



Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Башкирский государственный аграрный университет

Кафедра пчеловодства,  
частной зоотехнии и  
разведения животных

## **Б1.О.14 ГЕНЕТИКА И БИОМЕТРИЯ**

**Методические указания к  
лабораторным работам и практическим занятиям**

Направление подготовки:

36.03.02 Зоотехния

Профиль подготовки:

Технологии животноводства

Квалификация выпускника:

Бакалавр

Уфа 2024

Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета биотехнологий и ветеринарной медицины (протокол № 8 от 21 марта 2024 г.).

Составитель: канд. с.-х. наук Разяпова Л.Ф.

Ответственный за выпуск:

Заведующий кафедрой пчеловодства, частной зоотехнии и разведения животных, канд. с.-х. наук, доцент Шелехов Д.В.

г. Уфа, ФГБОУ ВО Башкирский ГАУ, кафедра пчеловодства, частной зоотехнии и разведения животных

# ОГЛАВЛЕНИЕ

## I. ЦИТОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ

Занятие 1 Молекулярные основы наследственности. Генетический код .....	4
Занятие 2. Цитологические основы наследственности. Деление соматических и половых клеток.....	13

## II ГЕНЕТИКА ПОПУЛЯЦИЙ

Занятие 3. Определение частот генов и генотипов в популяции. Закон Харди-Вайнберга .....	23
Занятие 4. Изучение генетической структуры популяций по качественным признакам с использованием методов генетико-статистического анализа ....	30
Занятие 5. Оценка генетического равновесия в популяции методом $\chi^2$ .....	40

## III ОСНОВЫ БИОМЕТРИИ

Занятие 6. Использование селекционно-генетических методов в животноводстве (Вариационный ряд и методы его построения) .....	43
Занятие 7 Основные статистические параметры, характеризующие выборку ( $\bar{x}$ , M, $\sigma$ , Sx), способы их вычисления и определение достоверности .....	56
Занятие 7. Средние величины и способы их вычисления. Оценка достоверности разности между средними величинами двух выборок. ....	64
Занятие 8. Выявление связи между признаками. Вычисление коэффициентов корреляции и регрессии .....	73
Занятие 9. Дисперсионный анализ .....	82
Занятие 10. Коэффициент наследуемости, его особенности, методы вычисления и использование в селекции.....	93
Занятие 11. Коэффициент повторяемости и его использование в селекции ..	98
Библиографический список .....	106

# **ЦИТОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ**

## **Занятие 1 Молекулярные основы наследственности. Генетический код**

**Цель:** изучить и уяснить роль ядра и цитоплазмы в наследственности, тонкое и морфологическое строение хромосом.

### **Теоретический материал:**

Клетка - основа строения и жизнедеятельности растительных и животных организмов, поэтому все проявления наследственности и изменчивости можно понять только после изучения строения клетки. Раздел генетики, посвященный изучению явлений наследственности и изменчивости на клеточном уровне, называют цитогенетикой. Объектами цитогенетических исследований являются клетка в различные периоды жизнедеятельности и ее органоиды. Органоиды клетки – особые клеточные структуры, имеющие определенную морфологию, химический состав, ультраструктуру и выполняющие соответствующие функции. Цитогенетика изучает как общие, так и специфические особенности в строении функции клеток, обеспечивающие сохранение, передачу и реализацию наследственной информации.

Главные носители наследственности у про- и эукариот – гены клеточного ядерного аппарата. Наследование этих генов подчинено менделеевским закономерностям расщепления признаков родителей в потомстве. Наряду с этим существует внеядерная, или неменделевская, наследственность, обусловленная молекулами нуклеиновых кислот (ДНК) в составе клеточных органелл.

### **Роль ядра и цитоплазмы в наследственности.**

**Ядро** – наиболее крупный органоид клетки, являющимся обязательным и важнейшим ее компонентом. Ему принадлежит главная роль в сохранении, передаче и реализации наследственной информации. Ядро окружено ядерной оболочкой (мембраной), содержит кариоплазму, ядрышко и хроматин.

