	<b>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования</b> «Башкирский государственный аграрный университет»	Методические указания
		Б1.О.23 Теоретические основы электротехники

Кафедра электрических машин  
и электрооборудования

## **Б1.О.23 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к практическим занятиям и самостоятельной работе обучающихся  
по дисциплине

Часть 2

Направление подготовки  
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Профиль подготовки  
Электроснабжение

Квалификация (степень) выпускника  
бакалавр

Уфа 2024

Рекомендовано к изданию методической комиссией энергетического факультета (протокол № 7 от «21» марта 2024 г.)

Составители: д-р техн. наук, профессор Аипов Р.С.  
канд.техн. наук, доцент Нугуманов Р.Р.

Рецензент: заведующий кафедрой электроснабжения и автоматизации технологических канд. техн. наук, доцент Ахметшин Артур Талгатович

Ответственный за выпуск: и.о.заведующего кафедрой электрических машин и электрооборудования канд. техн. наук, доцент Акчурин С.В.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
<b>1. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ</b>	5
1.1 Расчет переходных процессов в RC и RL цепях операторным методом	5
<b>2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ</b>	9
2.1 Нелинейные электрические цепи постоянного тока	9
2.2 Аналитический метод расчета нелинейных электрических цепей	16
<b>3. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА</b>	19
3.1 Применение закона полного тока для расчета магнитных цепей	19
3.2 Магнитные цепи переменного тока. Определение параметров схемы замещения катушек с магнитопроводом	23
<b>4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ СРО В СООТВЕТСТВИИ С РАБОЧЕЙ ПРОГРАММОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	27
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b>	29

## ВВЕДЕНИЕ

Данные методические указания являются составной частью учебно-методического комплекса (УМК) дисциплины «Б1.О.23 Теоретические основы электротехники», включающего в себя сведения о структуре дисциплины, ее содержании, а также рекомендации студентам по самостоятельной работе на занятиях семинарского типа (практические занятия).

Изложение и объём учебного материала соответствует рабочей программе дисциплины.

Во второй части методических указаний рассматриваются три основные темы:

- переходные процессы в электрических цепях;
- нелинейные электрические цепи;
- магнитные цепи постоянного и переменного тока.

Структура каждой главы содержит теоретические положения, типовые задачи для самостоятельного решения и для решения на практических занятиях.

Каждая глава обеспечивает:

- эффективную теоретическую и практическую подготовку бакалавров в области теоретической электротехники;
- развитие технического мышления;
- приобретение знаний, необходимых для изучения специальных дисциплин, связанных с эксплуатацией электротехнического оборудования;
- овладение знаниями, умениями и навыками, необходимыми для квалификационного и безопасного использования электротехнических устройств с целью реализации производственного процесса.

Такая структура позволяет формировать соответствующие профессиональные компетенции ФГОС ВО.

# 1. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

## 1.1 Расчет переходных процессов в $rl$ и $rc$ цепях операторным методом

**Цель занятия:** получить практические навыки расчета переходных процессов в RL и RC цепях операторным методом.

**Задание:**

- 1) Записать изображения искомой функции времени;
- 2) Применить формулы соответствия между функциями от оператора ( $p$ ) и функциями времени;
- 3) Применить формулы разложения.

Расчет операторным методом осуществляется в два этапа: запись изображения искомой функции времени и переход от изображения к оригиналу.

Для решения второй части задачи существуют два способа [1,2]:

- 1) применение формул *соответствия* между функциями от оператора  $p$  и функциями времени  $t$ . Эти формулы для основных, практически важных случаев электрических цепей уже составлены и имеются в справочниках.
- 2) применение формул *разложения*.

Пусть изображение имеет вид рациональной дроби:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \quad (1.1)$$

тогда для нахождения оригинала имеет место следующая *теорема разложения*:

$$f(t) = \sum_k \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k t}, \quad (1.2)$$

где  $p_k$  – корни уравнения  $F_2(p) = 0$ .

Формула применима, когда  $F_2(p)$  и  $F_1(p)$  не имеют общих корней. В противном случае существуют другие формулы.

### 1.2.1 Примеры решения задач

**Задача 1.4** Найти, по какому закону изменяется ток в цепи (рисунок 1.5) и величину тока при  $t = 1$  с,  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 12$  Ом,  $E = 60$  В,  $C = 2$  мкФ.

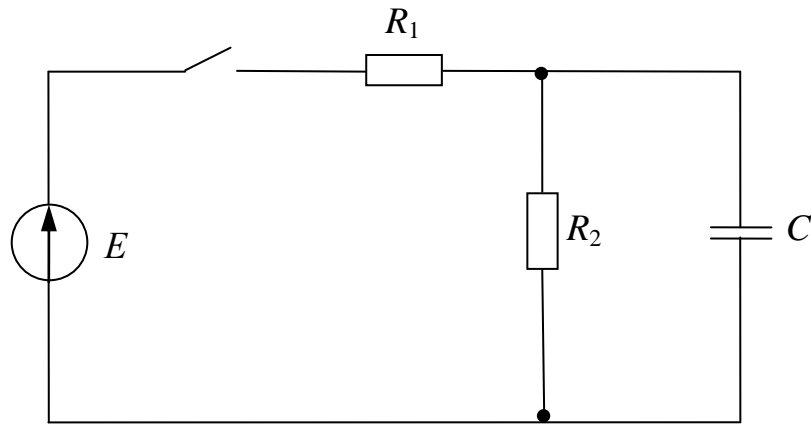


Рисунок 1.5 Электрическая схема к задаче 1.4

*Решение:*

Найдем полное операторное сопротивление цепи [2]

$$z(p) = R_1 + \frac{R_2 \cdot x_C}{R_2 + x_C},$$

где  $x_C(p) = \frac{1}{pC}$ .

$$z(p) = R_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{pC}}{R_2 + \frac{1}{pC}} = R_1 + \frac{R_2}{R_2 pC + 1} = \frac{R_1(R_2 pC + 1) + R_2}{R_2 pC + 1}.$$

Ток в цепи определяется как

$$I(p) = \frac{E(p)}{z(p)},$$

где  $E(p) = \frac{E}{p}$ .

$$I(p) = \frac{E}{p} \cdot \frac{1}{z(p)} = \frac{E}{p} \cdot \frac{R_2 pC + 1}{R_1(R_2 pC + 1) + R_2}.$$

Согласно выражению (1.1) имеем:

$$F_1(p) = R_2 pC + 1; \quad F_2(p) = (R_1 R_2 pC + R_1 + R_2)p.$$

Уравнение  $F_2(p) = (R_1 R_2 pC + R_1 + R_2)p = 0$

имеет два корня  $p_1 = 0$  и  $p_2 = -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}$ .

Определяем производную функции  $F_2(p)$

$$F_2'(p) = (R_1 R_2 C p^2 + R_1 p + R_2 p)' = 2R_1 R_2 C p + R_1 + R_2.$$

Подставляем найденные выражения в теорему разложения (1.2):

$$i(t) = E \cdot \left( \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot e^{0 \cdot t} + \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_1 + R_2} \cdot e^{-\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} \cdot t} \right) =$$

$$= \frac{E}{R_1 + R_2} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot e^{-\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} \cdot t} \right).$$

Итак, закон изменения тока выражается следующим образом

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \cdot e^{-\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} \cdot t} \right).$$

Найдем величину силы тока при  $t = 1$  с

$$I = \frac{60}{10 + 12} \left( 1 + \frac{10}{12} e^{-\frac{10 + 12}{10 \cdot 12 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \cdot 1} \right) = 2,7 + 2,25 e^{-90000} \text{ А}.$$

**Задача 1.5** Дана электрическая схема (рисунок 1.6). Необходимо найти, по какому закону изменяется ток. Найти величину тока при  $t = 0,2$  с,  $R_1 = 15$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $E = 50$  В,  $L = 0,5$  Гн.

