

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра прикладной
механики и

компьютерного инжиниринга

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.
РАЗДЕЛ ДИНАМИКА.
ДИНАМИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ
МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ.
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Направления подготовки:

35.03.06 Агроинженерия

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических
машин и комплексов

Уфа – 2024

УДК 531
ББК 22.21
НЗ4

Рекомендованы к изданию методической комиссией факультета механики и цифрового инжиниринга (протокол № 7/1 от 21 марта 2024 г.)

Составитель доктор технических наук, профессор Нафиков М.З.

Рецензент: к.т.н. наук, доцент Бакиев И.Т.

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой прикладной механики и компьютерного инжиниринга, кандидат технических наук, доцент Ахметьянов И.Р.

В методическом пособии содержатся задания для самостоятельного решения задач по динамике на тему «Динамика прямолинейного движения материальной точки». Задание состоит из трех задач. Даются примеры решения задач. Вариант задания выдается преподавателем.

ЗАДАНИЕ. ДИНАМИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Вариант 1

Задача 1. Дрезина массы $m = 500$ кг движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги со скоростью $v_0 = 90$ км/ч. В некоторый момент времени двигатель выключают. Считая, что сила сопротивления движению определяется формулой $R = 20t^3$ (Н), определить время и путь, пройденный дрезиной от момента выключения двигателя до остановки.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 10$ кг совершает прямолинейное движение под действием силы, изменяющейся по закону $F = 1000x$ (Н). В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 10$ м/с и координату $x_0 = 1$ м. Найти уравнение движения точки и момент времени, когда скорость точки увеличится в 3 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Свободная материальная точка массы $m = 5$ кг, имеющая начальную скорость $v_0 = 40$ м/с, движется прямолинейно. На точку действует сила сопротивления, по величине равная $F = 50 (v)^{1/3}$ (Н). Определить время, прошедшее от начала движения точки до остановки, и путь, пройденный точкой.

Вариант 2

Задача 1. На точку веса 50 Н, движущуюся из состояния покоя по горизонтальной прямой Ox , действует в направлении этой оси сила $F(t) = 5t^2$ (Н). Кроме того, на нее действует сила трения. При движении эта сила равна 0.5 Н. Определить момент времени, когда началось движение точки, и найти уравнение ее движения. Считать, что коэффициенты трения покоя и скольжения равны.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1$ кг совершает движение вдоль оси Ox под действием силы $F = 100(x - 2)$ (Н). В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 5$ м/с и координату $x_0 = 2.5$ м. Найти уравнение движения точки и ее скорость в момент времени $t = 3$ с.

Задача 3. Сила тяги винтов вертолета массы $m = 5000$ кг при вертикальном подъеме в 1.5 раза больше его веса. Сопротивление воздуха $R = 300v$ (Н), где v - скорость подъема вертолета. Считая начальную скорость вертолета $v_0 = 0$, найти закон его движения и предельно достижимую скорость подъема.

Вариант 3

Задача 1. Коэффициент трения лыж о снег при движении лыжника по склону горы вниз $f = 0.1$, угол склона 45° , а его длина 100 м. Определить время спуска и скорость лыжника в конце склона, если в начале она была равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1$ кг совершает прямолинейное движение под действием силы сопротивления $F = -100e^{-2x}$ (Н). В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 10$ м/с и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Самолет массы $m = 15000$ кг в момент приземления имел скорость $v_0 = 50$ м/с. Определить, какое расстояние он пройдет и какую будет иметь скорость через 10 с при выключенных моторах, если суммарное сопротивление движению $R = 20v^2$ (Н).

Вариант 4

Задача 1. Автомобиль веса 9.81 кН движется по горизонтальной прямолинейной дороге. В начальный момент его скорость равна 72 км/ч. Затем сила тяги двигателя непрерывно увеличивается пропорционально времени: $F = 180t$ (Н). Найти скорость автомобиля через 10 с и расстояние, которое он пройдет за это время, если на него действует еще и постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0.1$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 5$ кг движется вдоль оси x под действием силы $F = 10(x + 2)^3$ (Н). В начальный момент она имела скорость $v_0 = 4$ м/с и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки увеличится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Тело массы $m = 2$ кг, принимаемое за материальную точку, движется вдоль горизонтальной прямой под действием силы $F = 50$ (Н). Кроме того, на него действует сила сопротивления $R = \mu v$, где $\mu = 5$ (Нс)/м. Найти закон движения тела, если в начальный момент его скорость равна нулю.

