (R_1 + R_2 + R_3)$

1.1.2.2 Дана цепь (рисунок 1.9):

$J = 10 \text{ А}$, $G_1 = 2 \text{ См}$, $G_2 = 3 \text{ См}$.

Найти G_3 , U , I_2 .

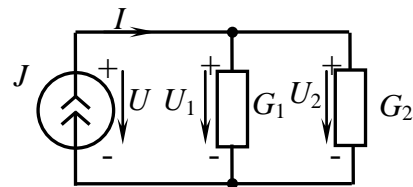


Рисунок 1.9 Электрическая цепь

Решение

Вначале проставим положительные направления токов и полярности напряжения элементов схемы. Источник тока задает направление движения положительных зарядов. В этой схеме все элементы присоединены к *одним и тем же* двум узлам, а *напряжение* на всех элементах *одинаково*, что следует из второго закона Кирхгофа для любого контура. Это и является *признаком параллельного соединения*. Итак, $U = U_1 = U_2$, причем *полярность* напряжения *единственного источника несогласована*, как и в примере 1.2.1.

По первому закону Кирхгофа $I_1 + I_2 - I = 0$. Дополнив это уравнение вольтамперными зависимостями, получим

$$G_1 U + G_2 U = I, \quad (1.14)$$

т.е. $(G_1 + G_2)U = I$. Если введем эквивалентную проводимость $G_3 = G_1 + G_2$, то данной схеме можно сопоставить ей эквивалентную (рисунок 1.9) с одним резистивным элементом. Иногда проводимость G_3 называют соответственно *входной проводимостью* $G_{\text{вх}}$. Из (1.14) напряжение

$$U = I / (G_1 + G_2) = 2 \text{ В}. \quad (1.15)$$

Следовательно, ток

$$I_2 = G_2 U = 6 \text{ А}. \quad (1.16)$$

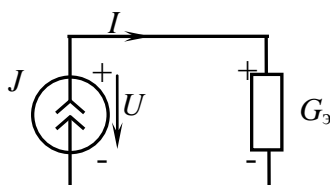


Рисунок 1.9 Эквивалентная электрическая цепь

Ток I_2 можно получить и без непосредственного вычисления напряжения. Для этого, подставив (1.15) в (1.16), приходим к *формуле делителя токов* (ФДТ):

$$I_2 = IR_1 / (R_1 + R_2) = IG_2 / (G_2 + G_1). \quad (1.17)$$

Вопрос 2. Как записать ФДТ для схем рисунок 1.10, а и б?

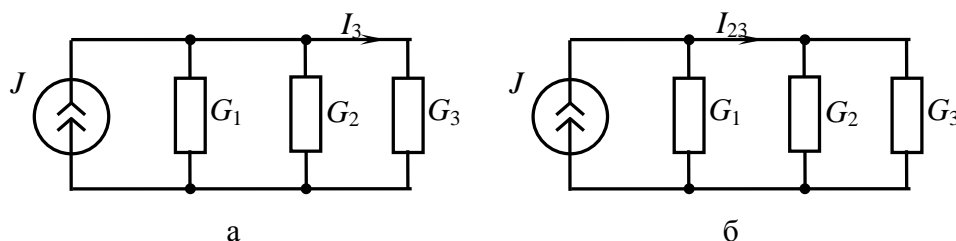


Рисунок 1.10 Электрические схемы

Из (1.17) легко получить коэффициент передачи по току:

$$H_I = I_2 / I = G_2 / (G_1 + G_2) = R / (R_1 + R_2).$$

1.3 Задачи для решения на практическом занятии

1.1.3.1 Дана цепь (рисунок 1.11, а): $I = 12 \text{ А}$, $R_k = 2 \text{ Ом}$. Определить $U_{\text{вх}}$, $R_{\text{вх}}$, I_1 и U_3 .

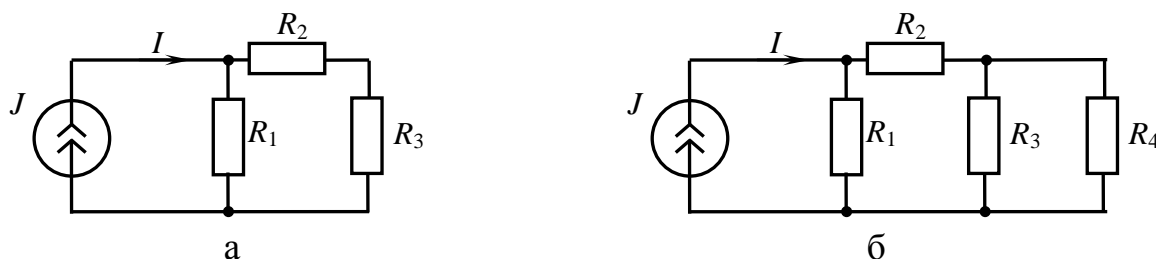


Рисунок 1.11 Электрические схемы

1.1.3.2 Дана цепь (рисунок 1.11, б): $I = 5 \text{ А}$, $R_k = 2 \text{ Ом}$. Определить $R_{\text{вх}}$; I_k , применяя ФДТ.

1.1.3.3 Дана цепь (рисунок 1.12): $E = 4 \text{ В}$, $R_k = 1 \text{ Ом}$. Определить $R_{\text{вх}}$; U_k , применяя ФДН.

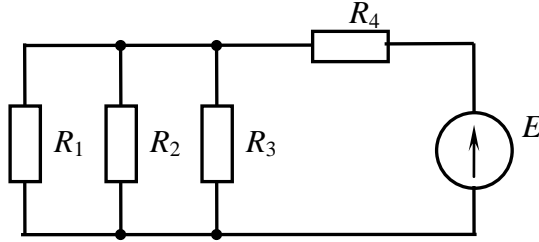


Рисунок 1.12 Электрическая схема

1.1.3.4 Дана цепь (рисунок 1.13, а): $U = 220 \text{ В}$, $R_1 = 45 \text{ Ом}$, $R_2 = 75 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 40 \text{ Ом}$. Определить ток в ветви а-б.

Ответ: $I_5 = 0,3 \text{ А}$.

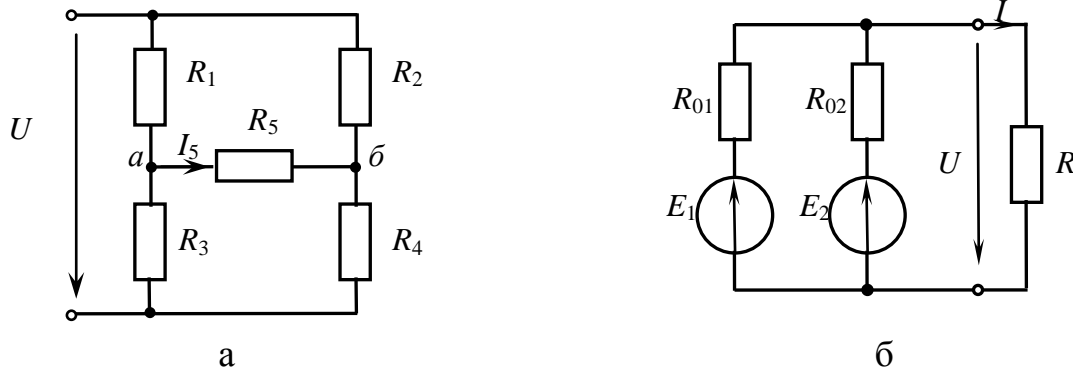


Рисунок 1.13 Электрические схемы

1.1.3.5 Дана электрическая цепь (рисунок 1.13, б): $E_1 = 6 \text{ В}$, $E_2 = 3 \text{ В}$, $R_{01} = R_{02} = R = 10 \text{ Ом}$. Найти ток в ветви с сопротивлением R , методом эквивалентного преобразования.

Ответ: $I = 0,3 \text{ А}$.

1.1.3.6 Дана электрическая цепь (рисунок 1.14, а): $E_1 = 50 \text{ В}$, $E_2 = 10 \text{ В}$, $R_{01} = 0,4 \text{ Ом}$, $R_{02} = 1 \text{ Ом}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}$. Методом уравнений Кирхгофа определить токи в ветвях. Выполнить проверку.

Ответ: $I_1 = 10 \text{ А}$, $I_2 = 2 \text{ А}$, $I_3 = 8 \text{ А}$.

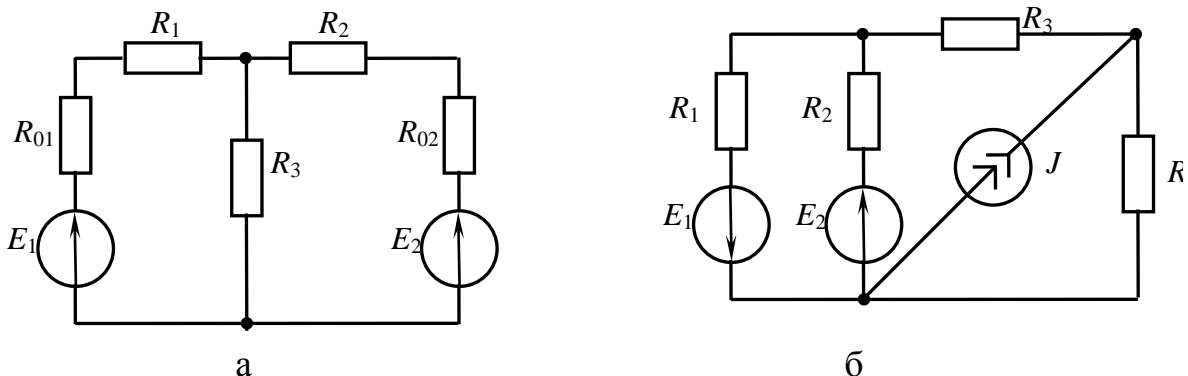


Рисунок 1.14 Электрические схемы

1.1.3.6 Дана электрическая цепь (рисунок 1.14, б): $E_1 = 36 \text{ В}$, $E_2 = 12 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$, $R_4 = 3 \text{ Ом}$. Методом уравнений Кирхгофа определить токи в ветвях. Выполнить проверку.

Ответ: $I_1 = 9 \text{ А}$, $I_2 = 3 \text{ А}$, $I_3 = 6 \text{ А}$, $I_4 = 2 \text{ А}$.

1.2 Мощность в электрической цепи. условие передачи максимальной мощности от источника к приемнику

Цель занятия: получить практические навыки в расчетах мощности в электрической цепи, передачи максимальной мощности от источника к приемнику.

Задание:

- 1) Найти потери мощности внутри источника, в нагрузочном сопротивлении электрической цепи;
- 2) Определить наибольшую мощность, отдаваемую источником электроэнергии во внешнюю цепь потребителю, КПД;
- 3) Построить внешнюю характеристику источника питания, график изменения полезной мощности в зависимости от сопротивления нагрузки.

1.2.1 Теоретические сведения

Если на участке цепи (рисунок 1.15) с активным сопротивлением R_H под действием приложенного к нему напряжения протекает ток I , то выделяемая в нем мощность равна $P = UI = I^2 R_H = g U^2$; эта мощность всегда положительна.

Если через источник ЭДС E протекает ток I , то вырабатываемая им мощность равна $P = EI$ [2,3]

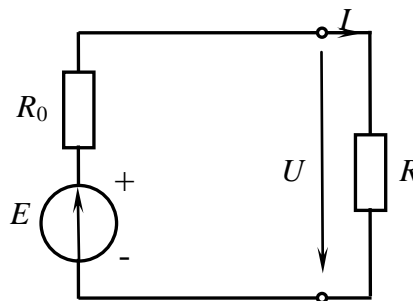


Рисунок 1.15 Электрическая цепь

При этом потери мощности внутри источника определяются как

$$P_0 = I^2 R_0.$$

Мощность, выделяемая в нагрузочном сопротивлении

$$P_2 = I^2 R_H = \frac{E^2}{(R_0 + R_H)^2} = R_H$$

Для определения наибольшей мощности, отдаваемой источником электроэнергии, берется первая производная мощности по нагрузочному сопротивлению и приравнивается нулю:

$$\frac{dP_2}{dR_H} = \frac{(R_0 + R_H)^2 - 2(R_0 + R_H) \cdot R_H}{(R_0 + R_H)^4} E^2 = 0$$

После преобразования получим $R_H = R_0$, т. е. источник отдает наибольшую мощность при равенстве сопротивлений нагрузки и его внутреннего сопротивления. Максимальная мощность, отдаваемая источником электроэнергии во внешнюю цепь потребителю при $R_H = R_0$:

$$P_{2\max} = \frac{E^2 \cdot R_H}{(R_0 + R_H)^2} = \frac{E^2}{4R_0} \text{ Вт.}$$

1.2.2 Задачи для решения на практическом занятии

1.2.2.1. Для электрической цепи (рисунок 1.16) определить ток I , напряжение на зажимах потребителя U , мощность источника питания P_1 , мощность P_2 внешней цепи, КПД η установки, если ЭДС источника питания $E = 10$ В, его внутреннее сопротивление $R_0 = 1$ Ом, сопротивление нагрузки $R_H = 4$ Ом. Сопротивлением питающих приводов пренебречь. Построить внешнюю характеристику $U(I)$ источника питания.

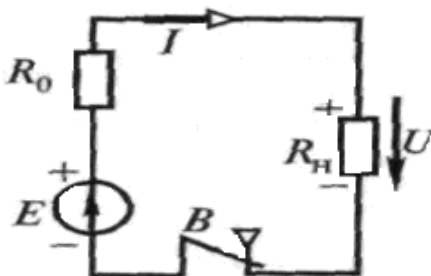


Рисунок 1.16 Электрическая цепь

1.2.2.2 Для электрической цепи рисунок 1.15 определить, при каком сопротивлении нагрузки R_H в условиях предыдущей задачи источник питания отдает наибольшую мощность и каков при этом КПД η установки? Построить график изменения полезной мощности в зависимости от сопротивления нагрузки $P_2(R_H)$.

1.3 Метод контурных токов. метод узловых напряжений. метод наложения

Цель занятия: получить практические навыки расчета электрической цепи применением методов контурного тока, узловых потенциалов, напряжения.

Задание:

- 1) Определить токи в ветвях электрической цепи, пользуясь методом контурных токов, узловых потенциалов и наложения;
- 2) Проверить решение по первому закону Кирхгофа и балансу мощностей.

1.3.1 Теоретические сведения

Метод контурных токов (МКТ) позволяет при составлении системы уравнений для расчета электрических цепей не записывать уравнения по первому закону Кирхгофа и тем самым уменьшить общее количество уравнений, необходимых для расчета.