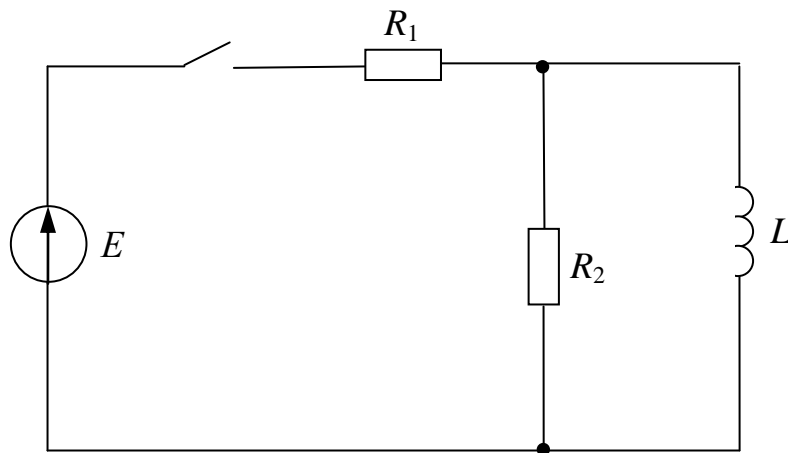


Рисунок 1.6 Электрическая схема к задаче 1.5

*Решение:* Найдем полное операторное сопротивление цепи:

$$z(p) = R_1 + \frac{R_2 \cdot x_L}{R_2 + x_L},$$

где  $x_L(p) = pL$ .

$$z(p) = R_1 + \frac{R_2 \cdot pL}{R_2 + pL} = \frac{R_1(R_2 + pL) + R_2 \cdot pL}{R_2 + pL} = \frac{R_1 R_2 + pL(R_1 + R_2)}{R_2 + pL}.$$

Ток в цепи определяется как

$$I(p) = \frac{E(p)}{z(p)},$$

где  $E(p) \div \frac{E}{p}$ .

$$I(p) = \frac{E}{p} \cdot \frac{1}{z(p)} = \frac{E}{p} \cdot \frac{R_2 + pL}{R_1 R_2 + pL(R_1 + R_2)}.$$

Согласно выражению (1.1) имеем:

$$F_1(p) = R_2 + pL; \quad F_2(p) = (R_1 R_2 + pL(R_1 + R_2))p.$$

Уравнение  $F_2(p) = (R_1 R_2 + pL(R_1 + R_2))p = 0$

имеет два корня:  $p_1 = 0$  и  $p_2 = -\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)}$ .

Определяем производную функции  $F_2(p)$

$$\begin{aligned} F_2'(p) &= (pR_1 R_2 + p^2 L R_1 + p^2 L R_2)' = R_1 R_2 + 2pL R_1 + 2pL R_2 = \\ &= R_1 R_2 + 2pL(R_1 + R_2). \end{aligned}$$

Подставляем найденные выражения в теорему разложения (1.2)

$$\begin{aligned} i(t) &= E \cdot \left( \frac{1}{R_1} \cdot e^{0 \cdot t} - \frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)R_1 R_2} \cdot e^{-\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} \cdot t} \right) = \\ &= \frac{E}{R_1} \left( 1 - \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} \cdot t} \right). \end{aligned}$$

Итак, закон изменения тока выражается следующим образом

$$i(t) = \frac{E}{R_1} \left( 1 - \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{R_1 R_2}{L(R_1 + R_2)} \cdot t} \right).$$

Найдем величину силы тока при  $t = 0,2$  с

$$I = \frac{110}{15} \left( 1 - \frac{30}{15 + 30} e^{-\frac{15 \cdot 30}{(15 + 30) \cdot 0,5} \cdot 0,2} \right) = 7,24 \text{ А.}$$

### 1.3 Задача для самостоятельного решения

**Задача 1.6** В схеме (рисунок 1.7) с параметрами  $E = 120$  В;  $R_1 = 250$  Ом;  $R_2 = 250$  Ом;  $R_3 = 500$  Ом;  $C = 10$  мкФ происходит замыкание ключа. Определить, применяя операторный метод расчета, напряжение на емкости  $u_C$ .

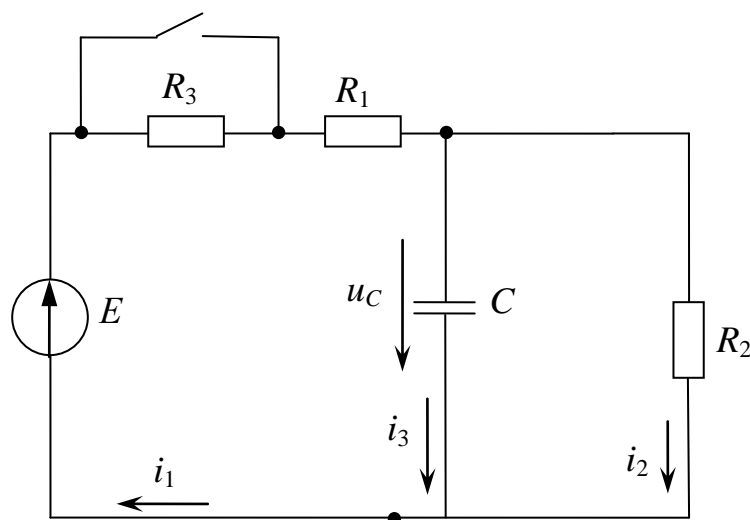


Рисунок 1.7 Электрическая схема к задаче 1.6

Ответ:  $u_C = 60 - 30e^{-800t}$  В.

## 2 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### 2.1 Нелинейные электрические цепи постоянного тока

**Цель занятия:** получить практические навыки в расчете и анализе нелинейных электрических цепей.

**Задание:**

- 1) Рассчитать нелинейные электрические цепи постоянного тока методами построения опрокинутой характеристики и эквивалентного генератора;
- 2) Найти напряжения и токи на нелинейных элементах;
- 3) Построить ВАХ нелинейных элементов.

Под нелинейными электрическими цепями принято понимать электрические цепи, содержащие нелинейные элементы. При расчете нелинейных цепей применяют следующие методы: метод построения опрокинутой характеристики, метод эквивалентного генератора, аналитический метод расчета [2,3].

**Задача 2.1** Найти напряжение на каждом из двух последовательно соединенных нелинейных элементов, ВАХ которых показана на рисунке 2.1, если напряжение на входе системы  $U = 40$  В.

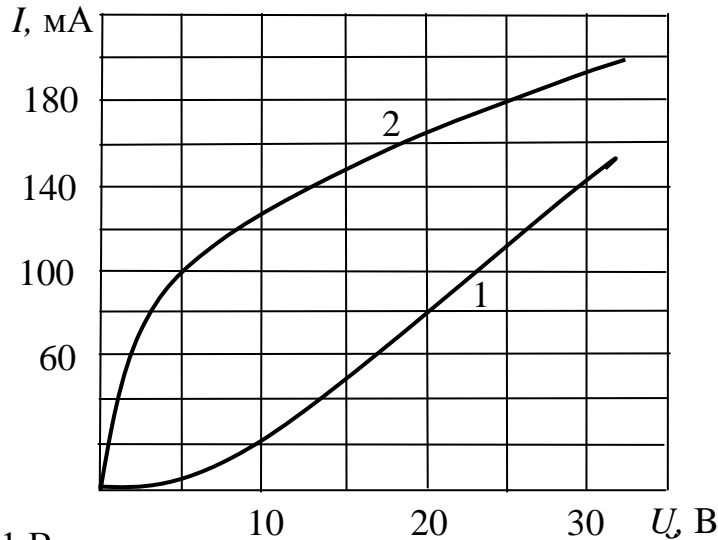


Рисунок 2.1 Вольтамперные характеристики нелинейных элементов

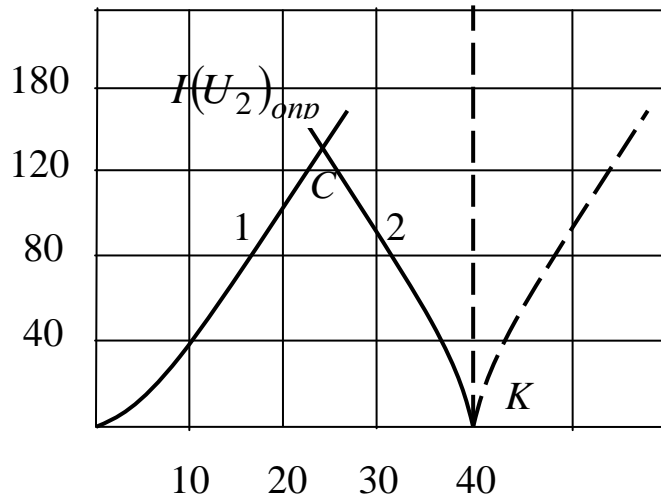


Рисунок 2.2 Построение опрокинутой характеристики

*Решение:*

Воспользуемся методом построения опрокинутой характеристики для второго нелинейного элемента. Из точки  $K$  с абсциссой  $U = 40$  В построим зеркальное изображение этой характеристики 2 относительно вертикали, которая и будет опрокинутой характеристикой второго элемента. Точка  $C$  – пересечение этих характеристик, определит искомое значение напряжений  $U_1 = 27$  В и  $U_2 = 13$  В ( $40 - 27 = 13$ ).

**Задача 2.2** Определить ток  $I_2$  в цепи (рисунок 2.3, а) с нелинейным элементом, вольтамперная характеристика которого  $I_3(U_{н. э})$  задана на рисунке 2.4. Сопротивления элементов цепи и напряжение на её входе равны:  $R_1 = R_2 = 4$  кОм,  $R_3 = 1$  кОм и  $U = 12$  В.