Вариант 5

Задача 1. Хоккеист сообщает шайбе прямолинейное движение. Коэффициент трения шайбы о лед $f = 0.05$. Чему была равна начальная скорость шайбы, если она прошла до остановки 50 м? За какое время шайба прошла это расстояние? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.5$ кг движется вдоль оси x . В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 10$ м/с и координату $x_0 = 0$. Затем на нее начинает действовать сила сопротивления $F = -100(x + 1)^3$ (Н). Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки уменьшится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Парусная лодка веса 2000 Н движется со скоростью 1.5 м/с . После снятия паруса лодка движется, преодолевая сопротивление воды $R = 50v\text{ (Н)}$, где v - скорость лодки, м/с . Определить время, в течение которого скорость лодки уменьшилась в 3 раза, и расстояние, которое она прошла за это время.

Вариант 6

Задача 1. Пуля вылетела из вертикального ствола винтовки со скоростью $v_0 = 880\text{ м/с}$ и попала в самолет, летевший по горизонтали со скоростью $v_1 = 720\text{ м/с}$ на высоте $h = 400\text{ м}$. На каком расстоянии от места попадания пули был самолет в момент выстрела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.5\text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 6(x + 0.5)^5\text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 0.25\text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки увеличится в 4 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. В момент, когда гоночный автомобиль веса 8 кН пересекает финиш со скоростью 360 км/ч , водитель выключает двигатель. Учитывая силу сопротивления воздуха $R = av^2$, где $a = 0.075\text{ (Н*с}^2\text{)/м}^2$, определить время, прошедшее к моменту, когда скорость автомобиля уменьшилась в 2 раза, и расстояние, которое автомобиль прошел за это время.

Вариант 7

Задача 1. Тяжелая точка поднимается по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. В начальный момент скорость точки $v_0 = 15\text{ м/с}$. Коэффициент трения $f = 0.1$. Какой путь пройдет точка до остановки? За какое время она пройдет этот путь?

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2\text{ кг}$ движется вдоль оси x . В начальный момент она имела скорость $v_0 = 10\text{ м/с}$ и находилась в начале координат. На нее начинает действовать сила $F = 400(x+1)^{-5}\text{ (Н)}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Сила тяги мотора катера $Q = 5\text{ кН}$, а сопротивление воды определяется формулой $R = 10v\text{ (Н)}$. Определить закон движения катера и его предельную скорость, если движение начинается из состояния покоя, а масса катера 2000 кг .

Вариант 8

Задача 1. Материальная точка массы $m = 5\text{ кг}$ движется прямолинейно под действием силы $F = F_0 \cos(\omega t)$, где $F_0 = 10\text{ (Н)}$ и $\omega = \pi/6\text{ (1/с)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 10\text{ м/с}$. Найти уравнение движения точки и скорость, которую она будет иметь в момент времени $t = 2\text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 75(x + 1)^2 \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 4 раза, а также пройденный за это время путь.

Задача 3. Лодка с человеком, общий вес которых 1.47 кН , двигалась в спокойной воде. Когда человек перестал грести, скорость лодки была равна 2 м/с . Определить расстояние, которое пройдет лодка к моменту, когда ее скорость уменьшится в 4 раза, если сопротивление воды ее движению $R = 40v \text{ (Н)}$.

Вариант 9

Задача 1. Вожатый трамвая, выключая постепенно реостат, увеличивает мощность вагонного двигателя так, что сила тяги растет пропорционально времени: $F = 1.2t \text{ (кН)}$. Найти зависимость пройденного пути от времени движения трамвая, если его масса 10000 кг , а начальная скорость равна нулю. Сила трения постоянна и составляет 0.02 веса трамвая.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ движется вдоль оси x при наличии силы сопротивления $F = 25(x+1)^{-2} \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 10 раз, а также путь, пройденный за это время.

