



Кафедра технологического оборудования
животноводческих и перерабатывающих
предприятий

Линейное программирование (план производства)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям по дисциплине
«Оптимизация технологических процессов
общественного питания»

Направление подготовки магистра

19.04.04 Технология продукции и организация общественного питания

Рекомендовано к изданию
методической комиссией факультета
пищевых технологий
(Протокол №1 от «01» сентября 2015 г.)

Составитель: доцент Мартынов В.М.

Рецензент: доцент кафедры математики Лукманов Р.Л.

Ответственный за выпуск:
зав. кафедрой «Технологическое оборудование животноводческих
и перерабатывающих предприятий»
д.т.н., доцент Мартынов В.М.

Цель работы. Освоение метода решения задач линейного программирования.

Задача работы. Сформулировать модель линейного программирования и решить ее симплекс-методом.

План решения задачи линейного программирования

Для того чтобы решить задачу линейного программирования (ЛП) в среде Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия:

1. Ввести условие задачи:

a) *создать экранную форму для ввода условия задачи:*

- переменных,
- целевой функции (ЦФ),
- ограничений,
- граничных условий;

b) *ввести исходные данные в экранную форму:*

- коэффициенты ЦФ,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

c) *ввести зависимости из математической модели в экранную форму:*

- формулу для расчета ЦФ,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

d) *задать ЦФ* (в окне «Поиск решения»):

- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

e) *ввести ограничения и граничные условия* (в окне «Поиск решения»):

- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2. Решить задачу:

a) *установить параметры решения задачи* (в окне «Поиск решения»);

b) *запустить задачу на решение* (в окне «Поиск решения»);

c) *выбрать формат вывода решения* (в окне «Результаты поиска решения»).

Надстройка «Поиск решений» поставляется вместе с Excel, но по умолчанию отключена. Чтобы активизировать ее в **Excel 2007**, перейдите по вкладке «Файл» в группу «Параметры». В появившемся диалоговом окне «Параметры», выберите «Надстройки» => «Управление»: «Надстройки Excel» => «Перейти». В окне «Надстройки» устанавливаем галочку напротив поля «Поиск решения», жмем «ОК».

В **Excel 2003** и ниже выберите команду «Сервис / Надстройки», в появившемся диалоговом окне Надстройки установите флажок «Поиск решения» и щелкните на кнопке «ОК». Если вслед за этим на экране появится

диалоговое окно с предложением подтвердить ваши намерения, щелкните на кнопке «Да».

Рассмотрим подробно использование MS Excel на примере решения следующей задачи.

Задача

Фабрика "GRM pic" выпускает два вида каш для завтрака – "Crunchy" и "Chewy". Используемые для производства обоих продуктов ингредиенты в основном одинаковы и, как правило, не являются дефицитными. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов фабрики.

Управляющему производством Джою Дисону необходимо разработать план производства на месяц. В приведенной ниже таблице указаны общий фонд рабочего времени и число человеко-часов, требуемое для производства 1 т продукта.

<i>Цех</i>	<i>Необходимый фонд рабочего времени, чел.-ч/т</i>		<i>Общий фонд рабочего времени, чел.-ч. в месяц</i>
	<i>"Crunchy"</i>	<i>"Chewy"</i>	
А. Производство	10	4	1000
В. Добавка приправ	3	2	360
С. Упаковка	2	5	600

Доход от производства 1 т "Crunchy" составляет 150 ф. ст., а от производства "Chewy" – 75 ф. ст. На настоящий момент нет никаких ограничений на возможные объемы продаж. Имеется возможность продать всю произведенную продукцию.

Требуется:

- Сформулировать модель линейного программирования, максимизирующую общий доход фабрики за месяц.
- Решить ее с помощью MS Excel.

Формальная постановка данной задачи имеет вид:

$$\begin{aligned}
 &150x_1 + 75x_2 \rightarrow \max \\
 &\begin{cases} 10x_1 + 4x_2 \leq 1000 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 360 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 600 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Ввод исходных данных

Создание экранной формы и ввод исходных данных

Экранная форма для решения в MS Excel представлена на рисунке 1.