Ядерная оболочка состоит из трех слоев и имеет поры, обеспечивающие связь с цитоплазмой. На внешней поверхности наружной мембраны находятся рибосомы.

В ядре содержится 1-2 и более ядрышек. Они представляют собой округлые тельца, не имеющие оболочки. В процессе клеточного деления ядрышко исчезает, а затем вновь появляется. Ядрышку принадлежит важная роль в жизнедеятельности клетки. В нем синтезируется р-РНК, из которой формируются частицы рибосом.

Кариоплазма – ядерный сок, полужидкое основное вещество ядра, в котором содержатся РНК, белки и другие соединения, являющиеся продуктами жизнедеятельности ядрышка и хроматина.

В кариоплазме размещается строго определенное число вытянутых нитевидных образований, называемых хромосомами. На окрашенном срезе неделящейся клетки хромосомы имеют вид неправильной сети из темных тяжей и зернышек, в совокупности называемых хроматином.

**Морфология хромосом.** Хромосомы – постоянные компоненты ядра клетки, имеющие особую организацию: функциональную и морфологическую специфичность, способные к самовоспроизведению и сохранению свойств на протяжении всего онтогенеза.

Хромосомы - наиболее совершенная форма организации наследственных структур. Им принадлежит ведущая роль в сохранении, передаче и реализации наследственной информации. Эти функции хромосомы выполняют в различные периоды жизнедеятельности и митотического цикла клетки, поэтому они обладают способностью изменять структуру и морфологию.

В интерфазном ядре (т.е. в ядре неделящейся клетки) они выполняют функции транскрипции (синтеза м-РНК) и реализации (удвоения) генетического материала. В это время хромосомы находятся в деконденсированном (неуплотненном) состоянии, имеют вид тонких деспирализованных нитей, представляющих собой комплексы ДНК и

основных белков- гистонов. Во время деления клетки основные функции хромосом сохранение и передача наследственной информации в дочерние клетки, в это время они находятся в компактном (конденсированном) состоянии, обусловленном максимальной спирализацией хроматиновых нитей.

Хромосомы состоят из двух нитей – хроматид, расположенных параллельно и соединенных между собой в одной точке, названной центромерой или первичной перетяжкой. Концевые участки хромосом имеют особую структуру и называют теломерами.

Центромера, или первичная перетяжка – важная часть хромосомы. Она определяет движение хромосомы и различима в виде более светлой зоны, которая движется в митозе, увлекая за собой несколько отстающие плечи хромосомы. Центромера имеет сложное строение: в ней находится ДНК с характерной последовательностью нуклеотидов, ассоциированная со специальными белками. Центромера делит хромосому на две части, называемой плечами хромосомы (участок хромосом от теломеры до центромеры). Участок плеча, расположенный ближе к центромере, называют проксимальным, а отдаленный – дистальным.

**Типы хромосом.** В зависимости от положения центромеры различают следующие типы хромосом: 1) метацентрические или равноплечие (плечи хромосомы одинаковой величины); 2) субметацентрические или слабо неравноплечие (центромера смещена в сторону от центра); 3) акроцентрические или резко неравноплечие (центромера смещена на значительное расстояние от центра); 4) телоцентрические или одноплечие (центромера почти на самом конце хромосомы). Кроме первичной перетяжки у некоторых хромосом имеется вторичная перетяжка. Вторичная перетяжка, в отличие от первичной не служит местом прикрепления нитей веретена. Некоторые вторичные перетяжки связаны с образованием ядрышек и тогда их называют ядрышковыми организаторами. В таких вторичных перетяжках

локализуются гены, ответственные за синтез рРНК. Синтез и созревание рРНК происходит в ядрышках. Иногда на одном из концов хромосомы находится небольшое округлое тельце-спутник (или саттелит), соединяющийся с основной хромосомой тонкой хроматиновой нитью. Хромосомы можно идентифицировать по их длине, а также наличию спутника или вторичной перетяжки.