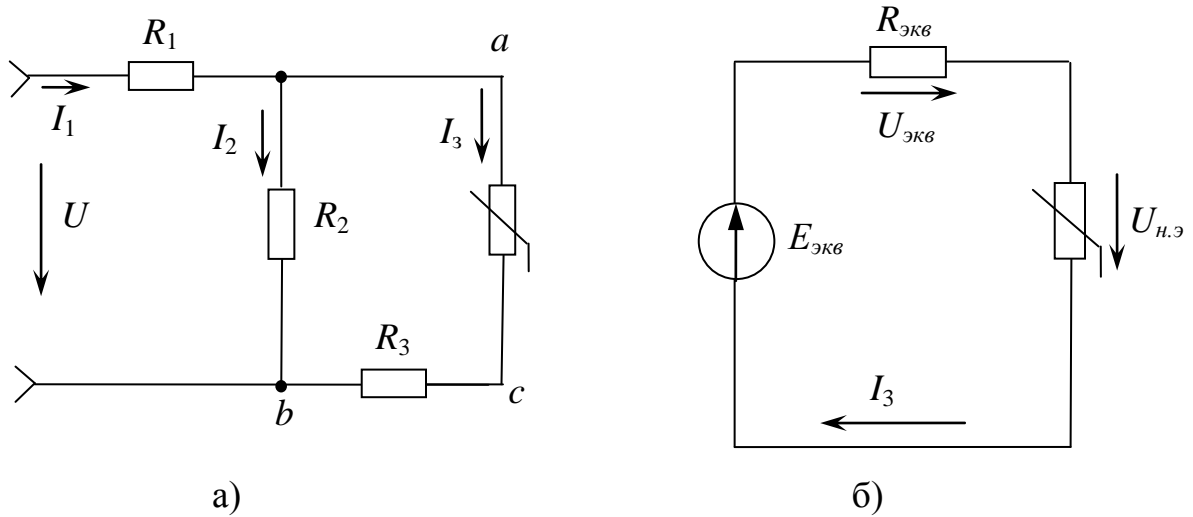


Рисунок 2.3 Электрические схемы к задаче 2.2

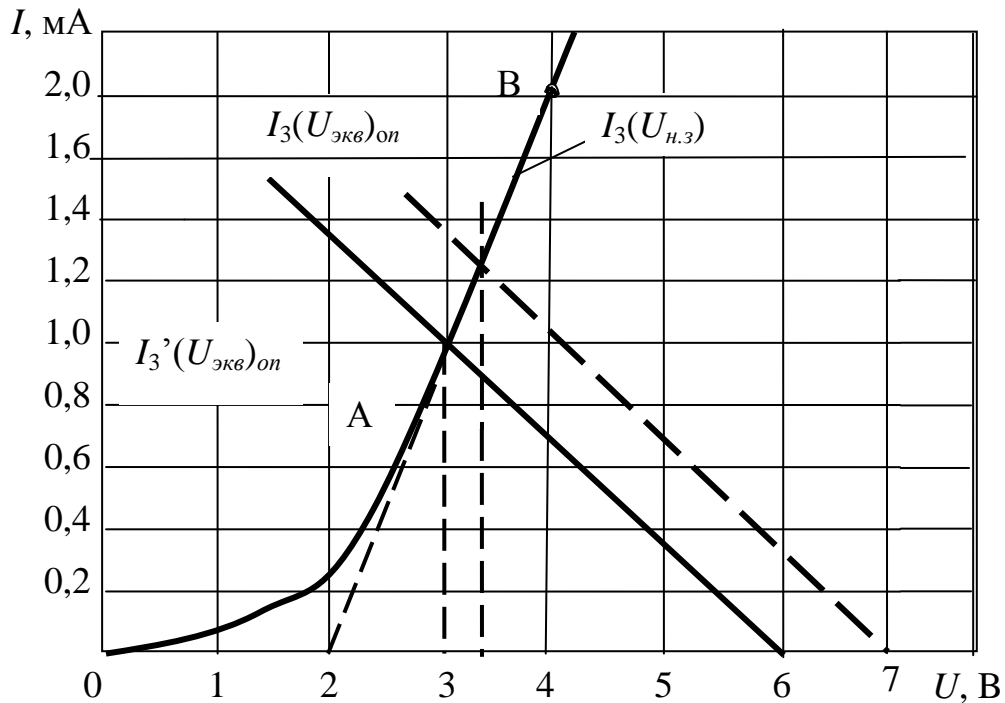


Рисунок 2.4 Вольтамперная характеристика нелинейного элемента

*Решение:* Для определения тока в любой ветви цепи с нелинейным элементом удобно воспользоваться методом эквивалентного генератора. Для этого размыкаем ветвь с нелинейным элементом и определяем напряжение холостого хода между точками  $a$  и  $c$ :

$$U_{acx} = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{U \cdot 4 \cdot 10^3}{(4 + 4) \cdot 10^3} = 0,5U = 6 \text{ В.}$$

Находим сопротивление эквивалентного генератора

$$R_{экв} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1 + \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 3 \text{ кОм}$$

и составляем схему (рисунок 2.3, б).

Для определения тока  $I_3$  на рисунке 2.4 строим опрокинутую характеристику  $I_3(U_{\text{экв}})_{\text{опр}}$  и находим координаты точки пересечения её с характеристикой  $I_3(U_{\text{н.э}})$   
 $I_3 = 1 \text{ мА}$  и  $U_{\text{н.э}} = 3 \text{ В}$ .

Возвращаясь к исходной схеме (рисунок 2.3, а), находим напряжение и ток участка с сопротивлением  $R_2$ :

$$U_2 = R_3 I_3 + U_{\text{н.э}} = 1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} + 3 = 4 \text{ В},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{4}{4 \cdot 10^3} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 1 \text{ мА}.$$

**Задача 2.3** Как изменится ток  $I_2$  в цепи (рисунок 2.3, а), если напряжение на входе увеличить на  $\Delta U = 2 \text{ В}$  (напряжение на входе  $U = 12 \text{ В}$ )? Сопротивления элементов  $R_1 = R_2 = 4 \text{ кОм}$ ;  $R_3 = 1 \text{ кОм}$ .

*Решение:*

При снижении напряжения на входе цепи до  $U = 10 \text{ В}$  напряжение холостого хода также уменьшится и будет равно  $U'_{\text{асх}} = 0,5U = 0,5 \cdot 14 = 7 \text{ В}$ .

Проводя прямую  $I'_3(U'_{\text{экв}})_{\text{опр}}$ , проходящую через точку  $U = U'_{\text{асх}} = 7 \text{ В}$  на осях координат (рисунок 2.4), находим  $I'_3 = 1,75 \text{ мА}$  и  $U'_{\text{н.э}} = 3,4 \text{ В}$ .

Напряжение и ток участка с сопротивлением  $R_2$ :

$$U'_2 = R_3 I'_3 + U'_{\text{н.э}} = 1 \cdot 10^3 \cdot 1,75 \cdot 10^{-3} + 3,4 = 8,55 \text{ В},$$

$$I'_2 = \frac{U'_2}{R_2} = \frac{8,55}{4 \cdot 10^3} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 2,1 \text{ мА}.$$

**Задача 2.4** Нелинейный двухполюсник состоит из двух последовательно соединенных резистора  $R = 80 \text{ Ом}$  и нелинейного резистора (рисунок 2.5). Построить:

- 1) ВАХ двухполюсника  $I(U_1)$ ;
- 2) зависимость  $U$  на нелинейном элементе от входного напряжения  $U_1$ . Определить ток  $I$  при ЭДС  $E = 40 \text{ В}$ .

