

	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный аграрный университет»	Методические указания
		Б1.В.ОД.6 Астрономия

Б1.В.ОД.6 Астрономия

Методические указания к лабораторной работе  
**Законы Кеплера и конфигурации планет.**

Направление подготовки  
21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Профиль подготовки  
Геодезия

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

УДК 53

ББК 22.03

М 54

Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета  
природопользования и строительства  
(протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 года)

Составители: ст.преподаватель Сираев Ш.Ф.

Рецензент: доцент Юмагужин Р.Ю

Ответственный за выпуск: зав. кафедрой теплоэнергетики и физики к.ф.-м.н, доцент  
Юмагужин Р.Ю.

## ЗАКОНЫ КЕПЛера И КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ

**Цель работы:** изучение закономерностей в движении планет и вычисление их конфигураций.

**Пособия:** Астрономический календарь – постоянная часть или Справочник любителя астрономии; Астрономический календарь-ежегодник; Малый звездный атлас А.А. Михайлова; калькулятор.

Движение планет вокруг Солнца описывается законами Кеплера. Величина большой полуоси  $a$  орбиты планеты является средним расстоянием планеты от Солнца. Благодаря незначительным эксцентриситетам  $e$  и наклонениям  $i$  орбит больших планет, можно при решении многих задач полагать эти орбиты круговыми, имеющими радиус  $a$  и лежащими практически в одной плоскости – в плоскости эклиптики.

Угловая и линейная скорости планеты на орбите периодически изменяются в соответствии со вторым законом Кеплера, и их средние значения могут быть посчитаны по среднему расстоянию  $a$  планеты от Солнца. В самом деле, средняя суточная угловая скорость планеты, называемая средним угловым движением планеты,

$$n = \frac{360^\circ}{T},$$

где  $T$  - звездный (сидерический) период обращения планеты вокруг Солнца, выраженный в средних сутках.

Очевидно, для Земли

$$n_0 = \frac{360^\circ}{T_0},$$

и тогда

$$n = n_0 \frac{T_0}{T},$$

причем в формуле (7.3)  $T$  и  $T_0$  могут быть выражены либо в сутках, либо в годах, но обязательно в одинаковых единицах времени.

Подставляя в формулу (7.3) отношение  $T_0/T$ , найденное из третьего закона Кеплера, получим  $n$  в функции среднего расстояния  $a$  планеты от Солнца. Сравнивая среднюю линейную скорость движения планеты по орбите

$$v_a = \frac{2\pi a}{T}$$

со средней скоростью движения Земли

$$v_0 = \frac{2\pi a_0}{T_0}$$

и используя третий закон Кеплера, найдем зависимость  $v_a$  от  $a$ .

Формулы для  $n$  и  $v_a$  значительно упрощаются, если  $a$  выразить в астрономических единицах и принять для Земли  $n_0 \approx 1^\circ/\text{сутки}$  и  $v_a \approx 30\text{ км/сек}$ .