Система уравнений по МКТ для случая "n" - независимых контуров:

$$R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + \dots + R_{1k} \cdot I_{kk} + \dots + R_{1n} \cdot I_{nn} = E_{11};$$

$$R_{21} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + \dots + R_{2k} \cdot I_{kk} + \dots + R_{2n} \cdot I_{nn} = E_{22};$$

.....

$$R_{k1} \cdot I_{11} + R_{k2} \cdot I_{22} + \dots + R_{kk} \cdot I_{kk} + \dots + R_{kn} \cdot I_{nn} = E_{kk};$$

.....

$$R_{n1} \cdot I_{11} + R_{n2} \cdot I_{22} + \dots + R_{nk} \cdot I_{kk} + \dots + R_{nn} \cdot I_{nn} = E_{nn},$$

где I_{kk} - контурный ток "k"-го контура;

E_{kk} - контурная э.д.с. "k"-го контура, равная алгебраической сумме э.д.с. в контуре (э.д.с. положительна, если ее направление совпадает с направлением обхода контурного тока и отрицательна – если не совпадает);

R_{kk} - собственное сопротивление "k"-го контура, равное сумме сопротивлений ветвей контура;

R_{ik} – сопротивление смежной ветви, одновременно входящей в "i"-й и "k" -й контура (оно положительно, если контурные токи в общей ветви совпадают по направлению, и отрицательно - если не совпадают).

Алгоритм метода КТ:

- выбрать и пронумеровать независимые контура, задать направления контурных токов в них (они же - направления обходов контуров);
- подсчитать коэффициенты системы уравнений по МКТ (количество уравнений $N_B - (N_y - 1)$);
- решить совместно систему уравнений и определить значения контурных токов;
- задать положительные направления токов в ветвях и определить их значение как алгебраическую сумму контурных токов, протекающих через эту ветвь (при этом токи внешних ветвей равны контурным токам, протекающим через эту ветвь);
- проверяют решение по первому закону Кирхгофа.

Метод расчета электрических цепей, в котором за неизвестные принимают потенциалы узлов схемы, называют **методом узловых потенциалов или напряжений (МУП)**.

Метод основан на первом законе Кирхгофа. В качестве неизвестных величин непосредственно выступают потенциалы узлов, один из которых - опорный или базисный - заземляется, т.е. его потенциал принимается равным нулю. Таким образом, число неизвестных величин в методе - на единицу меньше, чем количество узлов.

Метод применяется в том случае, когда число узлов без единицы меньше числа независимых контуров. Зная потенциалы узлов схемы, можно определить ток в любой ветви. Для этого необходимо воспользоваться законом Ома для участка цепи.

Система уравнений по МУП для $N_y - 1$ узлов в цепи:

$$G_{11} \cdot \varphi_1 + G_{12} \cdot \varphi_2 + \dots + G_{1k} \cdot \varphi_k + \dots + G_{1n} \cdot \varphi_n = I_{y1};$$

$$G_{21} \cdot \varphi_1 + G_{22} \cdot \varphi_2 + \dots + G_{2k} \cdot \varphi_k + \dots + G_{2n} \cdot \varphi_n = I_{y2};$$

$$\dots$$

$$G_{k1} \cdot \varphi_1 + G_{k2} \cdot \varphi_2 + \dots + G_{kk} \cdot \varphi_k + \dots + G_{kn} \cdot \varphi_n = I_{yk};$$

$$\dots$$

$$G_{n1} \cdot \varphi_1 + G_{n2} \cdot \varphi_2 + \dots + G_{nk} \cdot \varphi_k + \dots + G_{nn} \cdot \varphi_n = I_{yn}.$$

В этих уравнениях

G_{kk} – собственная проводимость, определяется как сумма проводимостей всех резисторов, присоединенных к "к"-му узлу;

G_{ik} – взаимная проводимость между "i"-м и "к"-м узлами;

I_{yk} – узловой ток "к"-го узла, определяется как алгебраическая сумма токов, создаваемых каждым источником ЭДС и источником тока расположенными в ветвях, примыкающих к "к"-му узлу (слагаемое в узловом токе имеет знак «+», если соответствующий ему источник направлен к рассматриваемому узлу).

Алгоритм метода УП:

- выбрать произвольно опорный или базисный узел, остальные узлы пронумеровать;
- вычислить численные значения коэффициентов уравнений по МУП, ограничив их количество числом пронумерованных узлов;
- решить систему уравнений и найти потенциалы узлов;
- произвольно выбрав направления токов в ветвях, найти их по закону Ома для участка цепи;
- проверить решение по первому закону Кирхгофа и балансу мощностей.

Метод наложения использует принцип суперпозиции, т.е. ток в любой ветви электрической цепи с неизменными сопротивлениями равен алгебраической сумме токов, создаваемых каждым источником этой цепи в отдельности.

Принцип суперпозиции применим только к линейным цепям, а потому метод наложения используется для анализа простейших линейных цепей с двумя или тремя источниками энергии.

Алгоритм метода наложения:

- задать положительные направления токов в ветвях исследуемой цепи;
- представить цепь в виде нескольких цепей, в каждой из которых оставить по одному источнику в ветви, удалив все остальные (для этого источники напряжения необходимо замкнуть накоротко, оставив их внутренние сопротивления, а ветви с источником тока разомкнуть);

- произвести расчет каждой схемы одним из известных методов и определить частичные токи ветвей;
- определить токи в ветвях исходной цепи, путем алгебраического сложения частичных токов;
- проверить правильность решения по первому закону Кирхгофа и по балансу мощностей.

1.3.2 Задачи для решения на практическом занятии

1.3.2.1 Дана цепь (рисунок 3.1, а): $E_1 = 10$ В, $J_2 = 8$ А, $J_6 = 6$ А, $R_k = 1$ Ом. Определить токи резистивных ветвей, используя метод контурных токов.

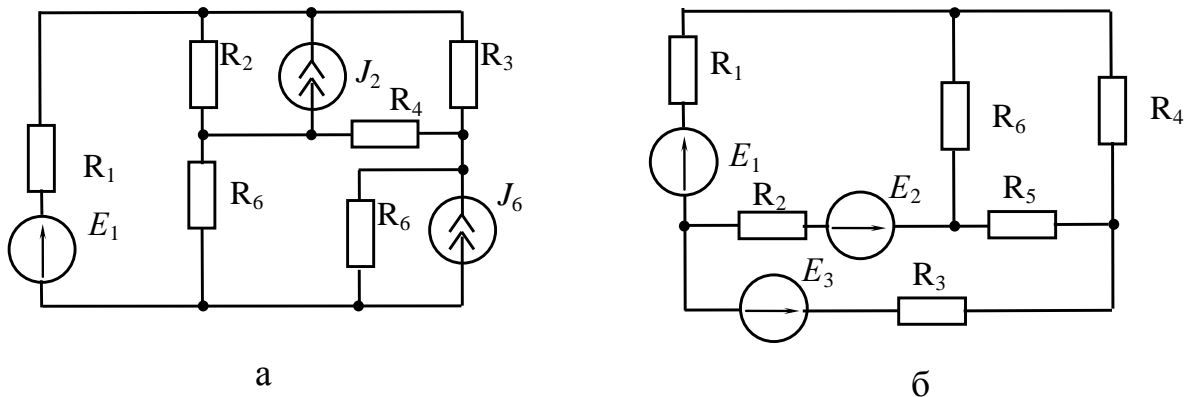


Рисунок 1.17 Электрическая цепь:
а) для задачи 1.3.2.1; б) для задачи 1.3.2.2

1.3.2.2 Дана цепь (рисунок 1.18, б): $E_1 = 6$ В, $E_2 = 12$ В, $E_3 = 18$ В, $R_1 = R_2 = R_3 = 2$ Ом, $R_4 = R_5 = R_6 = 6$ Ом. Определить токи резистивных ветвей, используя метод узловых потенциалов (МУП).

1.3.2.3 Определить токи в ветвях цепи, приведенной на рисунке 3.2, пользуясь методом наложения, если $E_1 = 20$ В, $E_2 = 22$ В, $R_{01} = 1$ Ом, $R_{02} = 0,5$ Ом, $R_H = 2$ Ом.

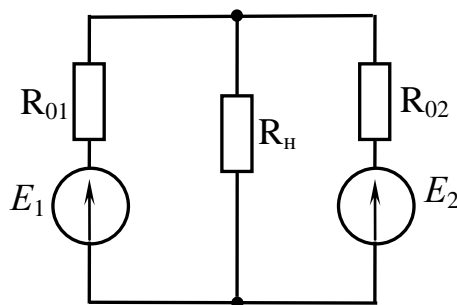


Рисунок 1.18 Электрическая схема

2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

2.1 Анализ цепей однофазного синусоидального тока с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов

Цель занятия: получить практические навыки расчета и анализа однофазных цепей синусоидального тока.

Задание:

- 1) Определить параметры схемы однофазного синусоидального тока при последовательном, параллельном и смешанном соединении элементов;
- 2) Построить векторные диаграммы токов и напряжений для соответствующих соединений элементов электрической цепи.

2.1.1 Теоретические сведения

В электрической цепи синусоидального тока с активным сопротивлением R под действием синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, совпадающий по фазе с напряжением, так как начальные фазы напряжения U и тока I равны нулю ($\psi_u = 0, \psi_i = 0$). При этом угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$, что свидетельствует о том, что для этой цепи зависимости изменения напряжения и тока совпадают между собой на линейной диаграмме во времени.

Полное сопротивление цепи вычисляется по закону Ома [1,2,3]:

$$Z = \frac{U}{I} = R. \quad (2.1)$$

В электрической цепи синусоидального тока, содержащей катушку с индуктивностью L (таблица 2.1), под действием изменяющегося по синусоидальному закону напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \pi/2)$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, отстающий по фазе от напряжения на угол $\pi/2$.

При этом начальная фаза напряжения $\psi_u = \pi/2$, а начальная фаза тока $\psi_i = 0$. Угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = (\psi_u - \psi_i) = \pi/2$.

В электрической цепи синусоидального тока с конденсатором, обладающим емкостью C , под действием напряжения $u = U_m \sin(\omega t - \pi/2)$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, опережающий напряжение на конденсаторе на угол $\pi/2$.

Начальный фазовый угол тока $\psi_i = 0$, а напряжения $\psi_u = -\pi/2$. Угол сдвига фаз между напряжением U и током I $\varphi = (\psi_u - \psi_i) = -\pi/2$.

В электрической цепи с последовательным соединением активного сопротивления R и катушки индуктивности L ток отстает от напряжения на угол $\varphi > 0$. При этом полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (2.2)$$

Проводимость цепи

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}, \quad (2.3)$$

где $G = R/Z^2$ – активная проводимость цепи;

$B_L = X_L/Z^2$ – реактивная индуктивная проводимость цепи.

Угол сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \arctg X_L/R = \arctg B_L/G. \quad (2.4)$$

Аналогично можно получить соответствующие расчетные формулы для электрических цепей синусоидального тока с различным сочетанием элементов R , L и C .

Мощность цепи с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями (R , L и C):

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}, \quad (2.5)$$

где $P = I^2 R$ – активная мощность,

$Q_L = I^2 X_L$ – индуктивная составляющая реактивной мощности,

$Q_C = I^2 X_C$ – емкостная составляющая реактивной мощности.

В неразветвленной электрической цепи синусоидального тока с индуктивностью L , емкостью C и активным сопротивлением при определенных условиях может возникнуть резонанс напряжений (особое состояние электрической цепи, при которой ее реактивное индуктивное сопротивление X_L оказывается равным реактивному емкостному X_C сопротивлению цепи). Таким образом, резонанс напряжений наступает при равенстве реактивных сопротивлений цепи, т.е. при $X_L = X_C$.

Сопротивление цепи при резонансе $Z = R$, т.е. полное сопротивление цепи при резонансе напряжений имеет минимальное значение, равное активному сопротивлению цепи.

Угол сдвига фаз между напряжением и током при резонансе напряжений:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{\omega L - \omega C}{R} = 0,$$

при этом ток и напряжение совпадают по фазе. Коэффициент мощности цепи имеет максимальное значение: $\cos \varphi = R/Z = 1$ и ток в цепи также приобретает максимальное значение $I = U/Z = U/R$.

Реактивная мощность цепи при резонансе напряжений:

$$Q = Q_L - Q_C = I^2 X_L - I^2 X_C = 0.$$

Активная мощность цепи при резонансе приобретает наибольшее значение, равное полной мощности: $P = UI \cdot \cos \varphi = S$.

При построении векторной диаграммы для электрической цепи с последовательным включением сопротивлений исходным является ток \bar{I} , так как в этом случае значение тока на всех участках цепи одинаково.

Ток \bar{I} откладывается в соответствующем масштабе ($m_i = n$ А/см), затем относительно тока в принятом масштабе ($m_u = n$ В/см) откладывают падения напряжения

ΔU на соответствующих сопротивлениях в последовательности их расположения в цепи и напряжение \bar{U} (рисунок 2.1).

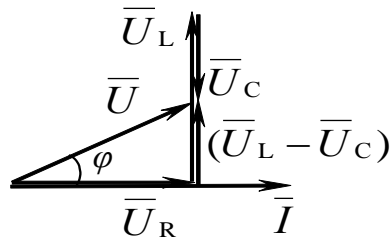


Рисунок 2.1 Построение векторной диаграммы

Во многих случаях приходится встречаться с расчетом сложных электрических цепей синусоидального тока, которые в общем случае являются цепями со смешанным соединением сопротивлений (рисунок 2.2). Эти электрические цепи могут быть разделены на участки с последовательным и участки с параллельным соединением сопротивлений.

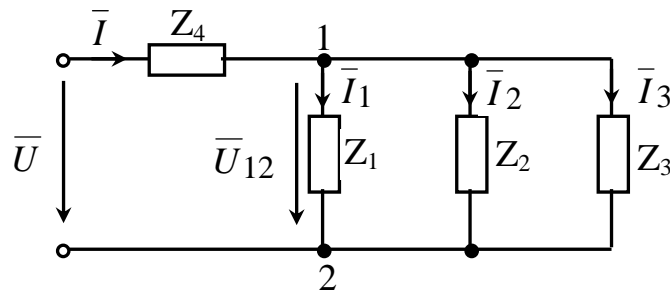


Рисунок 2.2 Смешанное соединение сопротивлений электрической цепи

При параллельном соединении сопротивлений параллельные ветви электрической цепи находятся под одним и тем же напряжением $U = U_{12}$, поэтому для каждой из этих ветвей определение всех расчетных величин производится по формулам, справедливым для отдельных сопротивлений электрических цепей с последовательным соединением сопротивлений. Для участка цепи с параллельным соединением сопротивлений ток на разветвленном участке определяется в соответствии с первым законом Кирхгофа, записанным для узла разветвления в векторной форме:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3. \quad (2.6)$$

Этот ток можно определить графически с помощью векторной диаграммы, как сумму составляющих векторов токов.