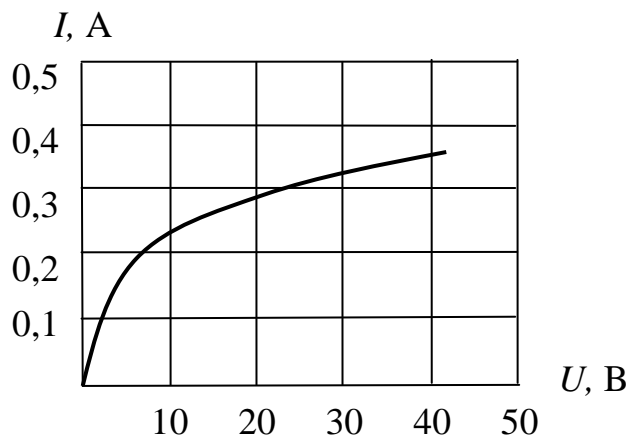


Рисунок 2.5 Вольтамперная характеристика нелинейного элемента

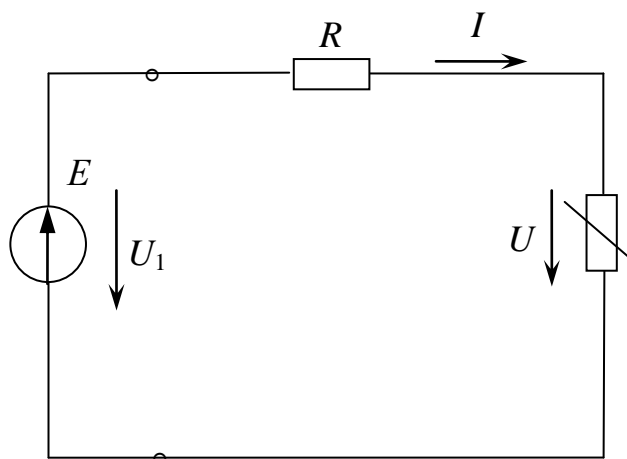


Рисунок 2.6 Электрическая схема к задаче 2.4

Решение:

$$1) U_1(I) = R \cdot I + U(I) = U_R(I) + U(I).$$

При  $E = U_1 = 40$  В, ток равен  $I = 0,25$  А.

Определим по построению ВАХ двухполюсника (рисунок 2.7).

Если ВАХ двухполюсника не строится, ток может быть найден методом пересечения.

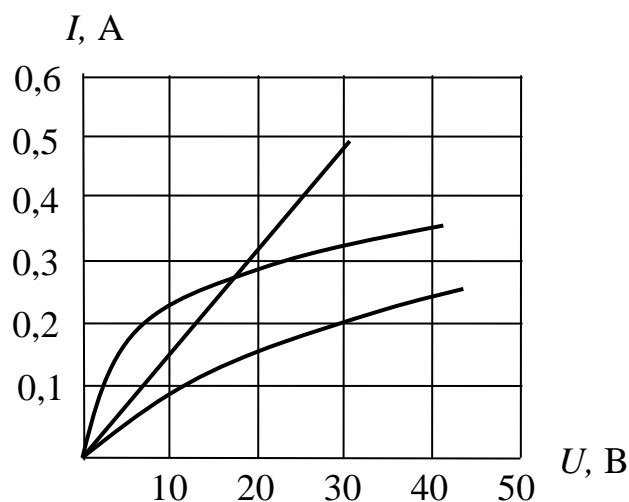


Рисунок 2.7 Построение вольтамперной характеристики двухполюсника

Запишем уравнение цепи в виде  $U(I) = E - RI$  и построим характеристики левой и правой частей уравнения, равенство левой и правой частей соответствует точке их пересечения. В точке пересечения  $I = 0,25$  А. Отмечаем напряжение на входе цепи и на нелинейном элементе при одинаковых значениях тока строим зависимость  $U(U_1)$  (рисунок 2.8).

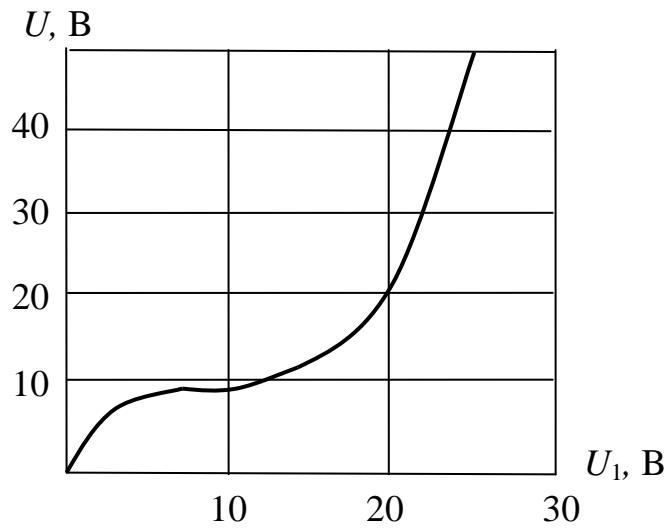


Рисунок 2.8 Зависимость напряжения  $U$  на нелинейном элементе от входного напряжения  $U_1$

## 2.2 Расчет нелинейных электрических цепей методом эквивалентного генератора

**Задача 2.5** Параметры электрической схемы, представленной на рисунке 2.9:  $R_1 = R_0 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 5 \text{ Ом}$ ;  $E = 45 \text{ В}$ . Найти напряжение на нелинейном элементе.

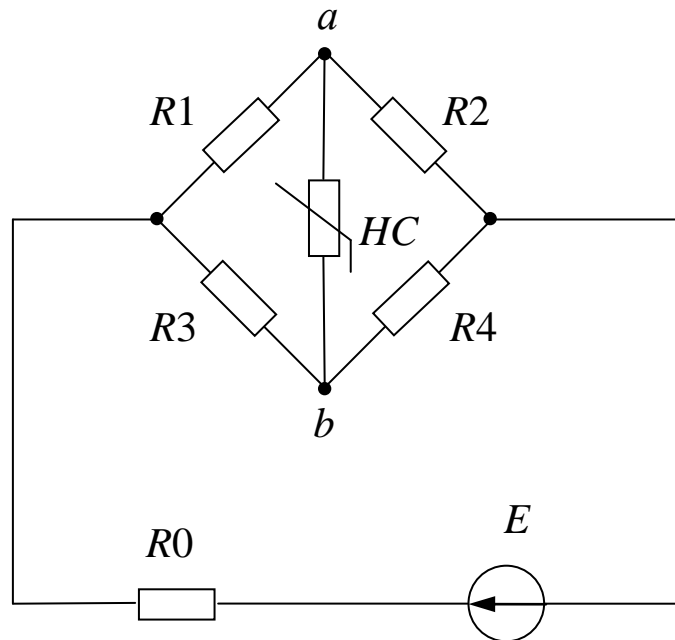


Рисунок 2.9 Электрическая схема к задаче 2.5

Решение:

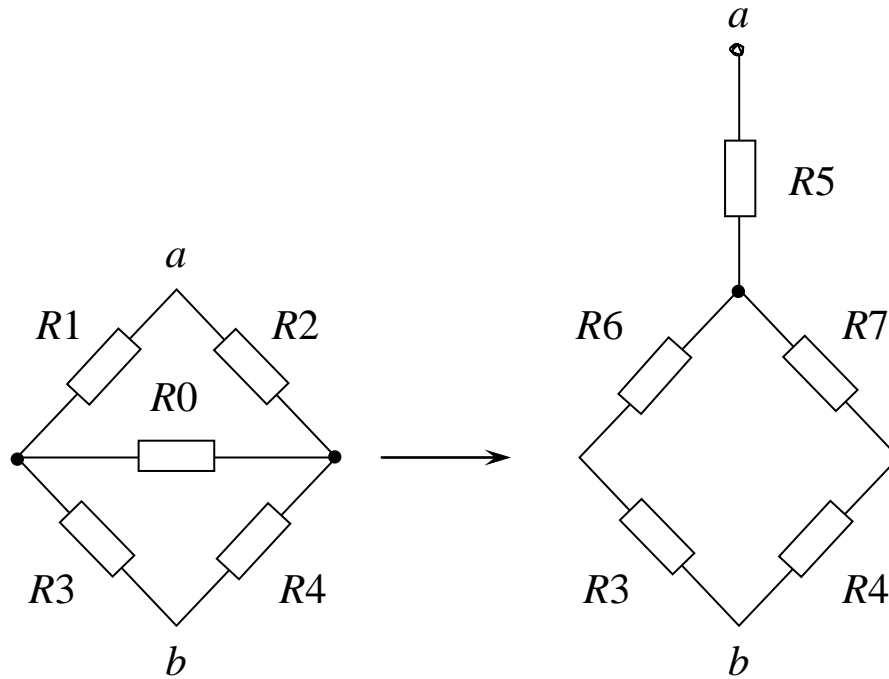


Рисунок 2.10 Схемы перехода к эквивалентному генератору

$$R_5 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_0}; \quad R_6 = \frac{R_1 R_0}{R_1 + R_2 + R_0}; \quad R_7 = \frac{R_2 R_0}{R_1 + R_2 + R_0}.$$

$$R_5 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ Ом}; \quad R_6 = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ Ом}; \quad R_7 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{ex}} = R_5 + \frac{(R_6 + R_3)(R_7 + R_4)}{R_6 + R_3 + R_7 + R_4} = 1,2 + \frac{(0,4 + 3)(1,2 + 5)}{0,4 + 3 + 1,2 + 5} \approx 3,4 \text{ Ом};$$

$$I = \frac{E}{R_0 + R_{\text{ex}}} = \frac{45}{2 + 3,4} = 8,33 \text{ А};$$

$$I_{1x} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_0} = \frac{45}{10} = 4,5 \text{ А};$$

$$I_{2x} = \frac{E}{R_3 + R_4 + R_0} = \frac{45}{10} = 4,5 \text{ А};$$

$$U = I_{2x} R_3 - I_{1x} R_1 = 4,5 \text{ В}.$$

## 2.2 Аналитический метод расчета нелинейных цепей

**Цель занятия:** получить практические навыки расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока аналитическим методом.