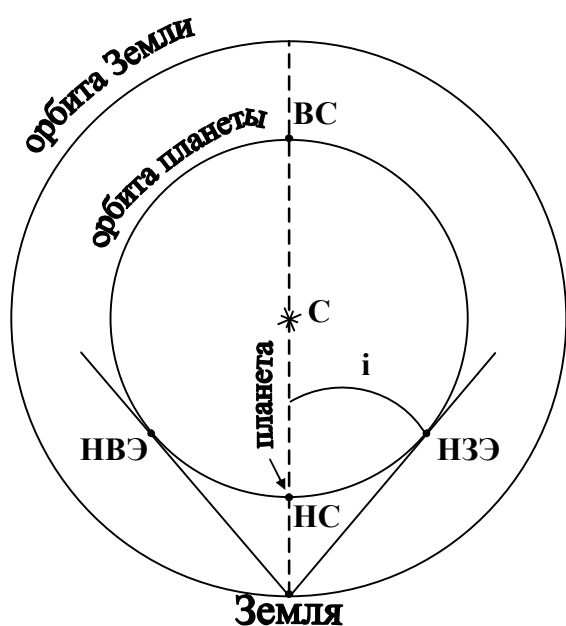


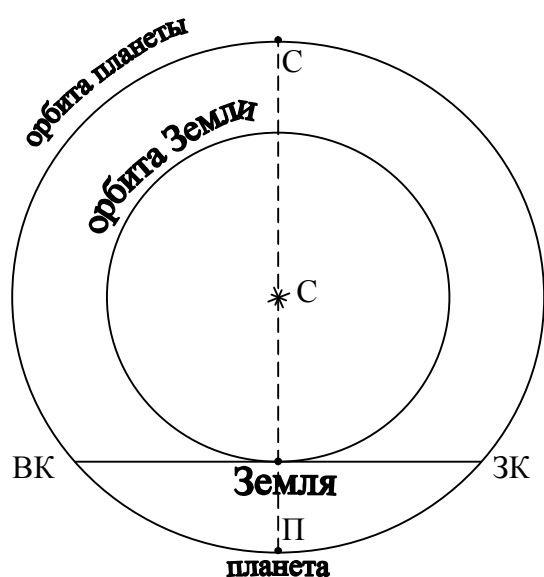
Рис. 7.1. Схема конфигураций внутренних планет.

Звездный  $T$  и синодический  $S$  периоды обращения планеты связаны между собой уравнением синодического движения планеты, и проще всего вычислять эти периоды в годах, полагая для Земли ее звездный период обращения равным 1(один год). В случае необходимости найденные значения  $S$  и  $T$  всегда могут быть выражены в сутках.

Точно так же, третий закон Кеплера принимает наиболее просто вид при выражении  $T$  в годах и  $a$  - в астрономических единицах.

Взаимное расположение планет легко устанавливается по их гелиоцентрическим эклиптическим сферическим координатам, значения которых на различные дни года публикуются в астрономических календарях-ежегодниках, в таблице под названием «гелиоцентрические долготы планет».

Центром этой системы координат является центр Солнца, а основным кругом – эклиптика, полюса которой  $\Pi$  и  $\Pi'$  отстоят от нее на  $90^\circ$ . Большие круги, проведенные через полюса эклиптики, называются *кругами эклиптической широты*, по ним отсчитывается от эклиптики *гелиоцентрическая эклиптическая широта*  $b$ , которая считается положительной в северном эклиптическом полушарии и отрицательной в южном эклиптическом полушарии небесной сферы.



эти

Рис. 7.2. Схема конфигураций внешних планет.

*Гелиоцентрическая эклиптическая долгота*  $l$  отсчитывается по эклиптике от точки весеннего равноденствия  $\Upsilon$  против часовой стрелки до основания круга широты светила и имеет значения в пределах от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ .

Из-за малого наклона орбит больших планет к плоскости эклиптики, орбиты всегда находятся вблизи эклиптики, и в первом приближении можно считать их гелиоцентрическую

долготу  $b \approx 0^\circ$ , определяя положение планеты относительно Солнца лишь одной ее гелиоцентрической эклиптической долготой  $l$ . В этом случае расположение планет относительно Солнца изображается на чертеже, плоскость которого принимается за плоскость эклиптики, и на котором одно из направлений принимается за направление на точку весеннего равноденствия  $\Upsilon$ . Если задан день года, в который гелиоцентрическая эклиптическая долгота Земли  $l_0$  имеет определенное значение, то сначала следует отметить на чертеже расположение Земли, а затем уже наносить на этот чертеж расположение планет либо по их известной гелиоцентрической долготе  $l$ , либо по заданным конфигурациям. Гелиоцентрическая эклиптическая долгота Земли  $l_0$  в определенные дни года может быть также найдена по геоцентрической эклиптической долготой Солнца  $\lambda_C$  в эти же дни, так как если построить подобную систему эклиптических координат с началом в центре Земли, то всегда

$$\lambda_C = l_0 + 180^\circ,$$

поскольку Солнце и Земля всегда находятся на противоположных концах одного радиуса - вектора. Но геоцентрическая долгота  $\lambda$  планеты не связана подобной зависимостью со своей гелиоцентрической долготой  $l$ .