Токи в отдельных ветвях электрической цепи могут быть определены через проводимости (y) соответствующих ветвей:

$$I_1 = U_{12} \cdot y_1; I_2 = U_{12} \cdot y_2; I_3 = U_{12} \cdot y_3. \quad (2.7)$$

При этом ток в неразветвленной части цепи равен произведению напряжения U_{12} на параллельном участке цепи на сумму проводимостей параллельно включенных сопротивлений

$$I = U_{12} \cdot (y_1 + y_2 + y_3). \quad (2.8)$$

Сопротивления отдельных ветвей могут носить активно-реактивный характер при наличии индуктивных X_L и емкостных X_C сопротивлений, поэтому в общем случае сопротивления могут быть определены через активные g и реактивные b проводимости:

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}; \quad y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}; \quad y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}. \quad (2.9)$$

При этом активные и реактивные проводимости:

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}; \quad b_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2}. \quad (2.10)$$

При параллельном соединении индуктивного и емкостного сопротивлений (рисунок 4.3, а) в электрической цепи возможен резонанс токов (особое состояние электрической цепи при параллельном соединении катушки индуктивности L и конденсатора C , при которых реактивная индуктивная проводимость равна реактивной емкостной проводимости, т.е. $b_L = b_C$).

Полная проводимость электрической цепи при резонансе токов $y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$ оказывается минимальной, равной активной проводимости цепи.

Векторная диаграмма токов и напряжений при резонансе токов приведена на рисунке 2.3 б. Коэффициент мощности в электрической цепи $\cos \varphi = g/y = 1$ принимает максимальное значение, а угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi = 0$, поэтому при резонансе токов напряжение U и общий ток I совпадают по фазе [1,4].

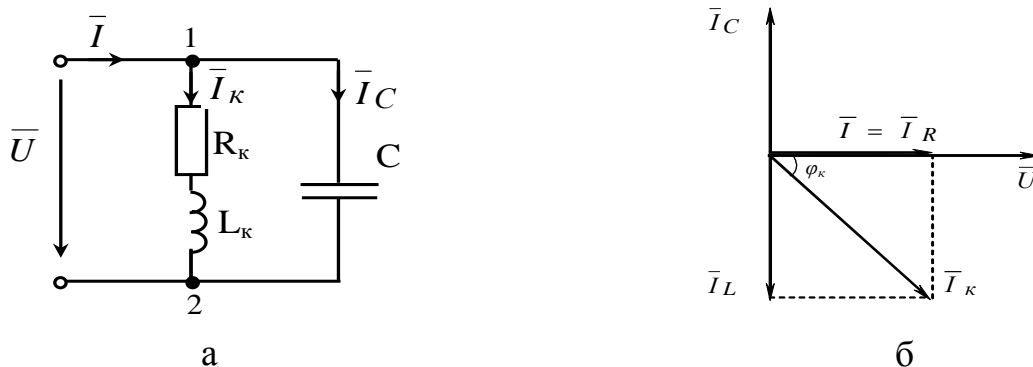


Рисунок 2.3 Электрическая цепь с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора: а – электрическая схема; б – векторная диаграмма

При смешанном соединении сопротивлений (рисунок 2.2) электрическая цепь при расчете приводится к виду (рисунок 2.4). Полное сопротивление Z_{12} участка це-

пи 1-2 может быть определено через ее проводимость $Z_{12} = 1/y_{12}$. При этом расчет электрической цепи со смешанным соединением сопротивлений сводится к расчету простейшей электрической цепи с последовательным соединением сопротивлений.

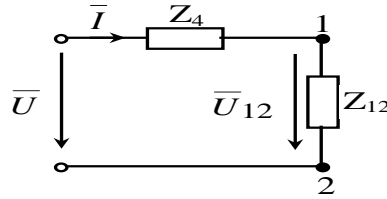


Рисунок 2.4 Электрическая цепь после преобразования

При параллельном и смешанном соединении сопротивлений векторную диаграмму строят, начиная с вектора напряжения U_{12} на параллельном участке цепи.

2.1.2 Пример решения типовой задачи

2.1.2.1 Определить показания приборов в электрической цепи переменного тока (рисунок 2.5). Напряжение источника питания $U = 100$ В, активное и реактивные сопротивления равны $R = 3$ Ом, $X_L = 4$ Ом, $X_C = 8$ Ом. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

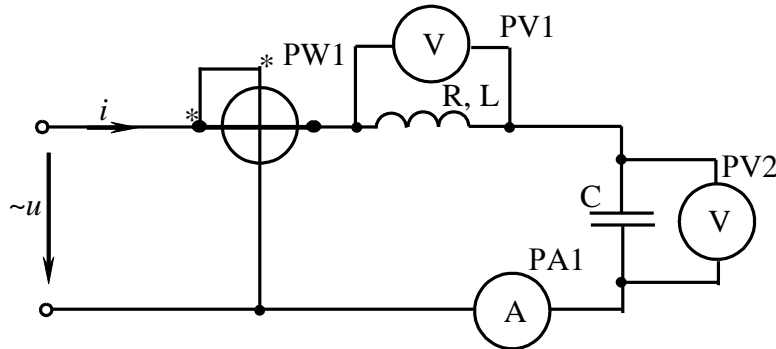


Рисунок 2.5 Электрическая цепь переменного тока

Решение:

Полное сопротивление электрической цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (4 - 8)^2} = 5 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки:

$$Z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом.}$$

Показание амперметра PA1 (ток в цепи):

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{5} = 20 \text{ А.}$$

Показание вольтметра PV1 (напряжение на катушке индуктивности):

$$U_k = I \cdot Z_k = 20 \cdot 5 = 100 \text{ В.}$$

Показание вольтметра PV2 (напряжение на конденсаторе):

$$U_C = I \cdot X_C = 20 \cdot 8 = 160 \text{ В.}$$

Показание ваттметра PW1:

$$P = I^2 \cdot R = 20^2 \cdot 3 = 1200 \text{ Вт} = 1,2 \text{ кВт.}$$

Векторная диаграмма приведена на рисунке 2.6.

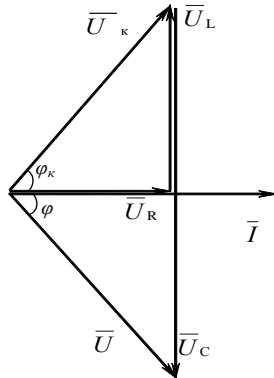


Рисунок 2.6 Векторная диаграмма

2.1.2.2 Для электрической цепи переменного тока (рисунок 2.7 а), определить показания амперметров PA1, PA2, PA3, углы сдвига фаз φ , φ_1 , φ_2 , между соответствующими токами I , I_1 и I_2 и напряжением U , построить векторную диаграмму токов и напряжения, если питающее напряжение $U = 120 \text{ В}$, а активное и реактивное сопротивления цепи: $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 1 \text{ Ом}$, $X_L = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 9,95 \text{ Ом}$.

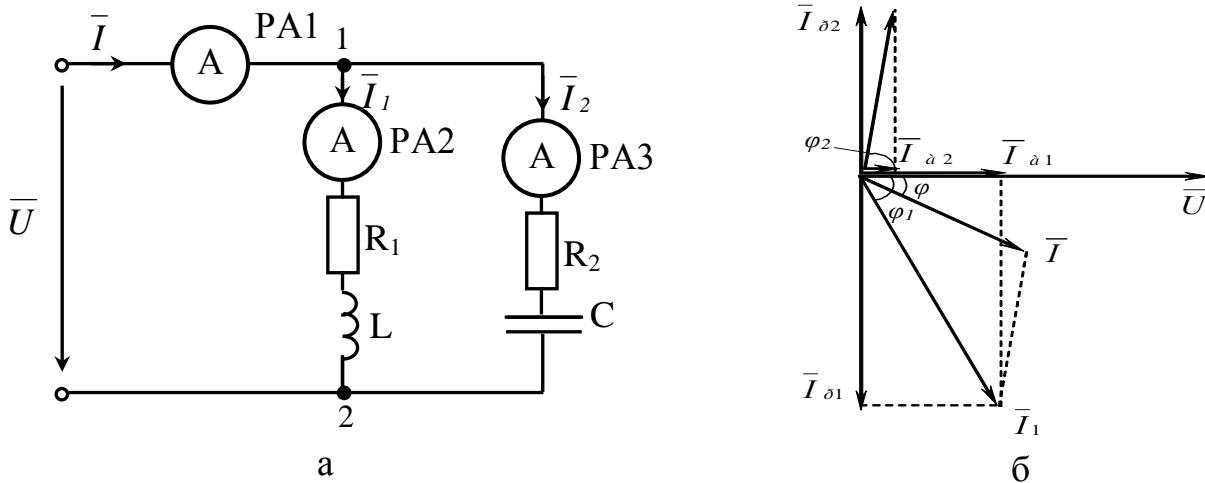


Рисунок 2.7 Электрическая цепь переменного тока: а – электрическая схема; б – векторная диаграмма

Решение: Полные сопротивления ветвей цепи:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 6,32 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 + 9,95^2} = 10 \text{ Ом.}$$

Углы сдвига фаз между токами и напряжением соответствующих параллельных ветвей:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{2}{6,32} = 0,316; \quad \varphi_1 = 71^\circ 35';$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{1}{10} = 0,1; \quad \varphi_2 = -84^\circ 15';$$

Показания амперметров РА2 и РА3 в параллельных ветвях:

$$I_1 = U/Z_1 = 120/6,32 = 19 \text{ A};$$

$$I_2 = U/Z_2 = 120/10 = 12 \text{ A}.$$

Активные составляющие токов в параллельных ветвях:

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 19 \cdot 0,316 = 6,01 \text{ A};$$

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 12 \cdot 0,1 = 1,2 \text{ A}.$$

Реактивные составляющие токов в параллельных ветвях:

$$I_{p1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = I_1 \cdot \frac{\tilde{O}_L}{Z_1} = 19 \cdot \frac{6}{6,32} = 18,01 \text{ A};$$

$$I_{p2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = I_2 \cdot \frac{\tilde{O}_C}{Z_2} = 12 \cdot \frac{9,95}{10} = -11,93 \text{ A}.$$

Активная и реактивная составляющие общего тока:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 6,01 + 1,2 = 7,21 \text{ A}; \quad I_p = I_{p1} + I_{p2} = 18,01 - 11,93 = 6,8 \text{ A}.$$

Общий ток в цепи:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{7,21^2 + 6,08^2} = 9,43 \text{ A}.$$

Угол сдвига фаз между током I и приложенным напряжением U :

$$\cos \varphi = I_a/I = 7,21/9,43 = 0,765, \quad \varphi = 40^\circ 10'.$$

Векторная диаграмма токов и напряжения для данной электрической цепи изображена на (рисунке 4.7, б).

2.1.3 Задачи для решения на практическом занятии

2.1.3.1 Для однофазной неразветвленной электрической цепи переменного тока определить падение напряжения ΔU_L на индуктивном сопротивлении X_L , напряжение U , приложенное в цепи, активную P , реактивную Q и полную S мощности и коэффициент мощности $\cos \varphi$ цепи, если активное и реактивное сопротивления $R = X_L = 3 \text{ Ом}$, а падение напряжения на активном элементе $\Delta U_R = 60 \text{ В}$.

$$\text{Ответ: } \Delta U_L = 60 \text{ В}; \quad U = 84,8 \text{ В}; \quad P = 1,2 \text{ кВт}; \\ Q = 1,2 \text{ кВАр}; \quad S = 1,697 \text{ кВА}; \quad \cos \varphi = 0,71.$$

2.1.3.2 В сеть переменного тока включены последовательно катушка с активным сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 133 \text{ мГн}$ и конденсатор с емкостью $C = 159 \text{ мкФ}$. Определить ток I в цепи и напряжения на катушке U_K и конденсаторе U_C при напряжении питающей сети $U = 120 \text{ В}$, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

$$\text{Ответ: } I = 5 \text{ А}; \quad U_K = 215 \text{ В}; \quad U_C = 100 \text{ В}..$$

2.1.3.3 Определить ток в неразветвленной электрической цепи переменного тока, содержащей активное и реактивное сопротивления: $R = 1 \text{ Ом}$; $X_C = 5 \text{ Ом}$; $X_L = 80 \text{ Ом}$, а также частоту f_0 при которой наступает резонанс напряжений, ток I_0 , на-

пряжение на конденсаторе U_C и индуктивности U_L при резонансе, если напряжение питающей сети $U = 300$ В при частоте $f = 50$ Гц.

Ответ: $I = 4$ А; $f_0 = 12,5$ Гц; $I_0 = 300$ А; $U_C = U_L = 6000$ В.

2.1.3.4 Определить активную P , реактивную Q и полную S мощности электрической цепи (рисунок 2.8, а), если токи: $I_1 = 5$ А, $I_2 = 3$ А, $I_3 = 4$ А, а активное и реактивное сопротивления: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $X_L = 8$ Ом, $X = 5,6$ Ом.

Ответ: $P = 384$ Вт; $Q = -17,6$ ВАр, $S = 385$ ВА.

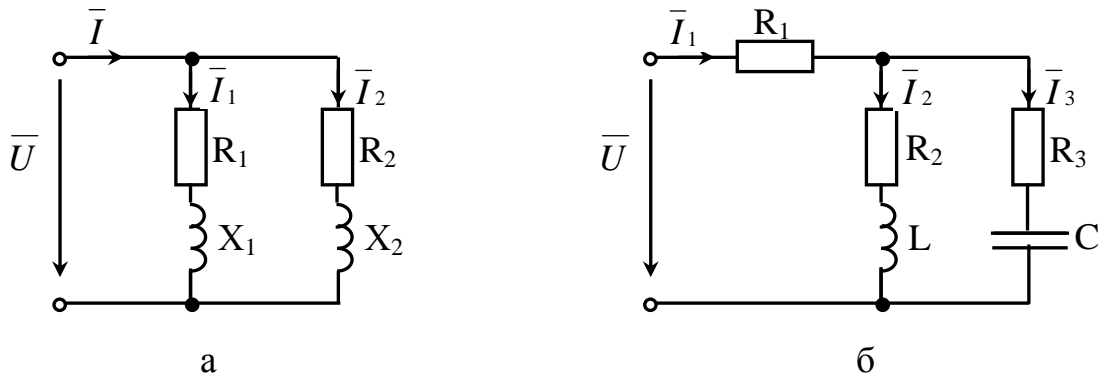


Рисунок 2.8 Электрические цепи переменного тока:

а – для задачи 2.1.3.4; б – для задачи 2.1.3.5

2.1.3.5 В разветвленной электрической цепи переменного тока (рисунок 4.8, б), находящейся под напряжением $U = 100$ В, включены активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 1$ Ом, $X_1 = 2$ Ом, $X_2 = 4$ Ом. Определить методом проводимостей общий ток I_1 и токи I_2 и I_3 в ветвях цепи, построить векторную диаграмму напряжения и токов.