**Задание:**

- 1) Произвести аппроксимацию характеристик нелинейных элементов полиномами второй и третьей степени;
- 2) Решить квадратные или кубические уравнения.

**Задача 2.6** Цепь состоит из последовательно соединенных линейного резистора сопротивлением  $R = 10$  Ом и нелинейного резистора, которые подключены к источнику ЭДС  $E = 18$  В. ВАХ при положительном значении тока и напряжения  $I \geq 0$ ,  $U \geq 0$  может быть аппроксимировано зависимостью:

$$\text{а) } U = aI + bI^2, \text{ где } a = 6 \text{ В/А; } b = 2 \text{ В/А}^2;$$

$$\text{б) } I = \alpha U + \beta U^2, \text{ где } \alpha = 0,05 \text{ А/В; } \beta = 0,003 \text{ А/В}^2.$$

Определить ток в цепи.

*Решение:*

- а) Второй закон Кирхгофа для этой цепи может быть записан в виде [1,4]

$$RI + U(I) = E,$$

где  $U(I)$  – напряжение на нелинейном элементе.

Подставляя вместо  $U(I)$  его выражение имеем

$$RI + aI + bI^2 = bI^2 + (a + R)I = E.$$

Решение полученного квадратного уравнения имеет вид

$$I_{1,2} = \frac{-(a + R) \pm \sqrt{(a + R)^2 + 4bE}}{2b} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 144}}{4} = \frac{-16 \pm 20}{4}.$$

Таким образом, получено два корня  $I_1 = +1$ ,  $I_2 = -9$ , один из которых не удовлетворяет условиям данной задачи. Необходимо выбрать один из них [3]. Если бы не было нелинейного резистора, т.е. цепь состояла бы только из резистора  $R$  и источника ЭДС, то ток не превышал бы 1,8 А. Следовательно, выбираем для тока значение первого корня  $I = 1$  А.

$$\text{б) } E - RI = U;$$

$$\begin{aligned} I &= \alpha U + \beta U^2 = \alpha(E - IR) + \beta(E^2 - 2EIR + I^2R^2) = \\ &= \alpha E - (\alpha R + 2\beta ER)I + \beta R^2 I^2 + \beta E^2; \end{aligned}$$

$$\beta R^2 I^2 - (\alpha R + 2\beta ER + 1)I + \alpha E + \beta E^2 = 0.$$

Подстановка численных значений соответствующих величин дает

$$I^2 - 8,6I + 6,24 = 0.$$

Корни этого уравнения равны  $I_1 = 0,8$  и  $I_2 = 7,8$ .

Согласно сказанному выше, условиям задачи удовлетворяет первый корень этого уравнения  $I = 0,8$  А.

**Задача 2.7** Дана электрическая схема с параметрами  $R_1 = R_2 = 10$  Ом;  $R_3 = 50$  Ом;  $I = 0,3$  А.

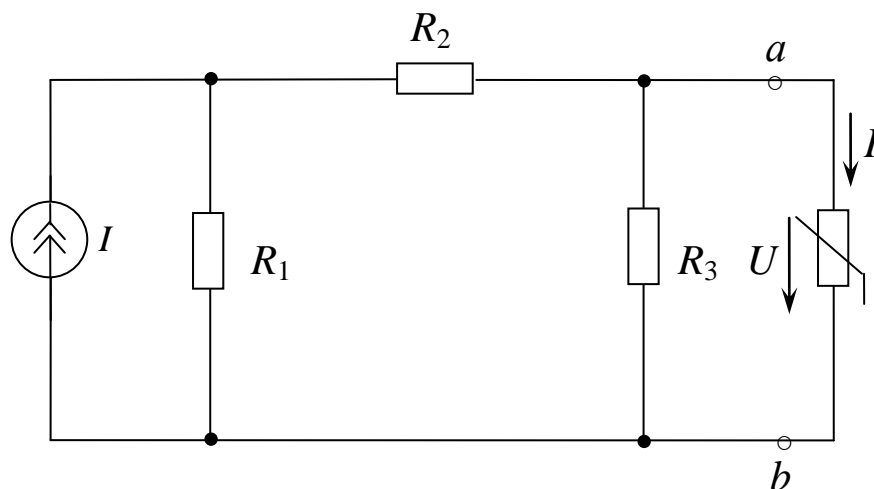


Рисунок 2.11 Электрическая схема к задаче 5.2

Характеристика нелинейного элемента при  $U \geq 0, I \geq 0$  аппроксимирована зависимостями:

а)  $U(I) = aI + bI^2$ ;  $a = 30$  В/А;  $b = 500$  В/А;

б)  $I(U) = \alpha U + \beta U^2$ ;  $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$  А/В;  $\beta = 3 \cdot 10^{-4}$  А/В<sup>2</sup>.

Определить напряжение и ток в цепи.

*Решение:*

Для решения задачи линейную часть схемы представим схемой замещения, представленной на рисунке 2.12

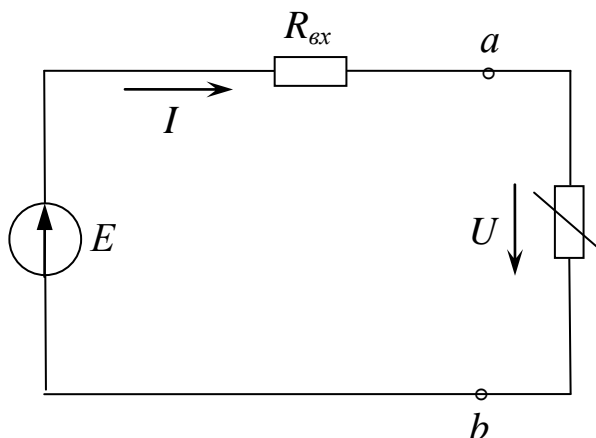


Рисунок 2.12 Эквивалентная схема замещения

Её параметры могут быть определены методом эквивалентного генератора. Для определения величины сопротивления эквивалентного генератора в точках  $ab$  делаем обрыв в цепи, удаляя одновременно из схемы источник тока.

$$R_{\text{ex}} = R_{ab} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(10 + 10) \cdot 50}{10 + 10 + 50} = 14 \text{ Ом};$$

$$E = 4,2 \text{ В.}$$

а) По второму закону Кирхгофа  $U(I) + R_{\text{ex}}I = E$ .

$$30I + 500I^2 + 14I = 4,2$$

Получили два корня (0,058 и  $-0,146$ ). Выбираем  $I = 0,058 \text{ А}$  и  $U = 3,42 \text{ В}$ .

б)  $E - R_{\text{ex}}I = U$ ;

$$I = 0,002U + 0,0003U^2;$$

$$4,2 - 14I = U;$$

$$4,2 - 14(0,002U + 0,0003U^2) = U;$$

$$0,0042 U^2 + 1,028 U - 4,2 = 0.$$

Получили два корня (3,8 и  $-248$ ). Выбираем  $U = 3,8 \text{ В}$ . Тогда  $I = 0,012 \text{ А}$ .

## 5.2 Задачи для самостоятельного решения

**Задача 2.8** Линейный элемент с сопротивлением  $R$  и нелинейный элемент, вольтамперная характеристика которого задается данными, приведенными в таблице 2.1, соединены последовательно и подключены к источнику питания с напряжением  $U$ .

Таблица 2.1 Вольтамперная характеристика нелинейного элемента

$U, \text{ В}$	0	20	40	60	80	100	120	160	200	240
$I, \text{ А}$	0	0,22	0,36	0,45	0,53	0,60	0,66	0,76	0,85	0,90

1. Найти сопротивление нелинейного элемента и напряжение на входе схемы, если при напряжении на нелинейном элементе  $U_{н.э.} = 100 \text{ В}$  мощность его будет максимальной.
2. При каком входном напряжении мощность нелинейного элемента будет максимальной, если сопротивление линейного элемента  $R = 240 \text{ Ом}$ .

*Ответ:* 1)  $R = 167 \text{ Ом}$  и  $U = 200 \text{ В}$ ;

2)  $U = 140 \text{ В}$ .

**Задача 2.9** Определить аналитически ток  $I_2$  в цепи (рисунок 2.3, а) с нелинейным элементом, вольтамперная характеристика которого  $I_3(U_{н.э.})$  задана на рисунке 2.4. Сопротивления элементов цепи и напряжение на её входе равны:  $R_1 = R_2 = 4 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 1 \text{ кОм}$  и  $U = 12 \text{ В}$ .