Задача 3. Шарик веса 0.05 Н вылетает вертикально вверх из пружинного пистолета со скоростью 10 м/с . Считая, что сопротивление воздуха пропорционально первой степени скорости и равно 0.01 Н при скорости $v = 1 \text{ м/с}$, определить максимальную высоту, на которую поднимется шарик, и время достижения этой высоты.

Вариант 10

Задача 1. На точку веса 49 Н , которая двигалась по горизонтальной прямой, действовала постоянная сила 100 Н . В момент, когда скорость точки равнялась 20 м/с , на нее начала действовать еще сила сопротивления $R = 10t \text{ (Н)}$. Какое расстояние пройдет точка за 6 с после начала действия силы сопротивления? Сколько времени должна действовать эта сила, чтобы скорость точки уменьшилась до нуля?

Задача 2. Материальная точка массы $m = 200 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 2e^{2x} \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 0.1 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 2 раза, а также путь, который она при этом пройдет.

Задача 3. К моменту прекращения работы двигателя аэросани веса 5 кН приобрели скорость $v_0 = 144 \text{ км/ч}$. Сила сопротивления воздуха $R = 2v^2 \text{ (Н)}$. Какое расстояние пройдут аэросани по горизонтальной поверхности и какую будут иметь скорость через 10 с ?

Вариант 11

Задача 1. Автомобиль массы $m = 2000$ кг движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги со скоростью $v_0 = 80$ км/ч. В некоторый момент времени двигатель выключают. Считая, что сила сопротивления определяется формулой $R = 20t^2$ (Н), определить время и путь, пройденный автомобилем от момента выключения двигателя до остановки.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1$ кг движется вдоль оси x под действием силы $F = 400(x + 1)$ (Н). В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 20$ м/с и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 2 раза, а также путь, который она при этом пройдет.

Задача 3. Неподвижное в начальный момент времени тело веса 80 Н падает в среде с сопротивлением $R = 20v$ (Н). Определить максимальное значение скорости падения, а также время, прошедшее к моменту, когда скорость тела достигнет 0.99 ее максимального значения, и расстояние, пройденное телом за это время.

Вариант 12

Задача 1. На тело веса 100 Н, движущееся из состояния покоя вдоль горизонтальной оси Ox , действуют вдоль этой же оси сила тяги $F = 10t^3$ (Н) и постоянная сила трения, равная во время движения 0.5 Н. Определить момент времени, когда началось движение тела, и найти уравнение этого движения. Считать, что коэффициенты трения покоя и скольжения равны.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2$ кг движется вдоль оси x с начальной скоростью $v_0 = 0$ из положения $x_0 = 1$ м. На нее действует сила $F = 800(x - 1)$ (Н). Найти уравнение движения точки и ее скорость в момент времени $t = 2$ с.

Задача 3. Свободная материальная точка массы $m = 4$ кг, имеющая начальную скорость $v_0 = 50$ м/с, движется прямолинейно. На точку действует только сила сопротивления $R = 60v^{1/2}$ (Н). Определить время, прошедшее от начала движения точки до остановки, и путь, пройденный точкой.

Вариант 13

Задача 1. Автомобиль веса 10 кН движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги со скоростью $v_0 = 60$ км/ч. В некоторый момент двигатель выключают. Считая, что сопротивление движению определяется формулой $R = 20t^2$ (Н), определить время, за которое скорость автомобиля уменьшилась в 2 раза, и пройденный автомобилем путь от момента выключения двигателя.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 10$ кг с начальной скоростью $v_0 = 1$ м/с движется вдоль оси x из положения $x_0 = 0$. На нее действует сила сопротивления $F = -10e^{-2x}$ (Н). Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Сила тяги винтов вертолета массы $m = 4000 \text{ кг}$ при вертикальном подъеме в 2 раза больше его веса. Сопротивление воздуха $R = 200v \text{ (Н)}$, где v - скорость подъема. Найти закон движения вертолета и определить предельно достижимую скорость вертолета.