	A	B	C	D
1	Симплекс метод			
2		ПЕРЕМЕННЫЕ		
3		X1	X2	
4	Значение			
5	Ограничение снизу	0	0	Значение целевой функции
6	Целевая функция	150	75	0
7	ОГРАНИЧЕНИЯ			
8				
9				
10	Цех	Необходимый фонд рабочего времени, чел-ч/т		Общий фонд рабочего времени, чел-ч/т
11		"Crunchy"	"Chewy"	
13	A. Производство	10	4	1000
14	B. Добавка приправ	3	2	360
15	C. Упаковка	2	5	600
16				
17		Лев. часть	Знак	Прав. часть
18		0	<=	1000
19		0	<=	360
20		0	<=	600

Рисунок 1

В экранной форме на рисунке 1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка на листе Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи 1 соответствуют ячейки **B4** (x_1), **C4** (x_2), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки **B6** ($c_1 = 150$), **C6** ($c_2 = 75$), правым частям ограничений соответствуют ячейки **D18** ($b_1 = 1000$), **D19** ($b_2 = 360$), **D20** (600) и т.д.

Ввод зависимостей из формальной постановки задачи в экранную форму

Для ввода зависимостей определяющих выражение для целевой функции и ограничений используется функция MS Excel СУММПРОИЗВ, которая вычисляет сумму попарных произведений двух или более массивов.

Одним из самых простых способов определения функций в MS Excel является использование режима «**Вставка функций**», который можно вызвать из меню «**Вставка**» или при нажатии кнопки « f_x » (рисунок 2) на стандартной панели инструментов.



Рисунок 2

Так, например, выражение для целевой функции из задачи 1 определяется следующим образом:

- курсор в поле **D6**;
- нажатием кнопки « f_x », вызовите окно «**Мастер функций**»;
- выберите в окне «**Категория**» категорию «**Математические**»;
- в окне «**Функция**» выберите функцию «**СУММПРОИЗВ**» (рисунок 3);
- в появившемся окне «**СУММПРОИЗВ**» в строку «**Массив 1**» введите выражение **B4:C4**, а в строку «**Массив 2**» – выражение **B6:C6** (рисунок 4);