Ответ: $I_1 = 66,5$ А, $I_2 = 44,6$ А, $I_3 = 22,22$ А.

2.2 Применение комплексных чисел и векторных диаграмм к расчету электрических цепей переменного тока

Цель занятия: получить практические навыки применения комплексных чисел и векторных диаграмм к расчету электрических цепей переменного тока.

Задание:

- 1) Провести анализ цепей, используя векторные диаграммы токов и напряжений;
- 2) Записать комплексы мгновенных и действующих значений токов и напряжений; комплексное сопротивление и проводимость цепи в алгебраической и показательной формах записи;
- 3) Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для электрических цепей в комплексной плоскости.

2.2.1 Теоретические сведения

Синусоидальные функции времени могут быть представлены тригонометрической формой записи, линейными диаграммами изменения синусоидальной величины во времени, вращающимися векторами и комплексными числами.

При представлении синусоидальной функции времени в виде вращающегося вектора достаточно изобразить его в плоскости x, y только в начальный момент времени. В этом случае вращающийся вектор представляет или отображает синусоиду, т.е. дает информацию об ее двух параметрах: амплитуде I_m и начальной фазе ψ .

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные ЭДС, напряжения и токи одной частоты и построенных на плоскости с соблюдением их ориентации друг относительно друга, называют **векторной диаграммой**. Векторная диаграмма позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения в цепи синусоидального тока [1,3].

Векторное представление гармонических функций облегчает операции сложения и вычитания этих функций. Для сложения двух синусоидальных токов одинаковой частоты $i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + \psi_{i1})$ и $i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \psi_{i2})$ достаточно геометрически сложить изображающие их векторы I_{m1} и I_{m2} (рисунок 2.9). Проекция полученного при этом вектора I_m на ось ординат равна сумме мгновенных значений токов, т.е.

$$i = i_1 + i_2 = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

так как сумма проекций векторов равна проекции суммарного вектора.

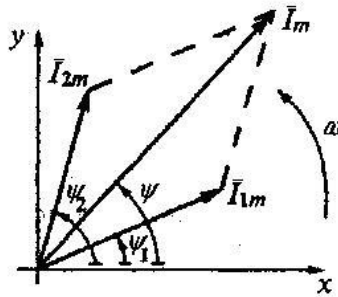


Рисунок 2.9 Векторная диаграмма токов

Вычитание синусоидальных токов можно заменить сложением; при этом изображающий вычитаемый ток надо направить в противоположную сторону, что эквивалентно изменению начальной фазы этого тока на $\pm\pi$.

Для анализа цепей синусоидального тока во многих случаях достаточно знать лишь амплитуды синусоидальных величин и сдвиг фазы между ними. При этом один из векторов на векторной диаграмме можно расположить произвольно, а все остальные должны быть расположены с соответствующей ориентацией относительно исходного вектора.

При решении задач, как правило, необходимо знать не мгновенные, а действующие значения токов и ЭДС. Поэтому складывают не векторы амплитуд, а векторы действующих значений.

Расчеты электрических цепей гармонического тока в тригонометрической форме или графически с помощью векторных диаграмм применяются на практике только в случае простых схем.

С усложнением электрических цепей, с увеличением числа контуров, источников энергии, добавлением взаимных индуктивностей и т.д. широкое распространение на практике получил метод расчета цепей синусоидального тока, который принято называть **комплексным**. Сущность метода состоит в том, что синусоидаль-

ные токи, напряжения и ЭДС изображаются комплексными числами, а геометрические операции над векторами заменяются алгебраическими операциями над комплексными числами. Такая замена синусоид комплексными числами позволяет рассчитывать цепи синусоидального тока аналогично цепям постоянного тока с применением рассмотренных ранее методов расчета (контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного генератора, преобразования и др.) [1,2].

При этом на плоскости комплексных чисел (рисунок 2.10) из начала координат под углом ψ к оси действительных чисел (вещественной оси) проводят вектор A_m , концу которого соответствует определенное комплексное число. Комплексная амплитуда синусоидальных величин определяется показательной формой записи

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi} \quad (2.11)$$

где A_m – модуль;

ψ – аргумент или фаза;

e – основание натурального логарифма.

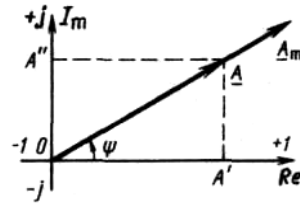


Рисунок 2.10 Плоскость комплексного числа

Применив формулу Эйлера, можно получить тригонометрическую и соответственно алгебраическую форму записи комплексного числа:

$$\dot{A}_m = A_m (\cos \psi + j \sin \psi) = A' + jA'' ,$$

где $A' = A \cos \psi$; $A'' = A \sin \psi$.

Модуль комплексного числа A_m равен корню квадратному из суммы квадратов действительной и мнимой части $A_m = \sqrt{A'^2 + A''^2}$, а аргумент $\psi = \arctg \frac{A''}{A'}$.

Заменим в уравнении 4.1 A_m на I_m , ψ на $(\omega t + \psi)$ и получим комплекс тока

$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} , \quad (2.12)$$

который является символическим (комплексным) изображением функции i и называется **комплексом мгновенного значения** тока.

Комплексы обозначаются теми же буквами, что и их действительные оригиналы, только с точкой наверху. Запишем выражение 4.2 в тригонометрической форме

$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\omega t} e^{j\psi} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi) .$$

где $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ - называется **комплексом амплитудного значения** тока.

Комплексом действующего значения тока является

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} = I e^{j\psi} .$$

Аналогично определяются комплексы мгновенных значений напряжений и ЭДС.

Комплексные напряжения реактивных элементов. При расчете цепей переменного тока также возникает необходимость описывать комплексы падения напряжения на элементах L и C .

Для катушки индуктивности имеем $U_L = L \frac{di}{dt}$, а для конденсатора $U_C = \frac{1}{C} \int idt$.

Для соответствующих комплексов U_L и U_C получаем:

$$\dot{U}_L = Lj\omega \dot{I} = jX_L \dot{I} \quad (2.13)$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \frac{1}{j} X_C \dot{I} = -jX_C \dot{I}, \quad (2.14)$$

где $jX_L = j\omega L$ и $jX_C = -j(1/\omega C)$ – реактансы индуктивности и емкости соответственно.

Закон Ома и правила Кирхгофа в комплексной форме

Закон Ома в комплексной форме для комплексов амплитудных значений можно представить в следующем виде:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\dot{Z}} = \dot{U}_m \dot{Y}.$$

Аналогично записывают закон Ома для комплексов действующих значений:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \dot{U} \dot{Y}. \quad (2.15)$$

Комплексный метод позволяет использовать все средства анализа и расчета синусоидальных цепей. Особая роль отводится правилам Кирхгофа из-за их универсальности.

Первое правило Кирхгофа: в любом узле k электрической цепи алгебраическая сумма n комплексов токов равна нулю:

$$\sum_n \dot{I}_k = 0.$$

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма m комплексов ЭДС равна алгебраической сумме n комплексов падений напряжений на всех пассивных элементах этого контура

$$\sum_m \dot{E}_k = \sum_n \dot{I}_k \cdot \dot{Z}_k.$$

Комплексное сопротивление электрической цепи:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Ze^{j\varphi} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jx, \quad (2.16)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$ - полное сопротивление;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{x}{R}$ - сдвиг фаз между напряжением и током;

$R = Z \cos \varphi$ - активное (вещественное) сопротивление;

$x = Z \sin \varphi$ - реактивное (мнимое) сопротивление.

Комплексная проводимость

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = Ye^{-j\varphi} = Y \cos \varphi - jY \sin \varphi = g - jb, \quad (2.17)$$

где $Y = \sqrt{g^2 + b^2}$ - полная проводимость;

$g = Y \cos \varphi$ - активная (вещественная) проводимость;

$b = Y \sin \varphi$ - реактивная (мнимая) проводимость.

Комплексную проводимость можно представить через параметры сопротивления:

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R - jx}{(R + jx)(R - jx)} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2} = g - jb,$$

где $g = \frac{R}{Z^2}$, $b = \frac{x}{Z^2}$.

Рассматривая активную мощность как вещественную часть, а реактивную мощность как мнимую часть, запишем **комплексную мощность**:

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = Se^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ,$$

где $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$, $\cos \varphi = \frac{P}{S}$.

Баланс мощностей применяется для проверки правильности решения задачи. Сущность баланса мощностей сводится к тому, что мощность, отдаваемая в цепь источниками энергии переменного тока, полностью расходуется ее элементами.

$$\sum_{i=1}^m (\dot{S}_n)_i = \sum_{k=1}^n (\dot{S}_n)_k.$$

Это равенство справедливо при условии, что равны друг другу суммы вещественных и мнимых частей комплексных мощностей источников и потребителей, т.е.:

$$\sum_{i=1}^m (P_n)_i = \sum_{k=1}^n (P_n)_k \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^m (Q_n)_i = \sum_{k=1}^n (Q_n)_k.$$

2.2.2 Примеры решения задач

2.2.2.1 Рассмотрим цепь из трех последовательно соединенных приемников (рисунок 2.11 а). Проведем анализ цепи, используя векторную диаграмму.

Решение. Произвольно строим вектор тока, который является базовым для всех векторов диаграммы.

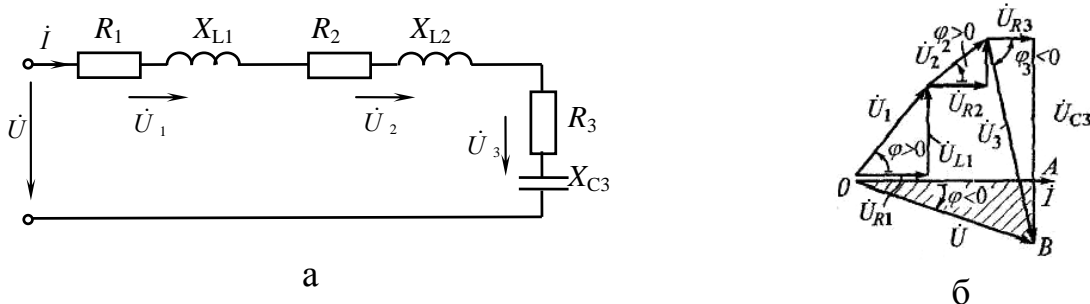


Рисунок 2.11 Электрическая цепь схема (а) и векторная диаграмма (б) для задачи 2.2.2.1

Затем в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3,$$

$$\text{где } \bar{U}_1 = \bar{U}_{R1} + \bar{U}_{L1}; \bar{U}_2 = \bar{U}_{R2} + \bar{U}_{L2}; \bar{U}_3 = \bar{U}_{R3} + \bar{U}_{C3},$$

строим составляющие векторы, модули которых определяются по закону Ома.

Суммарный вектор строим по правилу многоугольника. Векторы напряжений на резисторах совпадают по фазе с вектором тока, векторы \bar{U}_L опережают вектор тока на 90° , а вектор \bar{U}_C отстает от него на угол 90° (рисунок 2.11 б). Действующее значение напряжения источника по диаграмме находится из треугольника напряжений OAB:

$$U = \sqrt{I^2(R_1 + R_2 + R_3)^2 + I^2(X_{L1} + X_{L2} - X_{C3})^2} = I\sqrt{R^2 + X^2} = IZ.$$

2.2.2.2 Определить действующее значение общего тока I по известным токам в параллельных ветвях (рисунок 2.12 а) $I_1 = 3$ А; $I_2 = 1$ А; $I_3 = 5$ А.

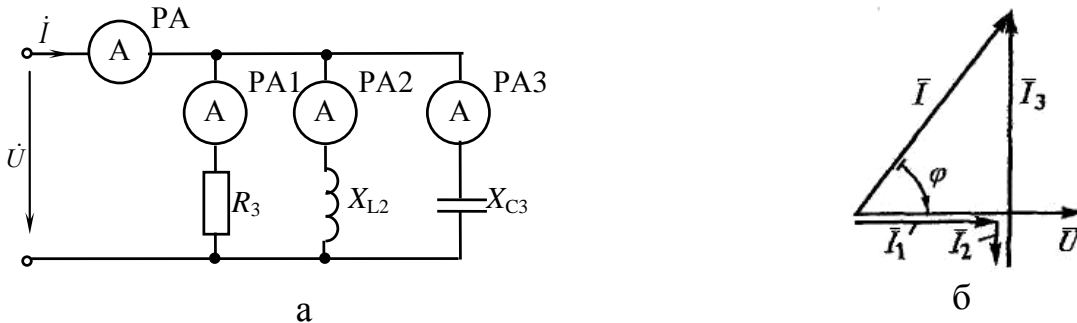


Рисунок 2.12 Электрическая схема (а) и векторная диаграмма (б) для задачи 2.2.2.2

Решение находим по первому закону Кирхгофа $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$, который иллюстрируем векторной диаграммой (рисунок 2.12, б). Из диаграммы определяем общий ток $I = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = \sqrt{3^2 + (1 - 5)^2} = 5$ А.

2.2.2.3 Записать комплексы действующих значений тока и напряжения, если их мгновенные значения представлены уравнениями:

$$u = 282\sin(314t - 120^\circ), \text{ В}; i = 20\sin(314t - 60^\circ), \text{ А}.$$

Решение

Действующее значение напряжения $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 200$ В, начальная фаза $\psi_u = -120^\circ$. В соответствии с определением комплекс действующего значения напряжения

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = 200e^{-j120^\circ}.$$

Аналогично для тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 14,1$ А, начальная фаза $\psi_i = -60^\circ$, а комплекс

тока

$$\dot{I} = Ie^{j\psi_i} = 14,1e^{-j60^\circ}.$$

2.2.2.4 Для комплекса действующего значения напряжения $\dot{U} = -120 + j160$ В записать мгновенное значение.

Решение. От алгебраической формы переходим к показательной:

$$\dot{U} = Ue^{j\psi} = 200e^{j127^\circ}, \text{ В,}$$

где $U = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200$ В; $\psi = 180^\circ - \arctg \frac{160}{120} = 127^\circ$.

Комплекс находится во второй четверти комплексной плоскости.

Тогда мгновенное значение напряжения

$$u = 200\sin(\omega t + 127^\circ), \text{ В.}$$

2.2.2.5 Произвести вычисления.

а) $10 \cdot e^{j \cdot 30^\circ} + 5 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}$

Решение:

$$10 \cdot e^{j \cdot 30^\circ} + 5 \cdot e^{j \cdot 60^\circ} = 5 \left(2e^{j30^\circ} + e^{j60^\circ} \right) = 5r \cdot e^{j\varphi},$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль комплексной функции;

$\varphi = \arctg \frac{y}{x}$ – аргумент комплексной функции;

x – действительная часть,

y – мнимая часть.