Вариант 14

Задача 1. Пуля вылетела из вертикального ствола винтовки со скоростью v_0 и попала в самолет, летевший по горизонтали со скоростью $v_1 = 800 \text{ м/с}$ на высоте $h = 500 \text{ м}$ и находившийся в момент выстрела на расстоянии 300 м от места попадания пули в самолет. Какова была начальная скорость пули? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 4 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 200(x + 1)^3 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки увеличится в 3 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Самолет массы $m = 25000 \text{ кг}$ в момент приземления имел скорость $v_0 = 50 \text{ м/с}$. Определить, какое расстояние он пройдет при выключенных моторах до момента времени, когда его скорость уменьшится в 5 раз, если суммарное сопротивление движению $R = 10v^2 \text{ (Н)}$.

Вариант 15

Задача 1. Автомобиль массы $m = 3000 \text{ кг}$ движется со скоростью 60 км/ч по горизонтальной прямолинейной дороге. Затем сила тяги двигателя увеличивается пропорционально времени: $F = 200t \text{ (Н)}$. Найти момент времени, когда скорость автомобиля увеличится в 2 раза, и расстояние, которое он пройдет за это время, если на него действует сила трения с коэффициентом трения $f = 0.2$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x с начальной скоростью $v_0 = 5 \text{ м/с}$ из положения $x_0 = 0$. На нее действует сила сопротивления $F = -100(x-2)^3 \text{ (Н)}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. На тело массы $m = 4 \text{ кг}$, принимаемое за материальную точку, действуют сила $F = 100 \text{ (Н)}$ и сила сопротивления $R = \mu v$, где $\mu = 10 \text{ (Нс)/м}$. Найти закон движения тела, а также его максимальную скорость, если в начальный момент его скорость равна 2 м/с . Считать, что точка движется вдоль горизонтальной прямой.

Вариант 16

Задача 1. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ прямолинейно движется под действием силы $F = 20\sin(\pi/12) \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Найти уравнение движения точки и скорость, которую она будет иметь в момент времени $t = 4 \text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ прямолинейно движется под действием силы $F = 0.24(x + 1)^5 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 0.2 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение ее движения, момент времени, когда скорость точки увеличится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Парусная лодка веса 2500 Н двигалась со скоростью 2 м/с . После снятия паруса она движется, преодолевая сопротивление воды $R = 40v \text{ (Н)}$, где v - скорость лодки, м/с . Определить время, в течение которого скорость лодки уменьшится в 100 раз, и расстояние, которое она пройдет за это время.

Вариант 17

Задача 1. Вожатый трамвая, выключая постепенно реостат, увеличивает мощность вагонного двигателя так, что сила тяги возрастает по закону $F = 0.8t^2 \text{ (кН)}$. Найти момент начала движения и зависимость пройденного пути от времени движения вагона при следующих данных: масса вагона 8000 кг , сопротивление трения постоянно и составляет 0.05 веса вагона, а начальная скорость равна нулю.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -50(x+1)^5 \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время,

Задача 3. В момент, когда гоночный автомобиль веса 9.81 кН пересекает финиш со скоростью 300 км/ч , водитель выключает двигатель. Учитывая силу сопротивления воздуха $R = av^2$, где $a = 0.05 \text{ (Н*с}^2\text{)/м}^2$, определить время, прошедшее к моменту, когда скорость автомобиля уменьшилась в 5 раз, и расстояние, которое автомобиль прошел за это время.

Вариант 18

Задача 1. Тяга двигателя ракеты при вертикальном старте возрастает по закону $F = 2.5t \text{ (кН)}$, масса ракеты 5000 кг . Считая силу тяжести постоянной и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти закон движения ракеты на начальном этапе движения.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 15(x + 0.5)^2 \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 10 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0.5 \text{ м}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Сила тяги мотора катера $Q = 4 \text{ кН}$, а сопротивление воды $R = 50v \text{ (Н)}$. Определить закон движения катера и предельную скорость, которую он может достичь, если движение начинается из состояния покоя, а масса катера 2500 кг .

Вариант 19

Задача 1. Точка веса 49 Н двигалась под действием постоянной силы тяги 100 Н по горизонтальной прямой. В момент, когда скорость

точки достигла 10 м/с , на нее начала действовать еще одна сила того же направления $F=10t \text{ (Н)}$. Какое расстояние пройдет точка за первые 10 с после начала действия второй силы? Сколько времени должна действовать эта сила, чтобы скорость точки увеличилась в 5 раз?