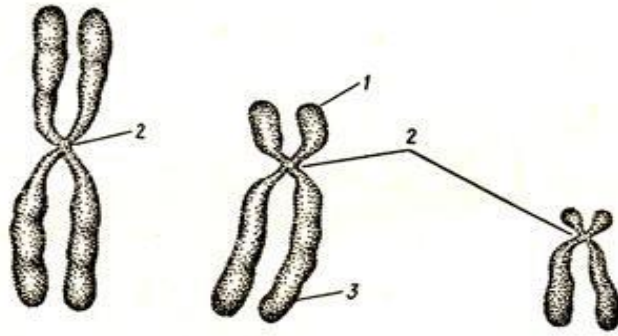


Рисунок 1. Основные элементы митотических хромосом, состоящих из двуххроматид: 1- короткое плечо, 2 – центромера, 3 – длинное плечо, 4 – теломера.

**Теломеры**, или концевые участки хромосом, в значительной степени ответственны за существование хромосом как индивидуальных образований. Концы разорванных хромосом могут сливаться между собой, но никогда несливаются с теломерами. Следовательно, именно теломеры препятствуют слипанию хромосом.

Каждая хроматида хромосомы содержит одну непрерывную молекулу ДНК. Молекула ДНК соединяется с гистоновыми белками, образуя нуклеопротеидные фибриллы. Длина этих фибрилл в диплоидном наборе хромосом млекопитающих животных равна примерно 2 метра, а совокупная длина всех хромосом в метафазе составляет около 150 мкм. Упаковка генетического материала достигается путем спирализации (конденсации).

#### ***Уровни упаковки генетического материала.***

**Первый уровень упаковки ДНК**- нуклеосомный. Нуклеосома представляет собой глобулу (октамер), содержащую восемь молекул гистонов, вокруг которой двойная спираль ДНК образует около двух витков (примерно 200 пар нуклеотидов) и переходит на следующую

глобулу. Длина молекулы ДНК уменьшается в 5-7 раз. Нуклеосомный уровень упаковки обнаруживается в электронном микроскопе в интерфазе в начале митоза (см рисунок 2, Д).

**Второй уровень упаковки** – соленоидный (супернуклеосомный). Нуклеосомная нить конденсируется, её нуклеосомы «сшиваются» гистоном и образуется спираль диаметром около 25 нм. Один виток спирали содержит 6-10 нуклеосом. (см рисунок 2, Г) Этим достигается укорочение нити ещё в 6 раз.

**Третий уровень упаковки** - хроматидный (петлевой). Супернуклеосомная нить спирализуется с образованием петель и изгибов. Она составляет основу хроматиды и обеспечивает хроматидный уровень упаковки, который обнаруживается в профазе (см. рисунок 2, Б). Нить ДНК укорачивается в 10-20 раз.

**Четвертый уровень упаковки** - уровень метафазной хромосомы. Хроматиды в метафазе способны спирализоваться с образованием эухроматиновых (слабо спирализованных) и гетерохроматиновых (сильно спирализованных) участков; происходит укорочение в 20 раз. (см. рисунок 2, А). Эухроматин соответствует районам активно действующих генов.