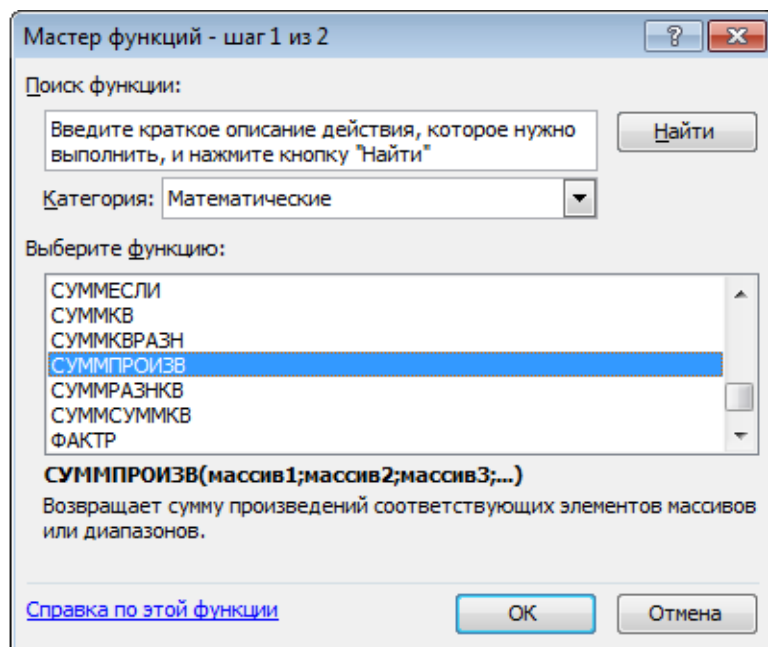


Рисунок 3

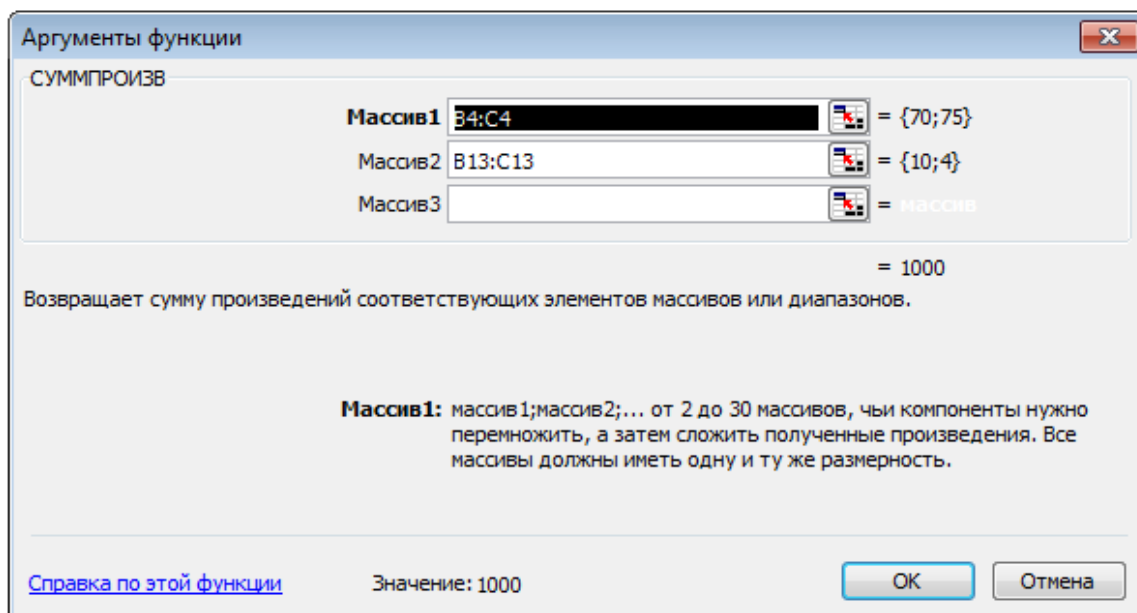


Рисунок 4

Левые части ограничений задачи (1) представляют собой *сумму произведений* каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3**, **C3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкрет-

ного ограничения (**B13, C13** – 1-е ограничение; **B14, C14** – 2-е ограничение и **B15, C15** – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – *Формулы, описывающие ограничения модели (1)*

Левая часть ограничения	Формула Excel
$10x_1 + 4x_2$ или $B3 \times B13 + C3 \times C13$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B13:C13)
$3x_1 + 2x_2$ или $B3 \times B14 + C3 \times C14$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B14:C14)
$2x_1 + 5x_2$ или $B3 \times B15 + C3 \times C15$	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;B15:C15)

Задание ЦФ

Дальнейшие действия производятся в окне «Поиск решения», которое вызывается из меню «Сервис» (рисунок 5):

- поставьте курсор в поле «Установить целевую ячейку»;
- введите адрес целевой ячейки **\$D\$6** или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме — это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;
- введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке «максимальному значению».