*Ответ:*  $I = 1 \text{ мА}$ .

### 3 МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 3.1 Применение закона полного тока для расчета магнитных цепей

**Цель занятия:** получить практические навыки расчета магнитных цепей применением закона полного тока.

**Задание:**

- 1) Выбрать контур интегрирования таким образом, чтобы он совпадал с линией вектора напряженности магнитного поля;
- 2) Заменить подынтегральные выражения в законе полного тока произведением скалярных величин;
- 3) Заменить интеграл суммой произведений  $H_k l_k$ , соответствующего участка, вдоль которого  $H$  и  $\mu$  принимаются неизменными;
- 4) Найти параметры магнитной цепи.

**Задача 3.1** Даны два одинаковых в геометрическом отношении кольцевых сердечника (тора), с радиус средней магнитной линии  $R = 10$  см и поперечное сечение  $S = 2$  см<sup>2</sup>. Первый сердечник не ферромагнитный (например, алюминий), другой ферромагнитный. Наматываем на каждый кольцевой сердечник обмотку с числом витков  $w = 200$  с одинаковым током  $I=1$ А. Найти потоки в теле торov.

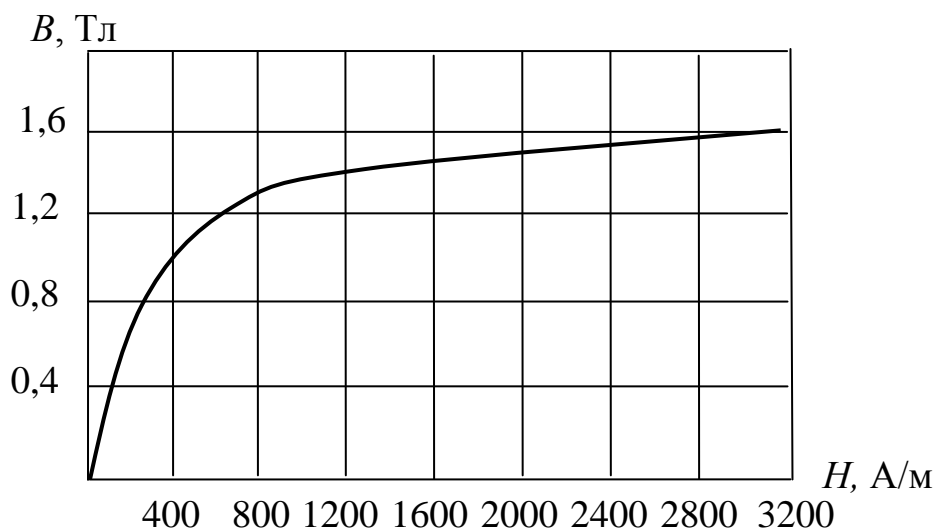


Рисунок 3.1 Кривая намагничивания

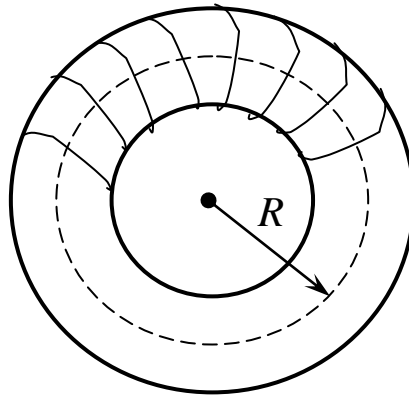


Рисунок 3.2 Кольцевой сердечник

*Решение:*

По закону полного тока напряженность  $H = \frac{I \cdot w}{2\pi R}$  и одинакова в обоих торах, она не зависит от материала сердечника [1].

$$H = \frac{I \cdot w}{2\pi R} = \frac{1 \cdot 200}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1} = 318 \text{ А/м.}$$

Поток в неферромагнитном сердечнике

$$\Phi_{\text{нф}} = BS = \mu_0 \mu H S = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 318 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ Вб.}$$

По кривой намагничивания (рисунок 3.1) находим, что  $H = 318 \text{ А/м, } B \approx 1,02 \text{ Тл.}$

Поток в ферромагнитном торе  $\Phi_{\text{фм}} = BS = 1,02 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 20,4 \cdot 10^{-5} \text{ Вб.}$

**Задача 3.2** Геометрические размеры цепи даны на рисунке 6.3. Найти, какой ток должен протекать по обмотке с числом витков  $w = 500$ , чтобы магнитная индукция в воздушном зазоре равнялась 1 Тл.

*Решение:*

Магнитную цепь разобьем на три части:

$$l_1 = l_1' + l_1'' = 30 \text{ мм, } S_1 = 4,5 \text{ см}^2. l_2 = 13,5 \text{ мм; } S_2 = 6 \text{ см}^2.$$

Индукцию  $B_2$  найдём, разделив поток  $\Phi = B_\delta S_\delta$  на сечение второго участка [4]

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_2} = \frac{1 \cdot 4,5}{6} = 0,75 \text{ Тл.}$$

Напряженность поля на участках  $l_1$  и  $l_2$  находим по кривой намагничивания:  $H_1 = 300 \text{ А/м; } H_2 = 115 \text{ А/м.}$

Напряженность поля в воздушном зазоре

$$H_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1 = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

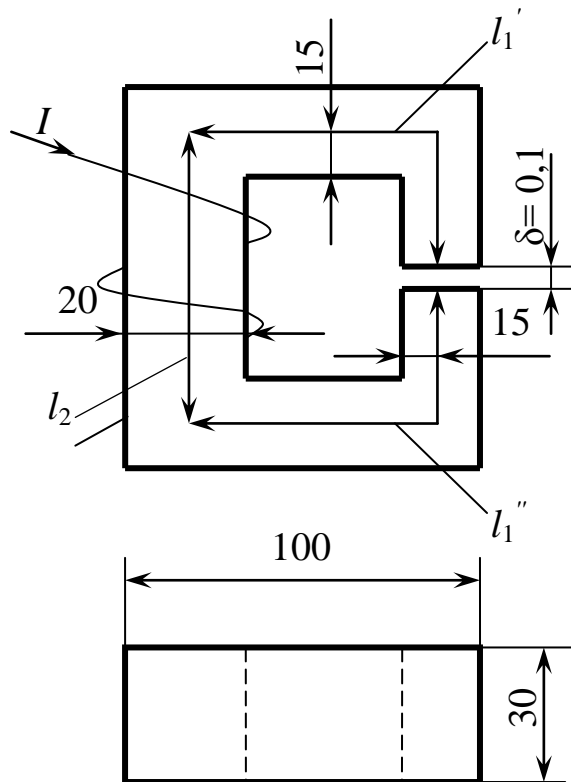


Рисунок 3.3 Магнитная цепь к задаче 3.2

Подсчитываем падение магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи:

$$\sum H_k l_k = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = I w;$$

$$300 \cdot 0,03 + 115 \cdot 0,0135 + 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 90,55 \text{ А}.$$

Из формулы можно найти ток  $I = \frac{\sum H_k l_k}{w} = \frac{90,55}{500} = 0,18 \text{ А}.$

**Задача 3.3** Магнитная цепь, изображенная на рисунке 3.4, выполнена из электротехнической стали 1211 (кривая намагничивания изображена на рисунке 3.5) и имеет следующие размеры:

$l_1 = 60 \text{ см}; \quad l_2 = 20 \text{ см}; \quad l_B = 0,1 \text{ см}; \quad l_3 = 80 \text{ см}; \quad S_1 = S_2 = S_3 = 10 \text{ см}^2.$  Магнитные потоки  $\Phi_1 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}; \quad \Phi_3 = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$