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -18(x+4)^2 \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 3 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 3 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Лодка веса 2 кН двигалась со скоростью 2.5 м/с . Определить расстояние, которое пройдет лодка к моменту, когда скорость лодки уменьшится в 5 раз, если сила сопротивления воды $R = 5v^2 \text{ (Н)}$.

Вариант 20

Задача 1. Автомобиль массы $m = 5000 \text{ кг}$ движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги со скоростью $v_0 = 90 \text{ км/ч}$. В некоторый момент времени двигатель выключают. Считая, что сопротивление движению определяется формулой $R=30t^2 \text{ (Н)}$, найти время, за которое скорость автомобиля уменьшилась в 3 раза, и пройденный автомобилем путь от момента выключения двигателя.

Задача 2. Материальная точка массы $m=25 \text{ кг}$ прямолинейно движется вдоль оси x под действием силы $F=e^{8x} \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 0.1 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 10 раз, а также путь, пройденный за это время.

Задача 3. Шарик веса 0.1 Н вылетает вертикально вверх из пружинного пистолета со скоростью 10 м/с . Считая, что сопротивление воздуха $R = 0.05v \text{ (Н)}$, определить максимальную высоту, на которую поднимется шарик, и время достижения этой высоты. На сколько увеличится максимальная высота подъема, если не учитывать сопротивление воздуха?

Вариант 21

Задача 1. Автомобиль с выключенным двигателем начинает подниматься по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. В начальный момент скорость автомобиля $v_0 = 25 \text{ м/с}$. Коэффициент трения $f = 0.2$. Какой путь пройдет автомобиль до остановки?

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 200(x + 2) \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 20 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 5 раз, а также пройденный за это время путь.

Задача 3. К моменту прекращения работы двигателя аэросани веса 4 кН приобрели скорость $v_0 = 120 \text{ км/ч}$. Сила сопротивления воздуха $R = 4v^2 \text{ (Н)}$. Какое расстояние пройдут аэросани по горизонтальной поверхности до момента времени, когда их скорость уменьшится в 10 раз?

Вариант 22

Задача 1. Пуля вылетела из вертикального ствола винтовки со скоростью $v_0 = 800 \text{ м/с}$ и попала в самолет, летевший по горизонтали со скоростью $v_1 = 700 \text{ м/с}$ на высоте $h = 500 \text{ м}$. На каком расстоянии от места попадания пули был самолет в момент выстрела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 25(x+2) \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = -3 \text{ м}$. Найти уравнение движения точки и ее скорость в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

Задача 3. Неподвижное в начальный момент времени тело веса 100 Н падает в некоторой среде по вертикали. Считая, что сопротивление среды $R = 40v \text{ (Н)}$, определить максимальное значение скорости падения, время, прошедшее к моменту, когда скорость тела достигнет 0.8 ее максимального значения, и расстояние, пройденное телом за это время.

Вариант 23

Задача 1. Хоккеист сообщает шайбе прямолинейное движение. Чему была равна начальная скорость шайбы, если она прошла до остановки 60 м ? За какое время шайба прошла это расстояние, если коэффициент трения шайбы о лед $f = 0.1$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -32e^{-8x} \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 2 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки уменьшится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Свободная материальная точка массы $m = 5 \text{ кг}$, имеющая начальную скорость $v_0 = 100 \text{ м/с}$, движется прямолинейно. На нее действует только сила сопротивления $R = 50 v^{1/2} \text{ (Н)}$. Определить время, прошедшее от начала движения точки до остановки, и путь, пройденный точкой.

Вариант 24

Задача 1. Вагон массы $m = 500 \text{ кг}$ двигался по горизонтальному прямолинейному участку дороги с начальной скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Затем на него начала действовать сила сопротивления $R = 20r^3 \text{ (Н)}$. Определить время и путь, пройденный вагоном до остановки.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.5 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 100(x + 0.2)^3 \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 0.4 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Сила тяги винтов вертолета массы $m = 3000 \text{ кг}$ при его вертикальном подъеме в 3 раза больше его веса. Сопротивление воздуха $R = 100v \text{ (Н)}$, где v - скорость подъема. Считая начальную скорость $v_0 = 0$, найти закон движения вертолета и определить его предельно достижимую скорость подъема.