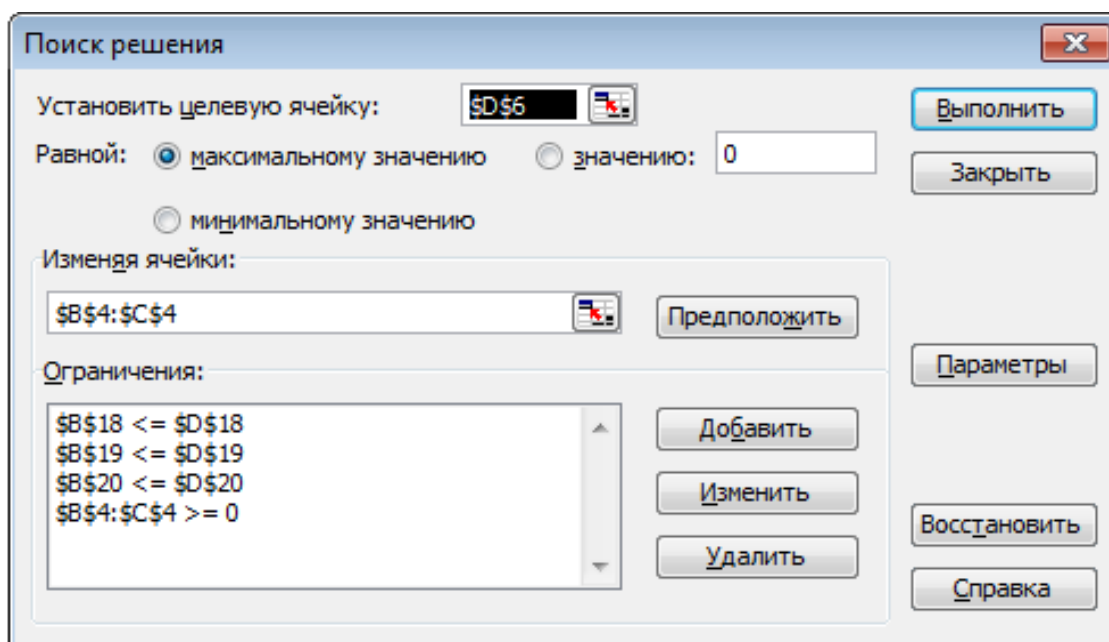


Рисунок 5

Ввод ограничений и граничных условий

Задание ячеек переменных

В окно «Поиск решения» в поле «Изменяя ячейки» впишите адреса **\$B\$4:\$C\$4**. Необходимые адреса можно вносить в поле «Изменяя ячейки» и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

Задание граничных условий для допустимых значений переменных

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. рисунок 1).

- Нажмите кнопку «Добавить», после чего появится окно «Добавление ограничений» (рисунок 6).
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адреса ячеек переменных **\$B\$4:\$C\$4**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.
- В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите \geq .
- В поле «Ограничение» введите 0.

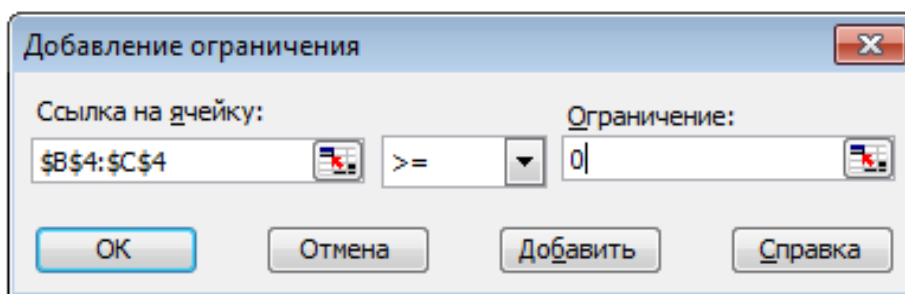


Рисунок 6 – Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1)

Задание знаков ограничений \leq , \geq , $=$

- Нажмите кнопку «Добавить» в окне «Добавление ограничений».
- В поле «Ссылка на ячейку» введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например **\$B\$18**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.
- В соответствии с условием задачи (1) выбрать в поле знака необходимый знак, например, \leq .
- В поле «Ограничение» введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например **\$D\$18**.
- Аналогично введите ограничения: **\$B\$19<=\$D\$19**, **\$B\$20<=\$D\$20**.
- Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки **ОК**.

Окно «Поиск решения» после ввода всех необходимых данных задачи (1) представлено на рисунке 5.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки «Изменить» или «Удалить» (см. рисунок 5).