Представим комплексные функции в тригонометрическом виде:

$$\begin{aligned} 10e^{j30^\circ} + 5e^{j60^\circ} &= 5 \left[(2 \cdot \cos 30^\circ + 2j \sin 30^\circ) + (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ) \right] = \\ &= 5 \left[(2 \cos 30^\circ + \cos 60^\circ) + j(2 \sin 30^\circ + \sin 60^\circ) \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 2 \cos 30^\circ + \cos 60^\circ = 1,732 + 0,5 = 2,232; \\ y = 2 \sin 30^\circ + \sin 60^\circ = 1 + 0,866 = 1,866. \end{cases}$$

$$5r = 5\sqrt{x^2 + y^2} = 5\sqrt{4,982 + 3,482} = 14,55; \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x} = 39,9^\circ \approx 40^\circ.$$

Ответ: $14,55e^{j40^\circ}$.

2.2.3 Задачи для решения на практическом занятии

2.2.3.1 Для электрической цепи переменного тока (рисунок 2.13), определить показания амперметров PA1, PA2, PA3, углы сдвига фаз φ , φ_1 , φ_2 , между соответствующими токами I , I_1 и I_2 и напряжением U , построить векторную диаграмму токов и напряжения, если питающее напряжение $U = 120$ В, а активное и реактивное сопротивления цепи: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $X_L = 6$ Ом, $X_C = 9,95$ Ом.

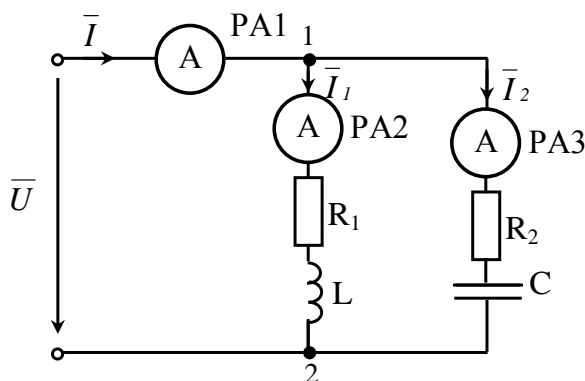


Рисунок 2.13 Электрическая цепь переменного тока

2.2.3.2 Мгновенное значение напряжения $u = 14,1\sin(100t - 30^\circ)$, В. Записать комплексное мгновенное значение напряжения. Чему равна комплексная амплитуда и комплексное действующее значение этого напряжения?

2.2.3.3 Комплексное действующее значение тока $\dot{I} = -3 + j4$, А. Записать мгновенное значение тока $i(t)$.

2.2.3.4 Мгновенные значения напряжения и тока на входе пассивного двухполюсника соответственно равны:

$$u = 100 \sin 314t, \text{ В}; i = 0,2 \sin(314t + 53^\circ), \text{ А.}$$

Определить комплексное сопротивление и комплексную проводимость двухполюсника.

2.2.3.5 Действующее значение напряжения на входе цепи со схемой (рисунок 2.14, а) $U = 100$ В. Найти действующие значения токов ветвей, если $X_C = 20$ Ом, $R = 80$ Ом, $X_L = 60$ Ом. Проверить выполнение баланса мощностей. Построить векторные диаграммы токов и напряжений.



Рисунок 2.14 Электрические схемы: а - для задачи 2.2.3.5, б - для задачи 2.2.3.6

2.2.3.6 К цепи со схемой (рисунок 2.14, б) приложено синусоидальное напряжение $u(t) = 141 \sin 314t$, В. Найти мгновенные и действующие значения тока и напряжений на всех участках цепи, если $R = 30$ Ом, $C = 79,62$ мкФ.

2.2.3.7 Определить активную, реактивную и полную мощности, если мгновенные значения тока и напряжения заданы уравнениями

$$u = 141 \sin(314t + 60^\circ), \text{ В}; i = 7,07 \sin(314t + 30^\circ), \text{ А}.$$

2.2.3.8 Произвести вычисления:

а) $(8,66 + j5)(3,53 + j3,53)$;

б) $\frac{(8,66 + j5)}{(2,5 + j4,33)}$;

в) $(5 + j5)^3$.

2.2.3.9 В электрическую цепь переменного тока с частотой питающего напряжения 50 Гц включена катушка индуктивности, имеющая активное сопротивление $R = 4$ Ом и индуктивное сопротивление $X_L = 3$ Ом. Определить полное сопротивление катушки, ток в цепи, а также угол сдвига фаз между током и напряжением $\dot{U} = 110e^{j52^\circ}$. Записать комплексное сопротивление и проводимость цепи в алгебраической и показательной формах записи.

2.2.3.10 Для электрической цепи переменного тока со смешанным соединением сопротивлений (рисунок 2.15) определить токи в ветвях, напряжения на участках 1-2 и 3-4 цепи, активную, реактивную и полную мощности, если питающее напряжение 300 В, сопротивления резисторов $R_1 = X_{L1} = R_2 = X_{C2} = X_{C3} = R_4 = X_{C5} = 10$ Ом. Задачу решить методом применения комплексных чисел.

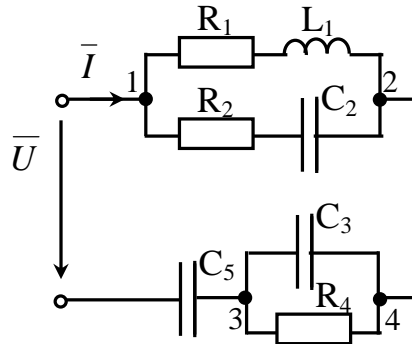


Рисунок 2.15 Электрическая цепь к задаче 2.2.3.10

2.2.3.11 В цепи с заданными параметрами (рисунок 2.16) качественно построить ВД, определить токи и напряжения ветвей. $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $C = 0,5$ Ф, $L = 2$ Гн, $u(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$.

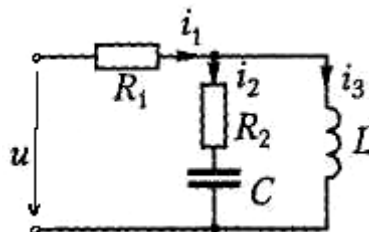


Рисунок 2.16 Электрическая цепь

2.3 Анализ несинусоидальных токов и напряжений

Цель занятия: получить практические навыки анализа и расчета несинусоидальных токов и напряжений в цепях переменного тока.

Задание:

- 1) Представить напряжения и токи в виде суммы синусоидальных (косинусоидальных) составляющих путем разложения функций в ряд Фурье и вычислить коэффициенты его ряда;
- 2) Найти постоянную и переменную составляющую напряжения;
- 3) Определить амплитуды и начальные фазы соответствующих гармоник напряжения.

2.3.1 Теоретические сведения

Основными в электротехнике являются переменные токи, и напряжения в виде синусоидальных функций времени. Однако, наряду с такими на практике приходится иметь дело с электрическими и магнитными величинами периодическими, но не гармоническими. Таким образом, возникает задача о представлении напряжения и тока в виде суммы синусоидальных (косинусоидальных) составляющих. Математически эта задача решается с помощью теории рядов Фурье [2].

Пусть периодическая негармоническая электрическая величина задана функцией $f(t)$, имеющей период T , тогда формула разложения в ряд Фурье имеет вид:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t \quad (2.18)$$

Её также можно записать в виде:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k), \quad (2.19)$$

где $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; $\varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{b_k}{a_k}$.

Коэффициенты ряда вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{2} &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos k\omega_1 t dt \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin k\omega_1 t dt.$$

2.3.2 Примеры решения задач

2.3.2.1 Закон изменения напряжения (рисунок 2.17) на нагрузке однополупериодного выпрямителя при отсутствии сглаживающего фильтра может быть задан в виде

$$U(t) = \begin{cases} U_m \sin \omega_1 t, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2}; \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t \leq T. \end{cases}$$

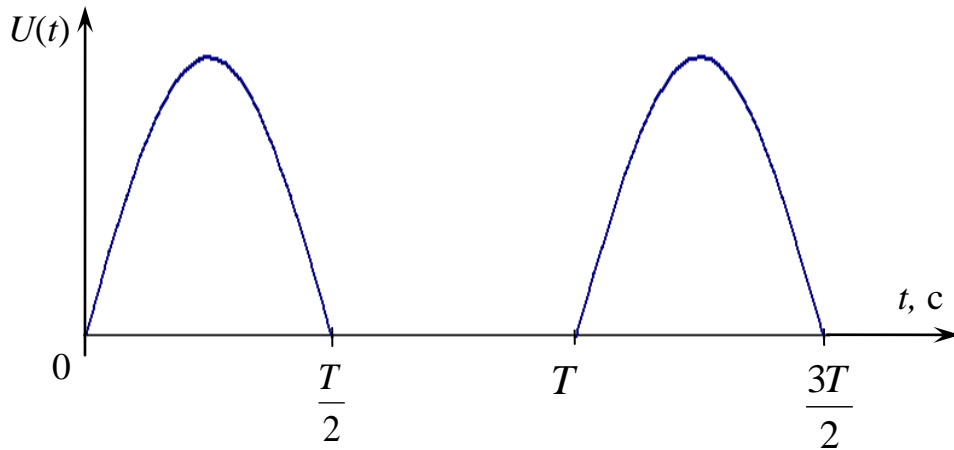


Рисунок 2.17 Закон изменения напряжения

Разложить функцию в ряд Фурье. Найти постоянную и переменную составляющие (первую гармонику) выпрямленного напряжения.

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{2} &= \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega_1 t dt = -\frac{1}{T} U_m \cdot \frac{1}{\omega_1} \cos \omega_1 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} = -\frac{U_m}{T\omega_1} \cos \omega_1 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \\ &= -\frac{U_m}{T\omega_1} \left(\cos \frac{\omega_1 T}{2} - 1 \right) = -\frac{U_m}{2\pi} (\cos \pi - 1) = \frac{U_m}{\pi} \approx 0,32U_m; \end{aligned}$$

$$a_1 = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin 2\omega_1 t dt = -\frac{1}{T} U_m \frac{1}{2\omega_1} \cos 2\omega_1 t \Big|_0^{\frac{T}{2}} =$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{U_m}{2T\omega_1} \left(\cos 2\omega_1 \frac{T}{2} - 1 \right) = -\frac{U_m}{4\pi} (\cos 2\pi - 1) = 0; \\
b_1 &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega_1 t \sin \omega_1 t dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2} U_m (1 - \cos 2\omega_1 t) dt = \\
&= \frac{1}{T} U_m \left(t - \frac{1}{2\omega_1} \sin 2\omega_1 t \right) \Big|_0^{\frac{T}{2}} = \frac{1}{T} U_m \left(\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega_1} \sin \omega_1 T \right) = \frac{U_m}{2} - \frac{U_m}{2T\omega_1} \sin \omega_1 T = \\
&= \frac{U_m}{2} - \frac{U_m}{4\pi} \sin 2\pi = \frac{U_m}{2} = 0,5U_m; \\
a_2 &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega_1 t \cos 2\omega_1 t dt = \frac{-2}{T\omega_1} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \cos 2\omega_1 t d \cos \omega_1 t = \\
&= -\frac{2U_m}{T\omega_1} \int_0^{\frac{T}{2}} (2 \cos^2 \omega_1 t - 1) d \cos \omega_1 t = -\frac{2U_m}{T\omega_1} \left(\frac{2 \cos^3 \omega_1 t}{3} - \cos \omega_1 t \right) \Big|_0^{\frac{T}{2}} = -0,21U_m; \\
b_2 &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega_1 t \sin 2\omega_1 t dt = \frac{4U_m}{T\omega_1} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2 \omega_1 t d \sin \omega_1 t = \\
&= \frac{2U_m}{\pi} \frac{\sin^3 \omega_1 t}{3} \Big|_0^{\frac{T}{2}} = 0.
\end{aligned}$$

Ответ: $U(t) = U_m(0,32 + 0,5 \sin \omega_1 t - 0,21 \cos 2\omega_1 t \dots)$.

2.3.2.2 Закон изменения напряжения для периодической последовательности прямоугольных импульсов задан графически (рисунок 2.18). Необходимо представить напряжение в виде ряда Фурье.

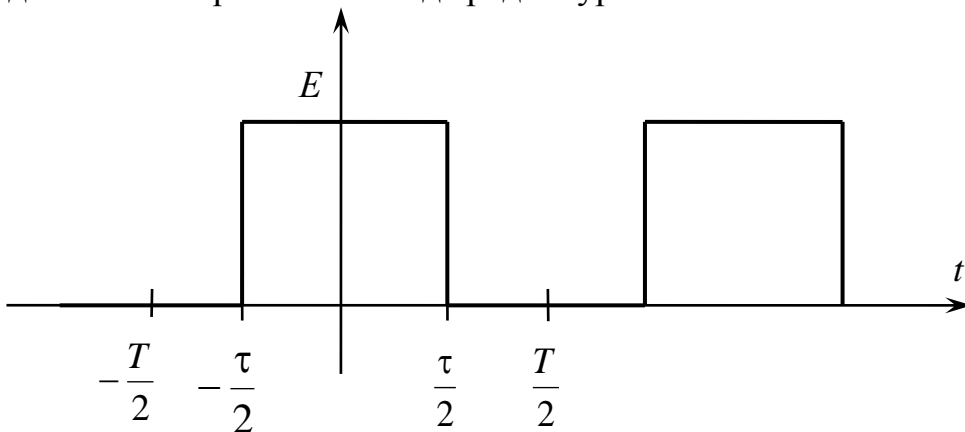


Рисунок 2.18 Закон изменения напряжения

Решение:

Зададим функцию аналитически:

$$U(t) = E \quad \text{при} \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2};$$

$$U(t) = 0 \quad \text{при} \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq -\frac{\tau}{2} \quad \text{и} \quad \frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}.$$

Вычислим коэффициенты ряда, используя формулы (2.20):

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} E dt = \frac{1}{T} E \left(\frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{2} \right) = E \frac{\tau}{T};$$

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} E \cos k\omega_1 t dt = \frac{1}{k\omega_1} \frac{2E}{T} \cdot \sin k\omega_1 t \Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \frac{2E}{Tk\omega_1} \left(\sin k\omega_1 \frac{\tau}{2} + \sin k\omega_1 \frac{\tau}{2} \right) = \\ &= \frac{E}{\pi k} \cdot 2 \sin k\omega_1 \frac{\tau}{2} = \frac{2E}{\pi k} \sin k\omega_1 \frac{\tau}{2}; \end{aligned}$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} E \sin k\omega_1 t dt = -\frac{1}{k\omega_1} \frac{2E}{T} \cdot \cos k\omega_1 t \Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = -\frac{2E}{2\pi k} \left(\cos k\omega_1 \frac{\tau}{2} - \cos k\omega_1 \frac{\tau}{2} \right) = 0;$$

$$u(t) = E \frac{\tau}{T} + \sum_{k=1}^n \frac{2E}{\pi k} \sin k\omega_1 \frac{\tau}{2} \cos k\omega_1 t.$$

При $T = 2\tau$

$$u(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \left(\sin \omega_1 \frac{\tau}{2} \cos \omega_1 t + \frac{1}{2} \sin \omega_1 \tau \cos 2\omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 2\omega_1 \frac{\tau}{2} \cos 3\omega_1 t \dots \right).$$

2.3.2.3 Напряжение источника, питающего потребителя с активным сопротивлением $R = 6 \text{ Ом}$ изменяется по трапецеидальному закону (рисунок 2.3). Найти действующее значение напряжения и тока, а также мощность приемника. Определить процентное содержание высших гармоник.