Найти МДС  $F_1 = I_1 w_1, \quad F_3 = I_3 w_3.$

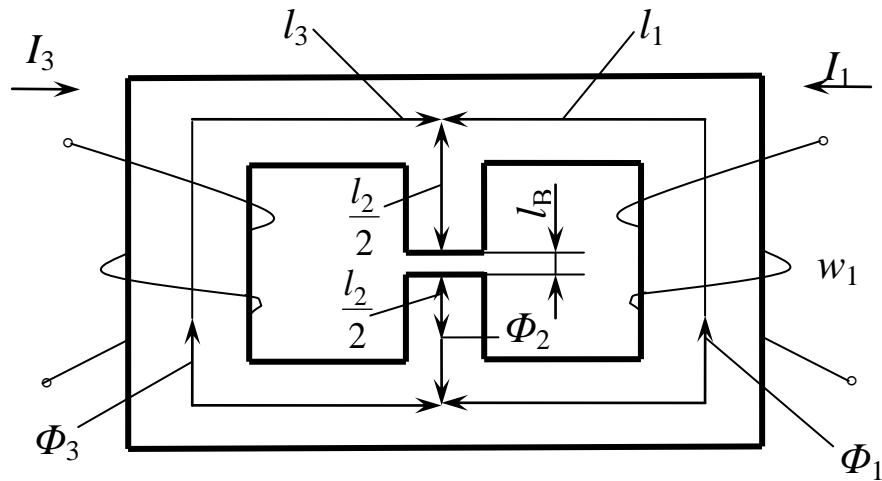


Рисунок 3.4 Магнитная цепь к задаче 6.3

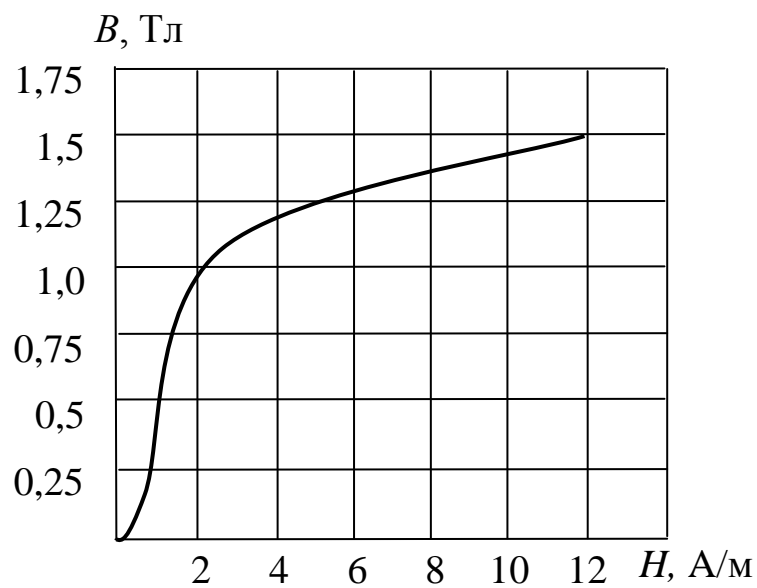


Рисунок 3.5 Кривая намагничивания к задаче 6.3

*Решение:*

По закону Кирхгофа для магнитной цепи [2]:

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ Вб};$$

$$F_1 = I_1 w_1 = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_B l_B;$$

$$F_3 = I_3 w_3 = H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_B l_B;$$

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ Тл};$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{1,56 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,56 \text{ Тл};$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = \frac{1,31 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,31 \text{ Тл}.$$

По кривой намагничивания находим напряженности поля на различных участках:

$$H_1 = 0,6 \text{ А/м}; H_2 = 20 \text{ А/м}; H_3 = 6 \text{ А/м}.$$

Напряженность поля в воздушном зазоре:

$$H_B = \frac{B_2}{\mu_0} = \frac{1,56}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 12,41 \cdot 10^3 \text{ А/см}.$$

Все величины известны, находим МДС:

$$F_1 = 1677 \text{ А}; F_2 = 2121 \text{ А}.$$

### 3.2 Магнитные цепи переменного тока. определение параметров схемы замещения катушек с магнитопроводом

**Цель занятия:** получить практические навыки расчета и анализа магнитных цепей переменного тока.

**Задание:**

- 1) Определить параметры магнитной цепи переменного тока;
- 2) Составить схему замещения и построить векторную диаграмму катушки с магнитопроводом.

**Задача 3.4** Катушка с числом витков  $w = 500$  и магнитопроводом из трансформаторной стали включена в сеть с напряжением 220 В, частота 50 Гц, ток в катушке  $I = 10$  А, активная мощность 1500 Вт, сопротивление обмотки из медного провода постоянному току  $R_M = 10$  Ом, амплитуда потока в магнитопроводе  $\Phi_M = 10^{-3}$  Вб. Составить схему замещения катушки и построить векторную диаграмму.

**Решение:**

Схема замещения имеет вид, показанный на рисунке 3.6.

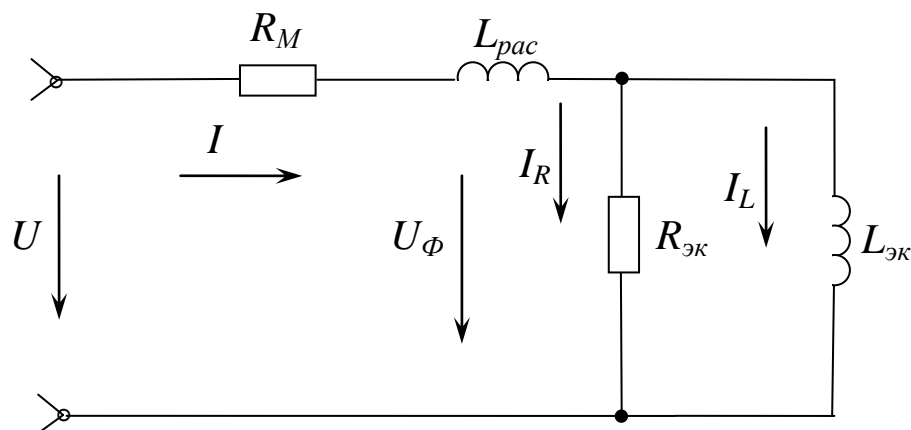


Рисунок 3.6 Схема замещения

где  $R_{\text{эк}}$  – эквивалентное сопротивление;

$L_{\text{рас}}$  – индуктивность рассеяния.

Для определения параметров схемы замещения предварительно вычислим  $U_{\Phi} = j \cdot 4,44 f w \Phi_M$ , приняв амплитуду потока как комплексную, связанную с потоком в магнитопроводе ( $\dot{\Phi} = \Phi_M$ ) [1,3].

$$U_{\Phi} = j \cdot 4,44 f w \dot{\Phi}_M = j \cdot 4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 10^{-3} = j111 \text{ В.}$$

Определим эквивалентное сопротивление потерь в магнитопроводе, записав по закону Джоуля – Ленца активную мощность (мощность потерь):

$$P = R_M I^2 + \frac{U^2}{R_{\text{эк}}};$$

$$R_{\text{эк}} = \frac{U^2}{(P - R_M I^2)} = \frac{220^2}{(1500 - 10 \cdot 10^2)} = 24,5 \text{ Ом.}$$

Составляющая тока, обусловленная потерями в магнитопроводе

$$I_R = \frac{U_{\Phi}}{R_{\text{эк}}} = \frac{j111}{24,5} = j4,5 \text{ А}$$

При определении эквивалентного индуктивного сопротивления находим ток  $I_L$ :

$$I_L = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{10^2 - (j4,5)^2} = 8,9 \text{ А};$$

$$X_{\text{эк}} = w L_{\text{эк}};$$

$$X_{\text{эк}} = \frac{U_{\Phi}}{I_L} = \frac{111}{8,9} = 12,5 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление рассеяния определим, вычислив комплексное сопротивление катушки по схеме замещения:

$$X_{\text{рас}} = w \cdot L_{\text{рас}};$$

$$z = R_M + jX_{\text{рас}} + \frac{jX_{\text{рас}} R_{\text{эк}}}{R_{\text{эк}} + jX_{\text{эк}}} = 15 + j(X_{\text{рас}} + 10);$$

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{10} = 22 \text{ Ом};$$

$$22^2 = 15^2 + (X_{\text{рас}} + 10)^2;$$

$$X_{\text{рас}}^2 + 20X_{\text{рас}} + 100 + 225 - 484 = 0;$$

$$X_{\text{рас}}^2 + 20X_{\text{рас}} - 159 = 0;$$

$$X_{\text{рас}} = 6,1 \text{ Ом.}$$

Векторная диаграмма имеет вид (рисунок 3.7):

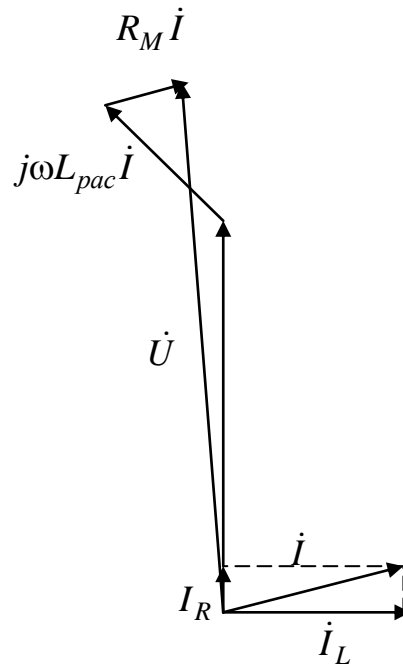


Рисунок 3.7 Векторная диаграмма

**Задача 3.5** Определить эквивалентную индуктивность катушки с подвижным сердечником (рисунок 3.8), имеющим переменный воздушный зазор длиной  $\delta = 0; 0,5; 1$  мм. К катушке с числом витков  $\omega = 200$ , которая надета на средний стержень подведено синусоидальное напряжение  $U = 50$  В;  $f = 50$  Гц. Потерями энергии в сердечнике и катушки пренебречь; индуктивное сопротивление рассеяния катушки принять равным нулю.