Построив по гелиоцентрическим долготам положения планет относительно Солнца, можно измерить транспортиром их геоцентрические долготы  $\lambda$  и по разности

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_C,$$

определить условия их видимости с Земли, полагая, что в среднем планета становится видимой при удалении от Солнца на угол около  $15^\circ$ . В действительности же условия видимости планет зависят не только от их удаления от Солнца, но также и от их склонения  $\delta$  и от географической широты  $\varphi$  места наблюдения, которая влияет на продолжительность сумерек и на высоту планет над горизонтом.

Так как положение Солнца на эклиптике хорошо известно для каждого дня года, то по звездной карте и по значениям  $\Delta\lambda$  легко указать созвездие, в котором находится планета в тот же день года. Решение этой задачи облегчается тем, что на нижнем обресе карт Малого звездного атласа А.А. Михайлова красными числами проставлены даты, в которые отмеченные ими круги склонения кульминируют в среднюю полночь. Эти же даты показывают приблизительное положение Земли на своей орбите по наблюдениям с Солнца. Поэтому, определив по карте экваториальные координаты  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  точки эклиптики, кульминирующей в среднюю полночь заданной даты, легко найти для этой же даты экваториальные координаты Солнца

$$\alpha_C \approx \alpha_0 + 12^h \quad \delta_C \approx -\delta_0$$

И по ним показать его положение на эклиптике.

По гелиоцентрической долготе планет легко вычислить дни (даты) наступления их различных конфигураций. Пусть в некоторый день года  $t_1$  гелиоцентрическая долгота верхней планеты есть  $l_1$ , а гелиоцентрическая долгота Земли -  $l_{01}$ . Верхняя планета движется медленнее Земли ( $n < n_0$ ), которая догоняет

планету, и в какой-то день года  $t_2$  при гелиоцентрической долготе планеты  $l_2$  и Земли  $l_{02}$  наступит искомая конфигурация планеты. Тогда

$$l_2 = l_1 + n(t_2 - t_1) = l_1 + n \cdot \Delta t$$

и

$$l_{02} = l_{01} + n_0(t_2 - t_1) = l_{01} + n_0 \cdot \Delta t,$$

откуда, обозначив  $l_2 - l_1 = \Delta l$ ,  $l_{02} - l_{01} = \Delta l_0$  и  $n_0 - n = \Delta n$ , получим

$$\Delta t = \frac{\Delta l_0 - \Delta l}{\Delta n} = \frac{L}{\Delta n}$$

и найдем

$$t_2 = t_1 + \Delta t.$$

Легко увидеть, что  $\Delta l_0 - \Delta l = L$  представляет собой угловой путь Земли по орбите, проходимый Землей с относительной угловой скоростью  $\Delta n = n_0 - n$  за промежуток времени  $\Delta t$ . Поэтому для вычисления  $\Delta t$  можно полагать планету неподвижной и, взяв разность  $L$  между разностями гелиоцентрической долготы Земли и планеты в моменты времени  $t_2$  и  $t_1$  (или найдя  $L$  по чертежу), сразу определить  $\Delta t$ . Для вычисления же гелиоцентрической долготы планеты  $l_2$  и Земли  $l_{02}$  на дату  $t_2$  используются формулы (7.7) и (7.8).

Очевидно, те же формулы (7.7) – (7.10) служат для вычисления дней наступления конфигураций нижних планет с той лишь разницей, что из-за большой скорости движения нижней планеты по сравнению со скоростью движения Земли в формулы следует подставлять  $\Delta n = n - n_0$  и дугу  $L$ , которую проходит нижняя планета от одной конфигурации до другой при условии неподвижной Земли.