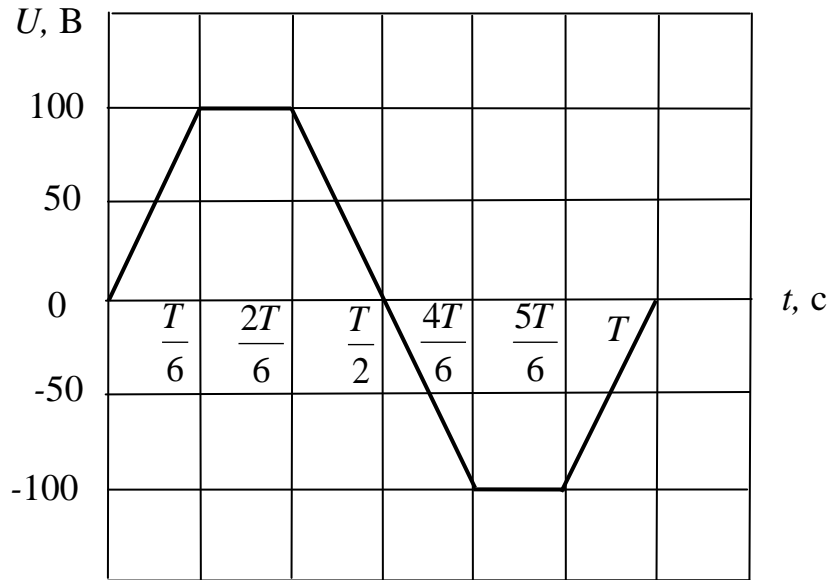


Рисунок 2.19 Закон изменения напряжения

Решение:

Если осуществить разложение функции в ряд Фурье и вычислить коэффициенты ряда, то получится следующее выражение:

$$U = \frac{4U_m}{\pi\alpha} \left(\sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{3^2} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{7^2} \sin 7\alpha \sin 7\omega t + \dots \right);$$

$$\alpha = \omega t = \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ.$$

Так как $\alpha=60^\circ$, то амплитуда гармоник, кратных трём, будет равна нулю, и в ряде напряжения будут присутствовать только 1, 5, 7 гармоники.

$$U = \frac{4 \cdot 100}{\pi \cdot \frac{\pi}{3}} \left(\sin \frac{\pi}{3} \sin \omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5 \cdot \frac{\pi}{3} \sin 5\omega t + \frac{1}{7^2} \sin 7 \cdot \frac{\pi}{3} \sin 7\omega t \right);$$

$$U = (105 \sin \omega t - 4,2 \sin 5\omega t + 2,14 \sin 7\omega t).$$

Активное сопротивление приемника для каждой из гармоник остается неизменной, поэтому для получения ряда тока достаточно разделить каждую составляющую ряда напряжения на R :

$$i(t) = \frac{u(t)}{R}.$$

$$i(t) = 17,5 \sin \omega t - 0,7 \sin 5\omega t + 0,36 \sin 7\omega t$$

Найдем действующее значение напряжения и тока

$$U = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(5)}^2 + U_{(7)}^2} = 105,1B$$

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(3)}^2 + I_{(7)}^2} = 17,5A$$

$$P = P_{(1)} + P_{(5)} + P_{(7)} = R(I_{(1)}^2 + I_{(5)}^2 + I_{(7)}^2) = RI^2 = 1837,5Bm$$

$$\frac{U_{5m}}{U_{1m}} \cdot 100\% = 4\%$$

$$\frac{U_{7m}}{U_{1m}} \cdot 100\% = 2,038\%$$

2.3.3 Задачи для самостоятельного решения

2.3.3.1 Определить постоянную составляющую и три первые гармоники напряжения, представленного на рисунке 2.20.

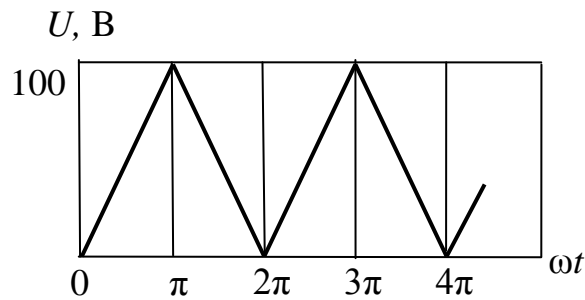


Рисунок 2.20 Закон изменения напряжения

Ответ: $u = 50 - 40,5 \cos \omega t - 4,5 \cos 3\omega t - 1,62 \cos 5\omega t$ В.

2.3.3.2 Постоянная составляющая напряжения, представленного на рисунке 2.21, равна 100 В. Определить амплитуды и начальные фазы трех первых гармоник.

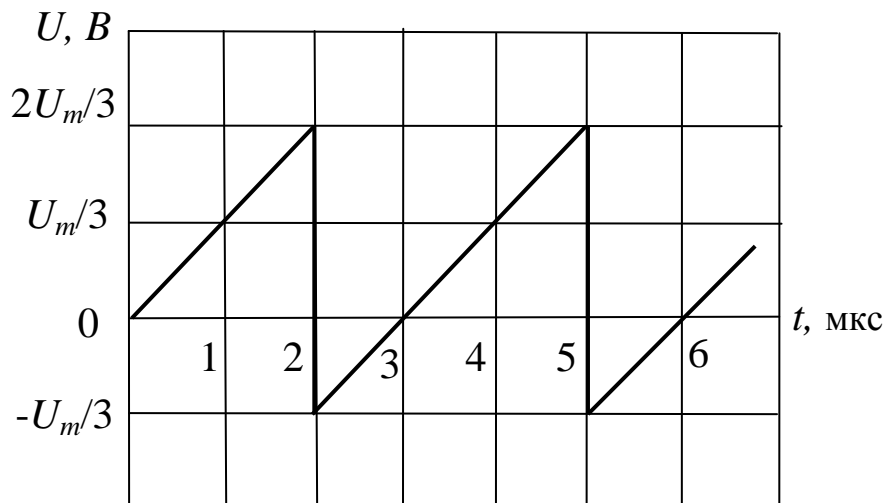


Рисунок 2.21 Электрическая схема к задаче 2.3.3.2

Ответ: $u = 100 + 191 \sin(\omega t - 60^\circ) + 95,5 \sin(2\omega t + 60^\circ)$.

3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

3.1 Анализ трехфазной цепей переменного тока при соединении нагрузки по схеме звезда и треугольник

Цель занятия: получить практические навыки анализа и расчета трехфазных цепей переменного тока при соединении нагрузки по схеме звезда и треугольник.

Задание:

- 1) Определить линейные и фазные токи; линейные и фазные напряжения; сопротивления и мощности в трехфазных цепях переменного тока при соединениях «звезда» и «треугольник»;
- 2) Определить комплексные действующие значения токов во всех фазах и токи на линейных проводах;
- 3) Построить векторные диаграммы токов и напряжений для симметричного и несимметричного «треугольника» и «звезды».
- 4) Построить для несимметричной нагрузки векторные диаграммы токов и напряжений при обрыве нейтрального провода (схема «звезда»); одного из линейных проводов (схема «треугольник»).

3.1.1 Теоретические сведения

Трехфазная система питания электрических цепей представляет собой совокупность трех синусоидальных ЭДС или напряжений, одинаковых по частоте и амплитудному значению, сдвинутых по фазе относительно друг друга на угол $2\pi/3$, т.е. 120° (рисунок 3.1) [2,3].

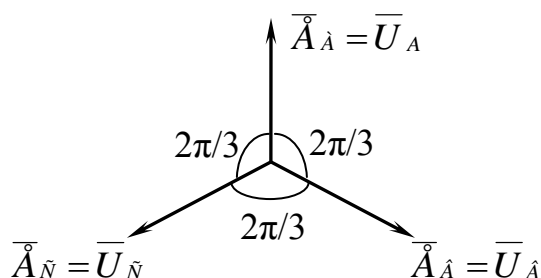


Рисунок 3.1 Векторная диаграмма

В симметричных источниках питания значения ЭДС равны. Пренебрегая внутренним сопротивлением источника, можно принять соответствующие ЭДС источника равными напряжениям, действующим на его зажимах $E_A = U_A$, $E_B = U_B$, $E_C = U_C$.

Электрическая цепь, в которой действует трехфазная система ЭДС или напряжений, называется трехфазной. Существуют различные способы соединения фаз трехфазного источников питания и трехфазных потребителей электроэнергии. Наиболее распространенными являются соединения «звезда» и «треугольник».

При соединении фаз трехфазного потребителя электроэнергии «звездой» (рисунок 3.2) концы фазных обмоток x , y и z объединены в общую нейтральную точку N , а начала фаз A , B , C подключаются к соответствующим линейным проводам.

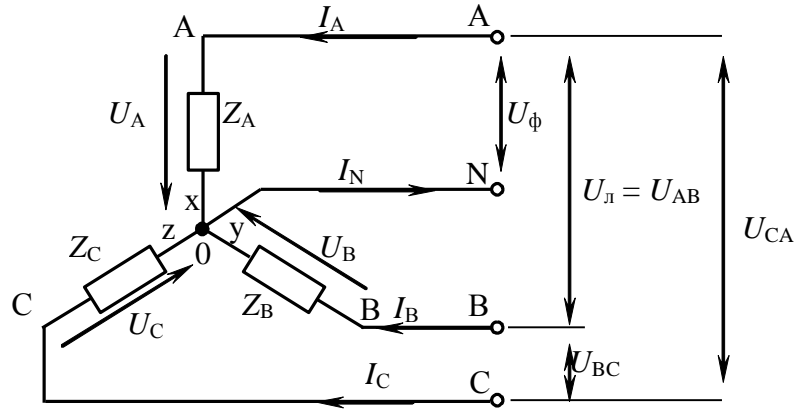


Рисунок 3.2 Схема соединения обмоток фаз приемника «звездой»

Напряжения U_A , U_B , U_C , действующие между началами и концами фаз потребителя являются его фазными напряжениями. Напряжения U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} , действующие между началами фаз потребителя являются линейными напряжениями (рисунок 3.2). Линейные токи $I_{л}$ в питающих линиях (I_A , I_B , I_C) одновременно являются и фазными токами I_{ϕ} , протекающими по фазам потребителя. Поэтому при наличии симметричной трехфазной системы при соединении фаз потребителя «звездой» справедливы следующие соотношения:

$$I_{л} = I_{\phi}, \quad (3.1)$$

$$U_{л} = \sqrt{3} U_{\phi}. \quad (3.2)$$

Активная P , реактивная Q и полная S мощности потребителя электроэнергии при симметричной нагрузке ($Z_A = Z_B = Z_C = Z_{\phi}$) и соединении фаз «звездой» определяют как сумму соответствующих фазных мощностей.

$$P = P_A + P_B + P_C = 3 P_{\phi};$$

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi};$$

$$P = 3 U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = 3 R_{\phi} I_{\phi}^2 = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi_{\phi};$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3 Q_{\phi};$$

$$Q = 3 U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = 3 X_{\phi} I_{\phi}^2 = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi_{\phi};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} U_{л} I_{л}.$$

Соединение, при котором начало последующей обмотки фазы потребителя электроэнергии соединяется с концом предыдущей фазы (при этом начала всех фаз подключаются к соответствующим линейным проводам), называется «треугольником».

При соединении «треугольником», как видно из схемы (рисунок 3.3) фазные напряжения оказываются равными линейным напряжениям

$$U_{л} = U_{\phi}. \quad (3.3)$$

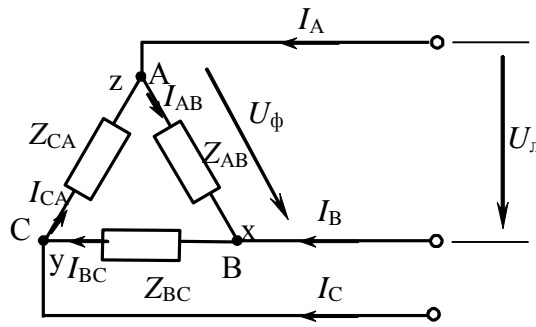


Рисунок 3.3 Схема соединения обмоток фаз приемника «треугольником»

При симметричной системе питания $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\phi} = U_{л}$. Соотношение между линейными и фазными токами при соединении потребителя «треугольником» и симметричной нагрузке

$$I_{л} = \sqrt{3} I_{\phi}. \quad (3.4)$$

При симметричном потребителе электроэнергии с соединением фаз «треугольником» полную S , активную P и реактивную Q мощности отдельных фаз потребителя определяют по формулам, полученным для соединения фаз «звездой».

3.1.2 Примеры решения задач

3.1.2.1 Три группы осветительных ламп мощностью $P = 100$ Вт каждая с номинальным напряжением $U_{ном} = 220$ В соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом (рисунок 3.4, а). При этом в фазу А включено параллельно $n_A = 6$ ламп, в фазу В – $n_B = 4$ лампы, в фазу С – $n_C = 2$ лампы. Линейное симметричное напряжение источника питания $U_{л} = 380$ В. Определить фазные сопротивления Z_{ϕ} и фазные токи I_{ϕ} потребителя электроэнергии, построить векторную диаграмму токов и напряжения, определить ток I_N в нейтральном проводе.