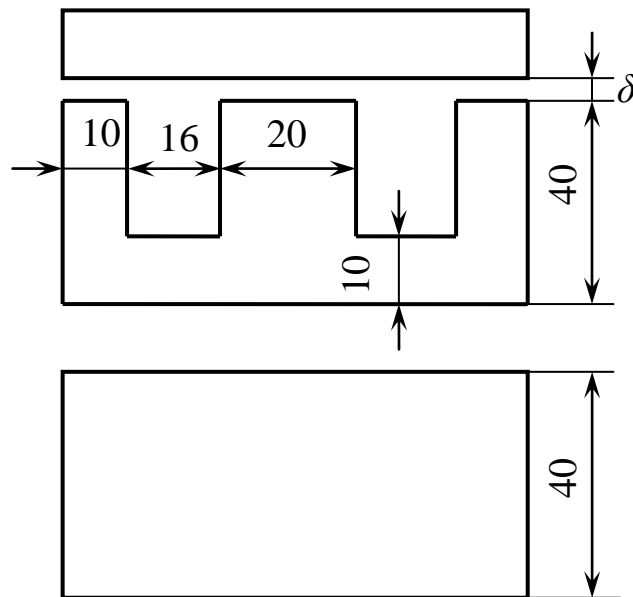


Рисунок 3.8 Магнитная цепь к задаче 3.5

*Решение:*

При указанных допущениях напряжения  $U$  на катушке уравновешивается только ЭДС  $E$  от потока в сердечнике. Поэтому при неизменном напряжении  $U = E$  поток в сердечнике должен оставаться постоянным и его амплитуда [2]

$$\Phi_M = \frac{U}{4,44 f \omega} = \frac{50}{4,44 \cdot 50 \cdot 200} = 11,3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Следовательно, индукция в сердечнике  $B_M = \frac{\Phi_M}{S_C} = 1,41 \text{ Тл}$  не зависит от длины воздушного зазора в сердечнике. Ток в катушке определяется по закону полного тока

$$I = \frac{H_{\sim} l_C + H_B \delta}{\omega},$$

где  $H_{\sim}$  – напряженность поля в сердечнике, определяемая по кривым намагничивания при переменном токе;

$$H_B = \frac{B_M}{\sqrt{2} \mu_0} \text{ – напряженность поля в зазоре.}$$

При  $\delta = 1 \text{ мм}$   $I = 4,4 \text{ А};$

При  $\delta = 0,5 \text{ мм}$   $I = 2,42 \text{ А};$

При  $\delta = 0 \text{ мм}$   $I = 0,44 \text{ А}.$

Величины эквивалентной индуктивности катушки

$$L_{\text{экв}} = \frac{U}{\omega I}$$

приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 Эквивалентная индуктивность катушки

$\delta, \text{ мм}$	0	0,5	1
$I, \text{ А}$	0,44	2,42	4,4
$L_{\text{экв}}, \text{ Гн}$	0,362	0,0657	0,0362

### 3.2.1 Задачи для самостоятельного решения

**Задача 3.6** Определить магнитный поток, пронизывающий катушку прибора, если размеры, обозначенные на рисунке 5.9, равны:  $l = 3,5 \text{ см}$ ,  $a = c = 15,5 \text{ см}$ ,  $b = 2 \text{ см}$  и ток линии  $I = 100 \text{ А}$ . Найти относительное изменение магнитного потока прибора, собственный поток которого при нормальном измеряемом токе составляет  $\Phi_{\text{пр}} = 45 \cdot 10^{-7} \text{ Вб}$ .

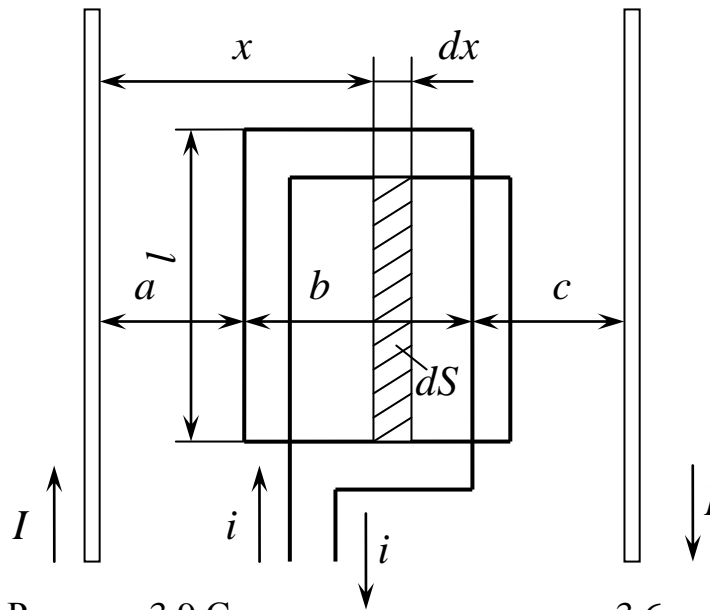


Рисунок 3.9 Схема к решению задачи 3.6

Ответ:  $1,67 \cdot 10^{-7}$  Вб; 3,7 %.

**Задача 7.4** Построить векторную диаграмму катушки с ферромагнитным сердечником, к зажимам которой подведено синусоидальное напряжение  $U = 220$  В. При токе  $I = 0,25$  А мощность потребления энергии катушкой равна 25 Вт. Число витков катушки  $w = 500$ , а активное сопротивление её обмоток равно 240 Ом. Потокaми рассеяния катушки пренебречь.

#### 4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ СРО В СООТВЕТСТВИИ С РАБОЧЕЙ ПРОГРАММОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Внеаудиторными видами СРО являются:

- подготовка к практическим и лабораторным занятиям;
- самостоятельное изучение теоретического материала (СИТМ), предусматривающее изучение отдельных разделов и тем дисциплины по заданию преподавателя, чтение учебной литературы, конспектирование текстов;
- подготовка к промежуточной аттестации (к сдаче экзамена по дисциплине).

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам производится согласно методическим указаниям по соответствующей теме работы.

Для самостоятельного изучения теоретического материала по дисциплине «Электротехника» в соответствии с рабочей программой предусмотрены следующие темы (таблица 4.1).

Таблица 4.1 Содержание СРО, темы СИТМ и рекомендуемая литература

№ п/п	№ раздела	Название (содержание) работы	Рекомендуемая литература	Объем, часы
1	2	3	4	5
1	4	Выполнение задания курсовой работы «Расчет электрической цепи постоянного тока»	Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник / Л. А. Бессонов. - М.: Гардарики, - 1996, 2002. – 638 с.	10
2	5,6	Выполнение задания курсовой работы «Расчет электрической цепи однофазного синусоидального тока»		10
3	10	Выполнение задания курсовой работы «Расчет трехфазной электрической цепи»		10
4	9-14	Самостоятельное изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным работам и практическим занятиям	Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники [Текст] : учебник - М.: Высш. шк.: Академия, 2001.- 496 с. Касаткин, А.С. Электротехника [Электронный ресурс]: учебник для студ. неэлектротехнических спец. вузов: рек. М-вом образования РФ / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. - М.: Издательский центр "Академия", 2008. - 540 с. – Режим доступа: <a href="http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu">http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu</a>	56

Контроль за ходом СРО осуществляется преподавателем, в том числе при проведении занятий (лекционных, практических и лабораторных), а также на групповых и индивидуальных консультациях.

Контроль результатов СРО осуществляется при сдаче экзамена по дисциплине.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### **а) основная литература:**

1. Аипов, Р. С. Линейные электрические цепи: конспект лекций по дисциплине «Теоретические основы электротехники». Ч. 1. / Р. С. Аипов, Р.Р. Нугуманов, С. В. Акчурин, - Уфа: Башкирский ГАУ, 2022. - 104 с.
2. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учеб. пособие / Г. И. Атабеков. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009. – 592 с.
3. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Электронный ресурс] : учебник для бакалавров : для студентов вузов, обуч. по направлениям подготовки дипломированных специалистов "Электротехника, электромеханика и электротехнологии", "Электроэнергетика", "Приборостроение" : допущено М-вом образования РФ / Л. А. Бессонов. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2013. - 701 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/20907.pdf>

### **б) дополнительная литература:**

4. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники: учебник - Москва: Высш. шк.: Академия, 2001.- 496 с.
5. Касаткин, А.С. Электротехника [Электронный ресурс]: учебник для студ. не-электротехнических спец. вузов: рек. М-вом образования РФ / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. - Москва: Издательский центр "Академия", 2008. - 540 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu>