Вариант 25

Задача 1. Автомобиль веса 9.81 кН движется со скоростью 60 км/ч по горизонтальной прямолинейной дороге. Затем сила тяги двигателя непрерывно увеличивается пропорционально времени: $F = 200t \text{ (Н)}$. Найти скорость автомобиля через 5 с и расстояние, которое он пройдет за это время, если на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0.2$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 10 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -250x^{-3} \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 1 \text{ м}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Движение планера массы $m = 250 \text{ кг}$ происходит по горизонтальной прямой. Принимая силу сопротивления воздуха в свободном полете планера $R = 8v^2 \text{ (Н)}$, определить расстояние, которое пролетит планер за 10 с от момента времени, когда его скорость была равна 100 м/с .

Вариант 26

Задача 1. Материальная точка массы $m = 4 \text{ кг}$ движется прямолинейно под действием силы $F = 20\cos(\pi t/6) \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 20 \text{ м/с}$. Найти уравнение движения точки и ее скорость в момент времени $t = 3 \text{ с}$.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.25 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = 0.48(x + 0.5)^5 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 0.1 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движений точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 5 раз, а также пройденный за это время путь.

Задача 3. Свободная материальная точка массы $m = 10 \text{ кг}$, имеющая начальную скорость $v_0 = 100 \text{ м/с}$, движется прямолинейно. На нее действует только сила сопротивления $R = 90v^{1/3} \text{ (Н)}$. Определить время, прошедшее от начала движения точки до остановки, и пройденный ею путь.

Вариант 27

Задача 1. Тяга двигателя ракеты при вертикальном старте возрастает согласно закону $F = 2.5t^2 \text{ (кН)}$, масса ракеты 10000 кг . Считая силу тяжести постоянной и пренебрегая сопротивлением воздуха, найти закон движения ракеты.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.1 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -5(x + 0.5)^5 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 5 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0.5 \text{ м}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Самолет массы $m = 10000 \text{ кг}$ в момент приземления имел скорость $v_0 = 150 \text{ м/с}$. Определить, какое расстояние он пройдет и какую будет иметь скорость через 10 с при выключенных моторах, если суммарное сопротивление движению $R = 10v^2 \text{ (Н)}$.

Вариант 28

Задача 1. Тяжелая точка поднимается по негладкой наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. В начальный момент ее скорость $v_0 = 25 \text{ м/с}$. Коэффициент трения $f = 0.1$. Какой путь пройдет точка до остановки? За какое время точка пройдет этот путь?

Задача 2, Материальная точка массы $m = 2 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $P = 3(x + 4)^2 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 8 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость увеличится в 2.5 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача Э. На тело массы $m = 10 \text{ кг}$, принимаемое за материальную точку, действуют постоянная сила $F = 250 \text{ (Н)}$ и сила сопротивления $R = 10v \text{ (Н)}$. Найти закон движения тела, если в начальной момент его скорость была равна нулю. Движение считать проходящим по горизонтальной прямой.

Вариант 29

Задача 1. На тело веса 250 Н , движущееся из состояния покоя по горизонтальной прямой, действуют горизонтальная сила $F = 25t \text{ (Н)}$ и постоянная сила трения, равная во время движения 0.25 Н . Определить момент времени, когда началось движение тела, и найти уравнение этого движения.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 0.5 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы $F = -(x + 3)^2 \text{ (Н)}$. В начальный момент точка имела скорость $v_0 = 1 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 1 \text{ м}$. Найти уравнение движения точки, момент времени, когда ее скорость уменьшится в 2 раза, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. Парусная лодка веса 1000 Н двигалась со скоростью 2.5 м/с . После снятия паруса лодка движется, преодолевая сопротивление воды $R = 50v \text{ (Н)}$, где v - скорость лодки, м/с . Определить время, в течение которого скорость лодки уменьшилась в 3 раза, и расстояние, которое она прошла за это время.

Вариант 30

Задача 1. Автомобиль веса 20 кН движется по горизонтальному прямолинейному участку дороги со скоростью $v_0 = 60 \text{ км/ч}$. В некоторый момент времени двигатель выключают. Считая, что сопротивление движению определяется формулой $R = 20t^2 \text{ (Н)}$, определить время, за которое скорость автомобиля уменьшилась в 3 раза, и пройденный автомобилем путь от момента выключения двигателя.