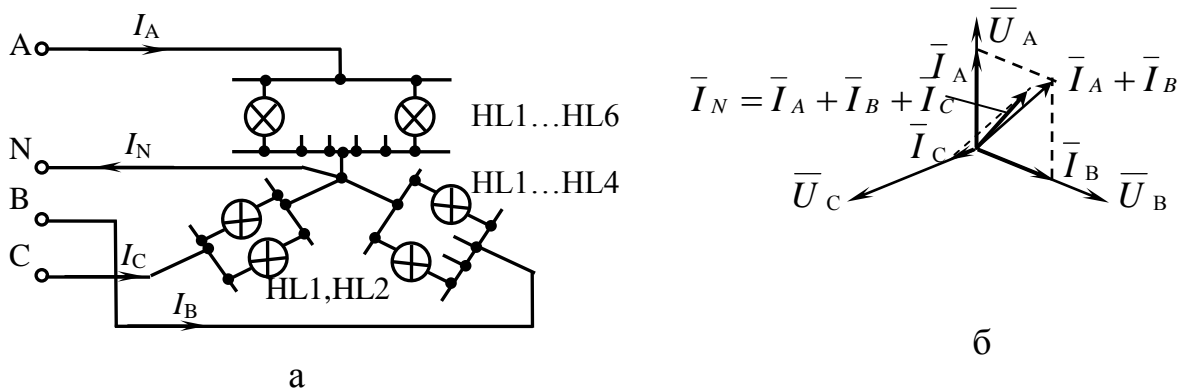


Рисунок 3.4 Трехфазная система питания: а – схема соединения «звездой»; б – векторная диаграмма

Решение:

Активные сопротивления фаз потребителя:

$$R_A = \frac{U_{\dot{\phi}}^2}{n_A P} = \frac{220^2}{6 \cdot 100} = 81 \text{ Ом};$$

$$R_B = \frac{U_{\dot{\phi}}^2}{n_B P} = \frac{220^2}{4 \cdot 100} = 120 \text{ Ом};$$

$$R_C = \frac{U_{\dot{\phi}}^2}{n_C P} = \frac{220^2}{2 \cdot 100} = 242 \text{ Ом},$$

здесь $U_{\phi} = \frac{U_{\dot{\phi}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$

Фазные токи:

$$I_A = \frac{U_{\dot{\phi}}}{R_A} = \frac{220}{81} = 2,7 \text{ А};$$

$$I_B = \frac{U_{\dot{\phi}}}{R_B} = \frac{220}{120} = 1,82 \text{ А};$$

$$I_C = \frac{U_{\dot{\phi}}}{R_C} = \frac{220}{242} = 0,9 \text{ А}.$$

Ток в нейтральном проводе определяем графическим путем. На рисунке 3.4 б приведена векторная диаграмма напряжений и токов, из которой находим ток в нейтральном проводе:

$$I_N = 1,57 \text{ А}.$$

3.1.2.2 В симметричном треугольнике активные и реактивные сопротивления фаз $R = 322 \text{ Ом}; L = 23 \text{ Гн}; U_{\text{л}} = 220 \text{ В}; f = 50 \text{ Гц}.$

1. Определить комплексные действующие значения токов во всех фазах и токи на линейных проводах.

2. Ввести необходимое количество ваттметров, определить их показания и вычислить потребляемую мощность: полную, активную и реактивную.

3. Построить векторную диаграмму.

Решение:

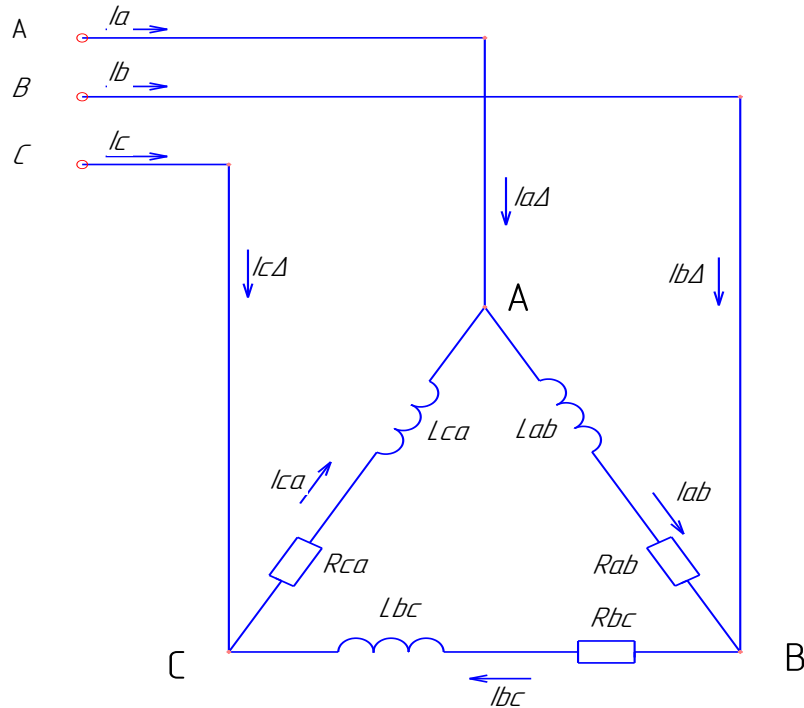


Рисунок 3.5 Расчетная схема к задаче 3.1.2.2

1. Определим комплексные действующие значения токов во всех фазах и токи на линейных проводах.

Найдем комплексные значения сопротивлений элементов для симметричной нагрузки

$$\begin{aligned} Z &= Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = R + j\omega L = 322 + j314 \cdot 23 = 322 + j7222 = \\ &= 7229e^{j87} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{ab} = 220e^{j30} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{bc} = 220e^{-j120} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{ca} = 220e^{j150} \text{ В}$$

Фазные напряжения

$$\dot{U}_a = 127e^{j0} \text{ В}$$

$$\dot{U}_b = 127e^{-j120} \text{ В}$$

$$\dot{U}_c = 127e^{j120} \text{ В}$$

Фазные токи симметричного «треугольника»

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{220e^{j30}}{7229e^{j87}} = 0,03e^{-j57} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{220e^{-j90}}{7229e^{j87}} = 0,03e^{-j177} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{220e^{j150}}{7229e^{j87}} = 0,03e^{j63} \text{ А};$$

Линейные токи симметричного «треугольника»

$$\dot{I}_{a\Delta} = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 0,03e^{-j57} - 0,03e^{j63} = (0,016 - j0,025) - (0,014 + j0,027) = 0,002 + j0,52 = 0,053e^{-j88} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{b\Delta} = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = 0,03e^{-j177} - 0,03e^{-j57} = (0,029 - j0,002) - (0,016 - j0,025) = -0,002 + j0,23 = 0,053e^{j153} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{c\Delta} = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 0,03e^{j63} - 0,03e^{-j177} = (0,014 + j0,027) + (0,029 + j0,002) = 0,043 + j0,029 = 0,053e^{j34} \text{ A};$$

2. Т.к. нагрузка симметричная, то для измерения активной мощности достаточно ввести ваттметр только в одну из фаз (рисунок 3.6).

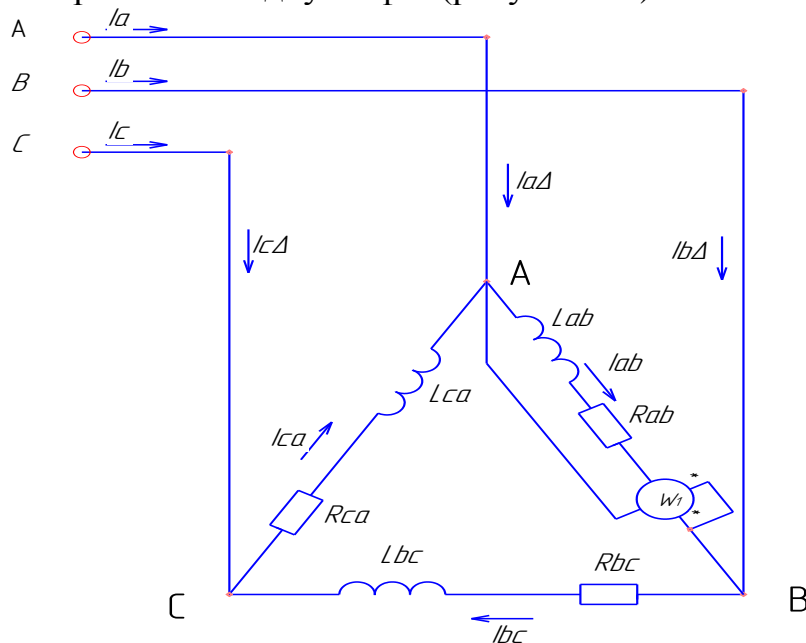


Рисунок 3.6 Схема подключения ваттметров

Показания ваттметра равно активной мощности, потребляемой фазой симметричной «звезды»

$$P_{w1} = \text{Re}[U_{ab} \dot{I}_{ab}] = \text{Re}[220e^{j30} * 0,03e^{-j57}] = \text{Re}[6,6e^{-j27}] = 0,35 \text{ Вт};$$

$$P_1 = 3P_{w1} = 3 * (0,35) = 1,05 \text{ Вт};$$

Вычислим потребляемые активную, реактивную и полную мощности.

Активные мощности приемников и всей цепи.

$$P_{\Delta} = 3I_a^2 R = 3 * 0,03^2 * 322 = 0,99 \text{ Вт};$$

$$Q_{\Delta} = 3I_a^2 X = 3 * 0,03^2 * 7222 = 19,5 \text{ Вар};$$

$$S_{\Delta} = P_{\Delta} + jQ_{\Delta} = 0,99 + j19,5 = 19,6e^{j87} \text{ ВА}$$

3. Векторная диаграмма для симметричного треугольника приведена на рисунке 3.7.

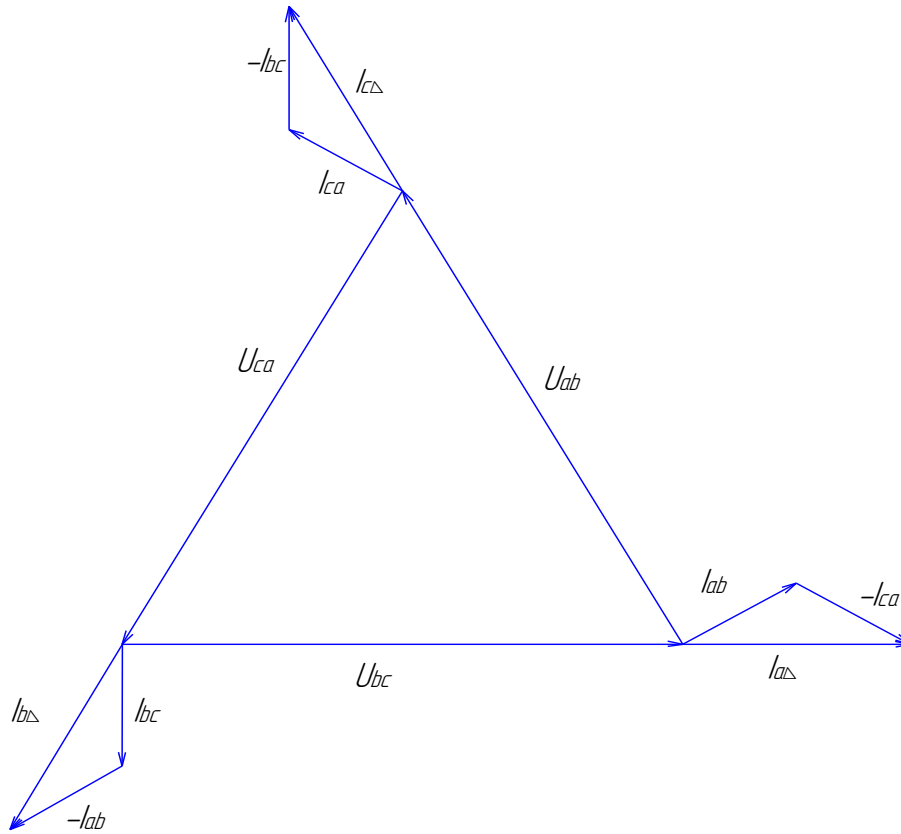


Рисунок 3.7 Векторная диаграмма для симметричного треугольника

3.1.2.3 В несимметричной звезде с нейтральным проводом (рисунок 3.8) заданы активные и реактивные сопротивления фаз: $R_1 = 23 \text{ Ом}$; $R_2 = 44 \text{ Ом}$; $R_3 = 54 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 22 \text{ мкФ}$; $X_{L2} = 50 \text{ мГн}$; $X_{L3} = 150 \text{ мГн}$.

1. Определить комплексные действующие значения токов во всех фазах и токи в линейных проводах.

2. Ввести необходимое количество ваттметров, определить их показания и вычислить потребляемую мощность: полную, активную и реактивную.

3. Построить векторную диаграмму.

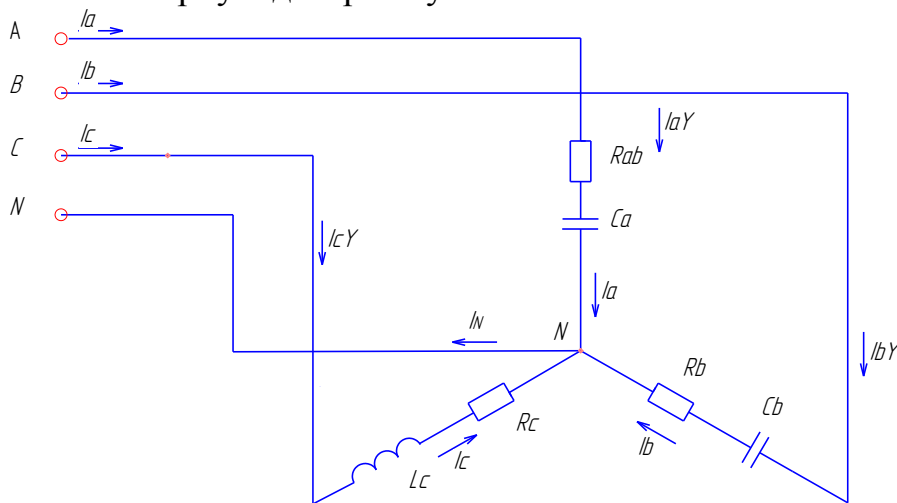


Рисунок 3.8 Расчетная схема к задаче 3.1.2.3

Решение:

1. Определим комплексные действующие значения токов во всех фазах и токи в линейных проводах.

Найдем комплексные значения сопротивлений элементов для несимметричной нагрузки «звездой»:

$$Z_a = R_1 - j \frac{1}{\omega C a} = 23 - j144,8 = 146,6e^{-j81} \text{ Ом};$$

$$Z_b = R_2 + j\omega L b = 44 + j15,7 = 46,7e^{j20} \text{ Ом};$$

$$Z_c = R_3 + jXL3 = 54 + j47,1 = 71,7e^{j41} \text{ Ом};$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{ab} = 220e^{j30} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{bc} = 220e^{-j120} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{ca} = 220e^{j150} \text{ В}$$

Фазные напряжения

$$\dot{U}_a = 127e^{j0} \text{ В}$$

$$\dot{U}_b = 127e^{-j120} \text{ В}$$

$$\dot{U}_c = 127e^{j120} \text{ В}$$

Фазные токи несимметричной «звезды»

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a} = \frac{127e^{j0}}{146,6e^{-j81}} = 0,87e^{j81} \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b} = \frac{127e^{-j120}}{46,7e^{j20}} = 2,72e^{-j140} \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c} = \frac{127e^{j120}}{71,7e^{j41}} = 1,77e^{j79} \text{ А};$$

Ток в нулевом проводе равен сумме комплексов фазных токов

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0,87e^{j81} + 2,72e^{-j140} + 1,77e^{j79} = (0,14 + j0,86) + (-2,08 - j1,75) + (0,34 + j1,74) = \\ &= -1,6 - j0,85 = 1,81e^{j152} \text{ А}; \end{aligned}$$

Линейные токи несимметричной «звезды»

$$\dot{I}_{AY} = \dot{I}_a = 0,87e^{j81} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BY} = \dot{I}_b = 2,72e^{-j140} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{CY} = \dot{I}_c = 1,77e^{j79} \text{ А};$$

2. Т.к. нагрузка несимметричная, то для определения активной мощности необходимо ввести ваттметры во все фазы нагрузки (рисунок 3.9). Определим показания ваттметров.