Решение задачи

Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне «Поиск решения». Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку «Параметры» и заполнить некоторые поля окна «Параметры поиска решения» (рисунок 7).

Параметры поиска решения

Максимальное время: 100 секунд

Предельное число итераций: 100

Относительная погрешность: 0,000001

Допустимое отклонение: 5 %

Сходимость: 0,0001

☐ Линейная модель ☐ Автоматическое масштабирование

☐ Неотрицательные значения ☐ Показывать результаты итераций

Оценки: ☒ линейная ☐ квадратичная

Разности: ☒ прямые ☐ центральные

Метод поиска: ☒ Ньютона ☐ сопряженных градиентов

ОК Отмена Загрузить модель... Сохранить модель... Справка

Рисунок 7 – Параметры поиска решения задач ЛП

Параметр «Максимальное время» служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр «Предельное число итераций» служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр «Относительная погрешность» служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из ин-

тервала от 0 до 1. Чем *меньше* количество десятичных знаков во введенном числе, тем *ниже* точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр «**Допустимое отклонение**» служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр «**Сходимость**» применяется только при решении нелинейных задач. Установка флажка «**Линейная модель**» обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки «**ОК**».

Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна «**Поиск решения**» путем нажатия кнопки «**Выполнить**».

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно «**Результаты поиска решения**» с сообщением об успешном решении задачи, представленном на рисунок 8.

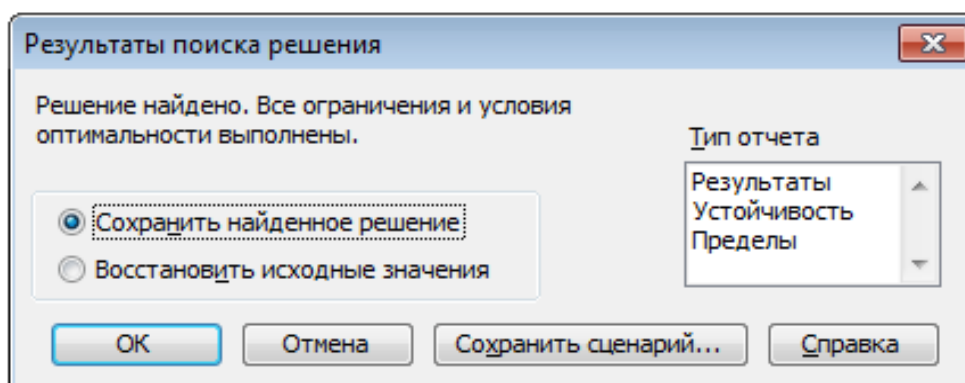


Рисунок 8 – Сообщение об успешном решении задачи

Появление иного сообщения свидетельствует не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены **ошибки**, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует.

Если при заполнении полей окна «**Поиск решения**» были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра «**Относительная погрешность**» не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне «Результаты поиска решения» представлены названия трех типов отчетов: «Результаты», «Устойчивость», «Пределы». Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность. Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку "ОК". После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи: значения X1, X2 и значение целевой функции (рисунок 9).

	A	B	C	D
1	Симплекс метод			
2		ПЕРЕМЕННЫЕ		
3		X1	X2	
4	Значение	70	75	
5	Ограничение снизу	0	0	Значение целевой функции
6	Целевая функция	150	75	16125
7				
8	ОГРАНИЧЕНИЯ			
9				
10	Цех	Необходимый фонд рабочего времени, чел-ч/т		Общий фонд рабочего времени, чел-ч/т
11		"Crunchy"	"Chewy"	
13	A. Производство	10	4	1000
14	B. Добавка приправ	3	2	360
15	C. Упаковка	2	5	600
16				
17		Лев. часть	Знак	Прав. часть
18		1000	<=	1000
19		360	<=	360
20		515	<=	600

Рисунок 9 – Экранная форма решения задачи (1)