Задача 2. Материальная точка массы $m = 2.5 \text{ кг}$ движется вдоль оси x под действием силы, изменяющейся по закону $F = 0.1e^{2x} \text{ (Н)}$. В начальный момент она имела скорость $v_0 = 0.2 \text{ м/с}$ и координату $x_0 = 0$.

Найти уравнение движения точки, момент времени, когда скорость точки увеличится в 5 раз, а также путь, который она пройдет за это время.

Задача 3. В момент, когда гоночный автомобиль веса 10 кН пересекает финиш со скоростью 400 км/ч , водитель выключает двигатель. Учитывая силу сопротивления воздуха $R = av^2$, где $a=0.1 \text{ (Н*с}^2\text{)/м}^2$, определить время, прошедшее к моменту, когда скорость автомобиля уменьшилась в 4 раза, и расстояние, которое автомобиль прошел за это время.

Пример 1. Найти закон движения материальной точки массы m , движущейся вдоль оси x под действием постоянной по модулю силы F (рисунок 1) при начальных условиях: $x=x_0$, $v=v_0$ при $t=0$.

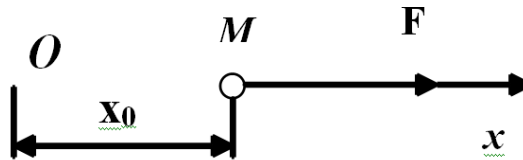


Рисунок 1 Прямолинейное движение точки М под действием силы F

Решение. Составим дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x : $m\dot{v} = F$. Интегрируя это уравнение, находим:

$v = (F/m)t + C_1$. Постоянная C_1 определяется из начального условия для скорости и равна $C_1 = v_0$. Окончательно

$$v = v_0 + (F/m)t.$$

Далее, учитывая, что $v = dx/dt$, приходим к дифференциальному уравнению: $v = v_0 + (F/m)t$, интегрируя которое получаем

$$x = v_0 t + (F/2m)t^2 + C_2.$$

Постоянную C_2 определяем из начального условия для координаты точки. Она равна $C_2 = x_0$. Следовательно, закон движения точки имеет вид $x = x_0 + v_0 t + (F/2m)t^2$.

Пример 2. Груз веса P начинает двигаться из состояния покоя вдоль гладкой горизонтальной плоскости под действием силы $F=kt$. Найти закон движения груза.

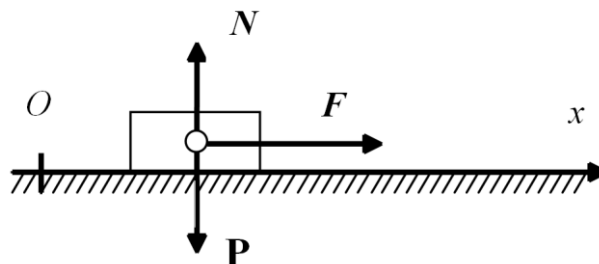


Рисунок 2 Движение точки под действием переменной силы

Решение. Выберем начало отсчета системы координат O в начальном положении груза и направим ось x в сторону движения (рисунок 2). Тогда начальные условия имеют вид: $x(t=0) = 0$, $v(t=0) = 0$,

На груз действуют силы \mathbf{F} , \mathbf{P} и сила реакции плоскости \mathbf{N} . Проекții этих сил на ось x имеют значения $F_x=F=kt$, $P_x = 0$, $N_x = 0$, поэтому соответствующее уравнение движения можно записать так: $(P/g)v = kt$. Разделяя переменные в этом дифференциальном уравнении и затем интегрируя, получим:

$v = gkt^2/2P + C_1$. Подставляя начальные данные ($v(0) = 0$), находим, что $C_1=0$, и получаем закон изменения скорости $v = x=gkt^2/2P$.

Последнее выражение, в свою очередь, является дифференциальным уравнением, интегрируя которое найдем закон движения материальной точки: $x = (g/6P)kt^3 + C_2$. Входящую сюда постоянную определяем из второго начального условия $x(0) = 0$. Легко убедиться, что $C_2 = 0$. Окончательно $x = (g/6P)kt^3$.