Все рассмотренные выше задачи следует решать приближенно, округляя значения  $a$  до 0,01 астрономической единицы,  $T$  и  $S$  - до 0,01 года и  $\Delta t$  - до целых суток.

Пренебрегая незначительным наклоном орбит больших планет и полагая их находящимися на эклиптике, можно по величине углового удаления  $\Delta \lambda$  планеты от Солнца вычислить ее высоту в определенный момент времени. Очевидно

$$\sin h = \sin(\Delta\lambda + \sigma)\sin \kappa,$$

где  $\sigma$  - угловое расстояние Солнца от истинного горизонта, отсчитываемое вдоль эклиптики, а  $\kappa$  - угол между эклиптической и истинным горизонтом в тот же момент времени.

### Задания:

1. Вывести зависимость средней угловой и линейной скорости планеты от ее среднего расстояния от Солнца, выразив каждую скорость через соответствующую скорость Земли.

2. Вычислить среднюю угловую и линейную скорость, а также сидерический и синодический периоды обращения планеты: 1) Меркурий; 2) Венера; 3) Марс; 4) Юпитер; 5) Сатурн; 6) Уран; 7) Нептун; 8) Меркурий.

3. По уравнению синодического движения и по общим результатам пунктов 1 и 2 построить на одном чертеже графики зависимости обоих периодов обращения, средней угловой и линейной скорости планет от их среднего расстояния от Солнца, указав пределы этих величин для больших планет солнечной системы.

4. Определить гелиоцентрическую долготу Земли и планет по их конфигурациям, сокращенно обозначенным: нижнее соединение – н.с.; верхнее соединение – в.с.; наибольшая восточная элонгация – н.в.э.; наибольшая западная элонгация – н.з.э.; соединение – с.; противостояние – п.; западная квадратура – з.к.; восточная квадратура – в.к.

№ варианта	Дата	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер
1)	21 марта	н.с.	з.э.	в.к.	с.
	22 июня	з.э.	в.э.	с.	п.
2)	23 сентября	в.с.	в.э.	п.	з.к.
	22 декабря	в.э.	з.э.	в.к.	с.
3)	21 марта	з.э.	н.с.	с.	в.к.
	22 декабря	в.с.	в.э.	з.к.	п.
4)	23 сентября	в.э.	н.с.	з.к.	с.
	22 июня	з.э.	в.э.	с.	п.
5)	22 декабря	н.с.	в.э.	с.	з.к.
	21 марта	з.э.	в.с.	в.к.	п.
6)	22 июня	в.с.	н.с.	з.к.	с.
	23 сентября	в.э.	з.э.	с.	п.
7)	21 марта	в.с.	в.с.	в.к.	з.к.
	22 июня	з.э.	в.э.	п.	с.

8)	23 сентября 22 декабря	в.э. з.э.	в.с. в.э.	з.к. п.	п. с.
----	---------------------------	--------------	--------------	------------	----------

5. По известной дате указанной ниже конфигурации, взятой из Астрономического календаря-ежегодника, вычислить дату очередной такой же конфигурации планеты: 1) Меркурия (наибольшая западная элонгация); 2) Венеры (наибольшая восточная элонгация); 3) Марса (соединение); 4) Юпитера (противостояние); 5) Сатурна (соединение); 6) Урана (противостояние); 7) Нептуна (соединение).

6. Указать для тех же дат конфигурацию Земли по наблюдениям с той же планеты.