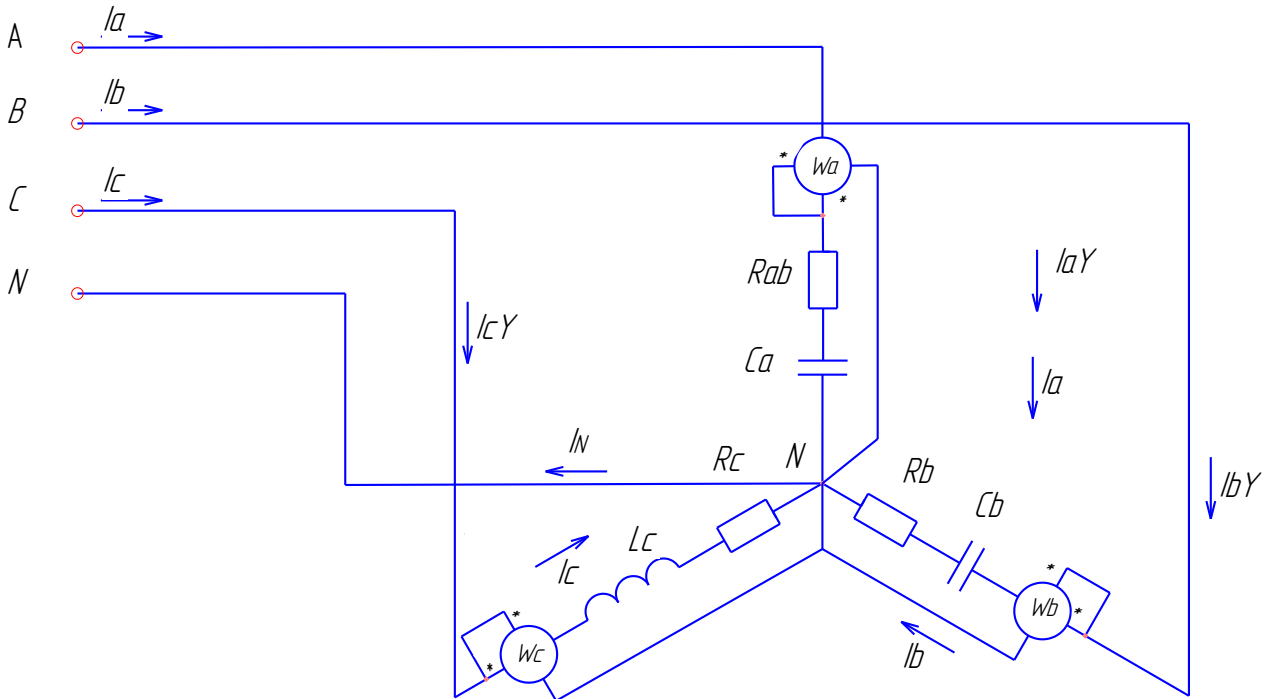


Рисунок 3.9 Схема подключения ваттметров

2.1 Показания ваттметров несимметричного треугольника

$$P_{wa} = \operatorname{Re}[U_a \dot{I}_a] = \operatorname{Re}[127e^{j0} * 0,87e^{-j81}] = \operatorname{Re}[110,49e^{-j81}] = 17,28 \text{ Вт.}$$

$$P_{wb} = \operatorname{Re}[U_b \dot{I}_b] = \operatorname{Re}[127e^{-j120} * 2,72e^{j140}] = \operatorname{Re}[345,44e^{j20}] = 324,61 \text{ Вт.}$$

$$P_{wc} = \operatorname{Re}[U_c \dot{I}_c] = \operatorname{Re}[127e^{j120} * 1,77e^{-j79}] = \operatorname{Re}[244,79e^{j41}] = 169,65 \text{ Вт.}$$

$$P_2 = P_{wa} + P_{wb} + P_{wc} = 17,28 + 324,61 + 169,65 = 511,54 \text{ Вт}$$

2.2 Вычислим потребляемые активную, реактивную и полную мощности.

Активные и реактивные мощности приемников и всей цепи.

$$P_Y = I_a^2 R_a + I_b^2 R_b + I_c^2 R_c = 0,87^2 * 23 + 2,72^2 * 44 + 1,77^2 * 54 = 512 \text{ Вт};$$

$$Q_Y = I_a^2 X_a + I_b^2 X_b + I_c^2 X_c = 0,87^2 * -144,853 + 2,72^2 * 15,7 + 1,77^2 * 47,1 = 154,1 \text{ Вар};$$

$$S_Y = P_Y + jQ_Y = 512 + j154,1 = 534,7e^{j17} \text{ ВА}$$

2. Векторная диаграмма несимметричной звезды приведена на рисунке 3.10.

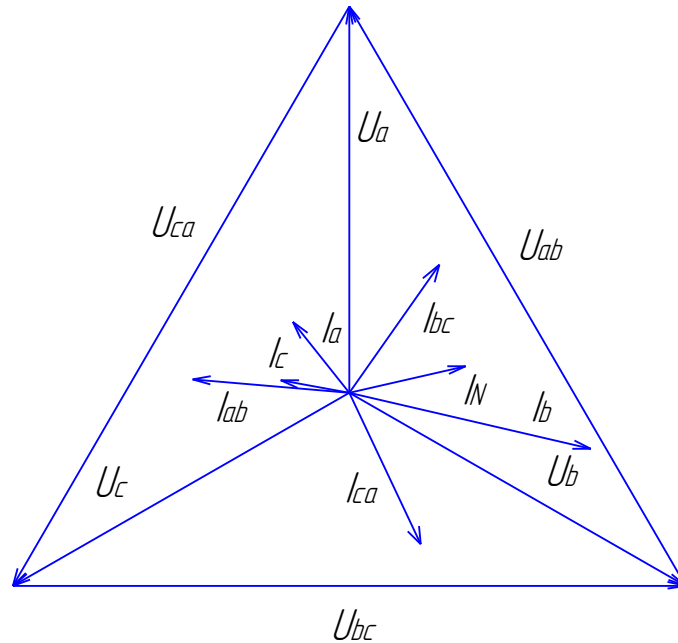


Рисунок 3.10 Векторная диаграмма несимметричной звезды

3.1.3 Задачи для решения на практическом занятии

3.1.3.1 Трехфазный симметричный потребитель электрической энергии с сопротивлением фаз $Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi = R = 10$ Ом соединен «звездой» и включен в трехфазную сеть с симметричным напряжением $U_\pi = 220$ В (рисунок 3.11, а). Определить показание амперметра при обрыве линейного провода B и суммарную мощность трехфазного симметричного потребителя. Построить векторную диаграмму напряжений и токов при симметричной нагрузке и при обрыве линейного провода B .

Ответ: $I_A = 12,7$ А; $P = 4839$ Вт.

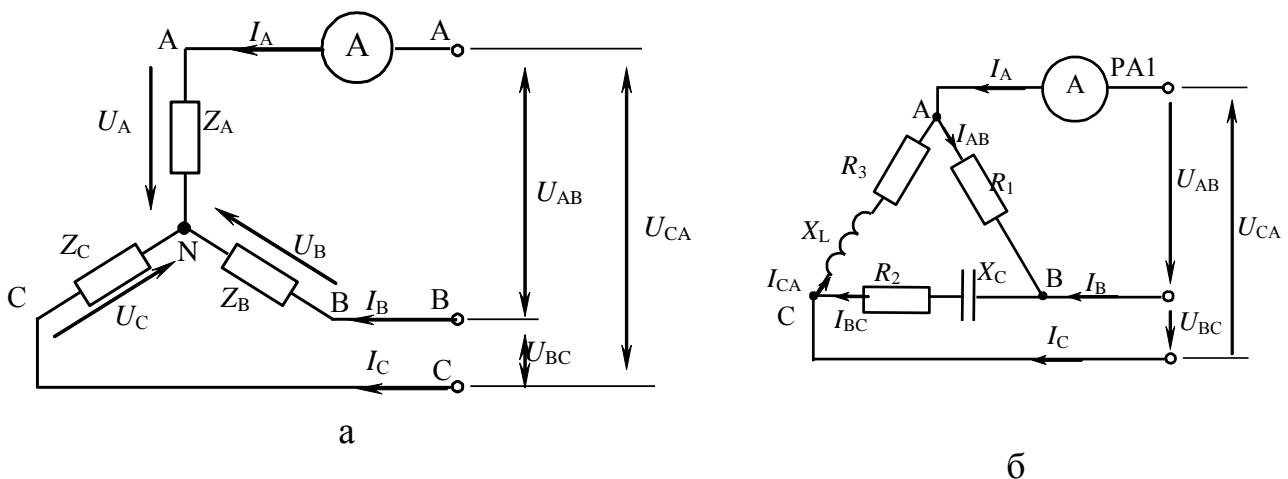


Рисунок 3.11 Схема электрической цепи: а – к задаче 3.1.3.1; б – к задаче 3.1.3.2

6.3.2 Трехфазный потребитель электрической энергии с активными и реактивными сопротивлениями фаз $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = R_3 = 5$ Ом и $X_L = X_C = 5$ Ом, соединен треугольником (рисунок 6.11, б) и включен в трехфазную сеть с линейным напряжением $U_\pi = 100$ В при симметричном питании. Определить показание амперметра

при обрыве линейного провода C ; определить фазные и линейные токи, а также активную, реактивную и полную мощности каждой фазы и всей электрической цепи. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } I_A = 20 \text{ А (при обрыве); } I_{AB} = 10 \text{ А, } I_{BC} = I_{CA} = 14,2 \text{ А;} \\ I_A = 24 \text{ А, } I_B = 15 \text{ А, } I_C = 24 \text{ А; } P_{AB} = 10 \text{ кВт, } P_{BC} = P_{CA} = 1 \text{ кВт, } P = 3 \text{ кВт;} \\ Q_{AB} = 0 \text{ ВАр, } Q_{BC} = -1 \text{ кВАр, } Q_{CA} = 1 \text{ кВАр, } Q = 0; \\ S_{AB} = 1 \text{ кВА, } S_{BC} = S_{CA} = 1,42 \text{ кВА, } S = 4,85 \text{ кВА.} \end{aligned}$$

6.3.3 В электрической цепи трехфазного симметричного потребителя электрической энергии, соединенного «треугольником», показание амперметра включенного в линию A $I_A = I_{л} = 22 \text{ А}$, сопротивления резисторов $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA} = 6 \text{ Ом}$, конденсаторов $X_{AB} = X_{BC} = X_{CA} = 8 \text{ Ом}$. Определить линейное напряжение, активную, реактивную и полную мощности. Построить векторную диаграмму.

$$\text{Ответ: } U_{л} = 127 \text{ В, } P = 2,9 \text{ кВт, } Q = 3,88 \text{ кВАр, } S = 4,85 \text{ кВА.}$$

6.3.4 Потребитель электроэнергии, соединенный «звездой» с активными и реактивными (индуктивными) сопротивлениями фаз: $R_A = R_B = R_C = R_{\phi} = 30 \text{ Ом}$, $X_A = X_B = X_C = X_{\phi} = 4 \text{ Ом}$ включен в трехфазную симметричную сеть с линейным напряжением $U_{л} = 220 \text{ В}$. Определить фазные и линейные токи и активную мощность потребителя. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

$$\text{Ответ: } I_{\phi} = I_{л} = 4,2 \text{ А; } P = 1,6 \text{ кВт.}$$

6.3.5 Для условия задачи 6.3.1 определить фазные напряжения и токи, активную мощность P_k потребителя при коротком замыкании фазы B , построить векторную диаграмму для этого случая.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ СРО В СООТВЕТСТВИИ С РАБОЧЕЙ ПРОГРАММОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Внеаудиторными видами СРО являются:

- подготовка к практическим и лабораторным занятиям;
- самостоятельное изучение теоретического материала (СИТМ), предусматривающее изучение отдельных разделов и тем дисциплины по заданию преподавателя, чтение учебной литературы, конспектирование текстов;
- подготовка к промежуточной аттестации (к сдаче экзамена по дисциплине).

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам производится согласно методическим указаниям по соответствующей теме работы.

Для самостоятельного изучения теоретического материала по дисциплине «Электротехника» в соответствии с рабочей программой предусмотрены следующие темы (таблица 4.1).

Таблица 4.1 Содержание СРО, темы СИТМ и рекомендуемая литература

№ п/п	№ раздела	Название (содержание) работы	Рекомендуемая литература	Объем, часы
1	2	3	4	5
1	3,4	Выполнение задания РГР «Расчет электрической цепи постоянного тока»	Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи [Текст] : учеб. пособие / Г. И. Атабеков. - 7-е изд., стер. - СПб. ; М.; Краснодар: Лань, 2009. - 592 с.	6
2	1-13	Самостоятельное изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным работам и практическим занятиям	Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники [Текст] : учебник - М.: Высш. шк.: Академия, 2001.- 496 с. Касаткин, А.С. Электротехника [Электронный ресурс]: учебник для студ. неэлектротехнических спец. вузов: рек. М-вом образования РФ / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. - М.: Издательский центр "Академия", 2008. - 540 с. – Режим доступа: http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu	40

Контроль за ходом СРО осуществляется преподавателем, в том числе при проведении занятий (лекционных, практических и лабораторных), а также на групповых и индивидуальных консультациях.

Контроль результатов СРО осуществляется при сдаче зачета по дисциплине.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) основная литература:

1. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи [Текст] : учеб. пособие / Г. И. Атабеков. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. – 592 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Электронный ресурс] : учебник для бакалавров : для студентов вузов, обуч. по направлениям подготовки дипломированных специалистов "Электротехника, электромеханика и электротехнологии", "Электроэнергетика", "Приборостроение" : допущено М-вом образования РФ / Л. А. Бессонов. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2013. - 701 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/20907.pdf>

б) дополнительная литература:

3. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники [Текст]: учебник - М.: Высш. шк.: Академия, 2001.- 496 с.
4. Касаткин, А.С. Электротехника [Электронный ресурс]: учебник для студ. не-электротехнических спец. вузов: рек. М-вом образования РФ / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. - М.: Издательский центр "Академия", 2008. - 540 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu>