Пример 3. На груз, находящийся в покое на горизонтальной гладкой плоскости (см. рисунок 2) на расстоянии a от начала координат, начинает действовать в положительном направлении оси x сила $F = k^2(P/g)x$, где P - вес груза. Найти закон движения груза.

Решение. Уравнение движения рассматриваемого груза (материальной точки) в проекции на ось x

$$\frac{P}{g} \frac{dv}{dt} = k^2 \frac{P}{g} x \quad (8.1)$$

Начальные условия уравнения (8.1) имеют вид: $x(t=0) = a$, $v(t=0) = 0$. Входящую в уравнение (8.1) производную по времени от скорости представим так

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dx}$$

Подставляя это выражение в уравнение (8.1) и сокращая на (P/g) , получим

$$\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dx} = k^2 x.$$

Разделяя переменные в последнем уравнении, находим, что $dv^2 = 2k^2 x dx$.

Интегрируя последнее, имеем: $v^2 = k^2 x^2 + C_1$. Используя начальное условие $v^2(0) = k^2 x^2(0) + C_1$ получаем $C_1 = -k^2 a^2$, и, следовательно, $v^2 = k^2 (x^2 - a^2)$, $v = \pm \sqrt{x^2 - a^2}$. (8.2)

Поскольку сила действует на груз в положительном направлении оси x , то ясно, что в том же направлении он должен и двигаться. Поэтому в решении (8.2) следует выбрать знак "плюс". Заменяя дальше во втором выражении (8.2) v на dx/dt , получаем дифференциальное уравнение для определения закона движения груза. Откуда, разделяя переменные, имеем

$$\frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = k dt.$$

Интегрируя последнее, находим: $\operatorname{arcch} x/a = kt + C_2$. После нахождения постоянной C_2 окончательно получаем

$$\operatorname{arcch} x/a = kt \text{ или } x = a \operatorname{ch} kt = \frac{a}{2} (e^{kt} + e^{-kt}).$$

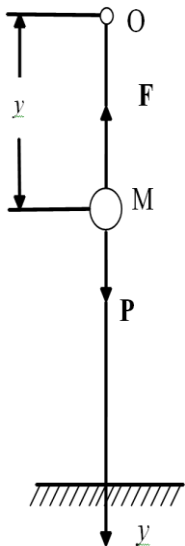


Рисунок 3

Падение шара

Пример 4. Шар M массы m падает без начальной скорости под действием силы тяжести. При падении шар испытывает сопротивление $R = \mu v$, где μ - постоянный коэффициент сопротивления. Найти закон движения шара.

Решение. Введем систему координат с началом u в точке местоположения шара при $t = 0$, направив ось, вертикально вниз (рисунок 2). Дифференциальное уравнение движения шара в проекции на ось u имеет тогда вид

$$mv = mg - \mu v \quad (8.3)$$

Начальные условия для шара записываются так:

$$y(t = 0) = 0, v(t = 0) = 0.$$

Разделяя переменные в уравнении (8.3)

$$dv(g/n - v)^{-1} = ndt$$

и интегрируя, находим: $\ln(g/n - v) = -nt + C$, где $n = \mu/m$.

Или после нахождения постоянной

$$\ln \left(\frac{g/n - v}{g/n} \right) = -nt \text{ или } v = \frac{g}{n} (1 - e^{-nt}). \quad (8.4)$$

Отсюда следует, что предельная скорость, т.е. скорость при $t \rightarrow \infty$, равна $\lim_{t \rightarrow \infty} v = g/n$

Чтобы найти закон движения, заменим в уравнении (8.4) v на dy/dt . Тогда, интегрируя полученное уравнение с учетом начального условия,

$$\text{окончательно находим } y = \frac{g}{n} t - \frac{g}{n^2} (1 - e^{-nt}).$$

Библиографический список

1. Курс теоретической механики [Текст]: учебник для вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М.: Кнорус, 2010.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [Текст]: учеб. пособие для студ. вузов / [А. А. Яблонский и др.] ; под общ. ред. А. А. Яблонского. - М. : Кнорус, 2010.