7. По значениям гелиоцентрической долготы определить видимость двух планет в заданный день года, указать созвездия, в которых находятся планеты, и вычислить ближайшие даты наступления их конфигураций:

№ варианта	Заданный день	Планеты	Конфигурации
1)	1 января	Меркурий Юпитер	верхнее соединение противостояние
2)	10 февраля	Венера Марс	нижнее соединение соединение
3)	2 марта	Меркурий Марс	противостояние верхнее соединение
4)	11 апреля	Венера Юпитер	соединение наибольшая зап. эл
5)	1 мая	Меркурий Юпитер	противостояние наибольш. вост. эл.
6)	10 июня	Венера Марс	соединение нижнее соединение
7)	20 июля	Меркурий Марс	нижнее соединение противостояние
8)	9 августа	Венера Юпитер	наибольш. зап. эл. соединение

8. Для вычисленных в пункте 7 дат определить:

- а) гелиоцентрическую долготу Земли и тех же планет;
- б) геоцентрическую долготу тех же планет и Солнца.

9. По известной дате определенной конфигурации планеты вычислить ближайший день наступления другой ее конфигурации:

№ варианта	Планеты	Дата	Конфигурации	Вычислить дату наступления
1)	Меркурий Венера	21 февраля 10 апреля	Н. соединение Н. соединение	Наиб. зап. эл. Наиб. вост. эл.
2)	Меркурий Венера	5 января 22 июня	В. соединение В. соединение	Наиб. вост. эл. Наиб. зап. эл.
3)	Меркурий Венера	6 февраля 20 июня	Наиб. вост. эл. Наиб. зап. эл.	Н. соединение В. соединение
4)	Меркурий Венера	1 июня 20 июня	Наиб. вост. эл. Наиб. зап. эл.	Наиб. зап. эл. Н. соединение
5)	Меркурий Венера	20 марта 29 января	Наиб. зап. эл. Наиб. вост. эл.	Наиб. вост. эл. Н. соединение
6)	Меркурий Венера	1 мая 20 июня	В. соединение Наиб. зап. эл.	Наиб. зап. эл. Наиб. вост. эл.
7)	Меркурий Венера	8 сентября 10 апреля	Наиб. вост. эл. Н. соединение	В. соединение Наиб. зап. эл.
8)	Меркурий Венера	19 июля 29 января	Наиб. зап. эл. Наиб. вост. эл.	Наиб. вост. эл. Н. соединение

10. Вычислить синодический период обращения малой планеты: 1) Андромахи,  $a = 482,76 \cdot 10^6$  км; 2) Фотографики,  $a = 331,51 \cdot 10^6$  км; 3) Урании,  $a = 353,95 \cdot 10^6$  км; 4) Глазенапии,  $a = 327,77 \cdot 10^6$  км; 5) Полигимнии,  $a = 429,65 \cdot 10^6$  км; 6) Эскулапии,  $a = 474,23 \cdot 10^6$  км; 7) Психеи,  $a = 436,83 \cdot 10^6$  км; 8) Галатеи,  $a = 415,89 \cdot 10^6$  км.

11. По синодическому периоду обращения, выраженному в годах, вычислить звездный период обращения и величину большой полуоси орбиты малой планеты: 1) Владилены,  $S = 1,398$ ; 2) России,  $S = 1,324$ ; 3) Лидии,  $S = 1,284$ ; 4) Москвы,  $S = 1,328$ ; 5) Бредихины,  $S = 1,215$ ; 6) Пулковы,  $S = 1,218$ ; 7) Белопольский,  $S = 1,191$ ; 8) Крымеи,  $S = 1,276$ .

12. Пренебрегая наклоном орбиты Венеры, вычислить ее наибольшую возможную высоту в момент захода Солнца в: 1) Иркутске; 2) Ташкенте; 3) Краснодаре; 4) Москве; 5) Одессе; 6) Тбилиси; 7) Киеве; 8) Запорожье.

13. Указать время года, в которое Венера может иметь вычисленную высоту.

### *Библиографический список*

1. Э. В. Кононович, В. И. Мороз. Общий курс астрономии. «Либроком», М., 2011.
2. П. Г. Куликовский. Справочник любителя астрономии. «Либроком», М., 2013.