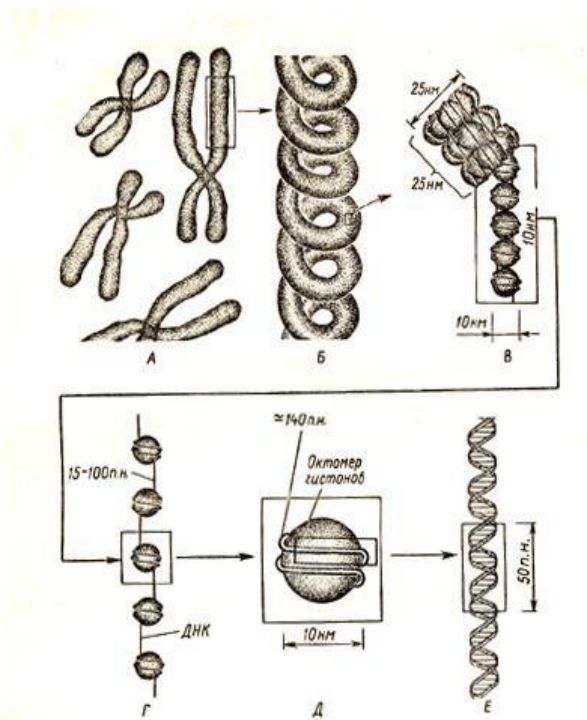




Рисунок 2. Надмолекулярная и молекулярная организация хромосомы эукариот: А- хромосомы в метафазе митоза, Б -спираль высшего порядка, В- упаковка нуклеосомной нити в структуру соленоида, Г- нуклеосомная нить (показаны нуклеосомы связывающие их линкеры), Д- нуклеосома, Е – молекула ДНК

Гетерохроматиновые участки хромосом выполняют в ядре ряд важных функций: они содействуют упорядоченному взаиморасположению хромосом в период развития клетки и их обособлению во время деления ядра. Характер распределения эу- и гетерохроматиновых участков постоянен для каждой хромосомы на определенной стадии митоза, поэтому хромосомы приобретают поперечную исчерченность, которая показывает различия в строении разных участков хромосом. Полосы занимают в хромосоме постоянное место, и это позволяет идентифицировать в наборе внешне сходные, но, по существу, разные пары хромосом

Метафазные хромосомы имеют длину от 2,3 до 11 мкм и диаметр – от 0,2 до 5,0 мкм.

Общий итог конденсации – укорочение нити ДНК в 10000 раз.

**Кариотип.** Набор хромосом соматической клетки, свойственный тому или иному виду животных или растений, называют кариотипом.

Диплоидные наборы хромосом у некоторых видов животных и человека представлены в таблице 1.

Таблица 1. Диплоидные наборы хромосом у некоторых видов животных и человека

Животные	Число хромосом	Животные	Число хромосом
Комар	6	Таракан, овцебык, шимпанзе	48
Дрозофила	8	Овца, муфлон	54
Комнатная муха	12	Крупный рогатый скот, зебу, зебр, сайгак, як, коза	60
Пчела	16;32	Лошадь	64
Тутовый шелкопряд	28;56	Северный олень	70
Дикий кабан	36	Верблюд двугорбый	74

Анализ хромосом в клетках животных и растений разных видов позволил выявить ряд общих закономерностей, имеющих важное значение при изучении явлений наследственности и изменчивости. Установлено, что количество хромосом в клетках разных тканей одного вида одинаково. Формы и размеры хромосом в пределах вида также постоянны. Каждая хромосома в клетке отличается от других хромосом по внешнему строению и функциональным особенностям, т.е. индивидуальностью, которая сохраняется от одной генерации клеток к другой и передается от родителей к потомкам.

При половом процессе сливаются две гаметы - мужская и женская, каждая из которых содержит по одинарному или гаплоидному набору хромосом ( $1n$ ). Совокупность генов гаплоидного набора хромосом называют геномом.

Зигота – клетка, образованная в результате слияния двух гамет, содержит двойной или диплоидный набор хромосом ( $2n$ ). Пары одинаковых по форме и величине хромосом, одна из которых материнская, а другая отцовская, называют гомологичными.

Среди всех хромосом кариотипа различают пары аутосом, одинаковых для мужских и женских особей, и одну пару половых хромосом или гоносом, различающихся у мужских и женских особей. Половые хромосомы женских особей млекопитающих обозначают буквами XX и мужских особей XY, поэтому женский пол называют гомогаметным, мужской – гетерогаметным. У птиц и бабочек, наоборот, женский пол гетерогаметный -ZW, мужской – гомогаметный ZZ. Вне хромосом также имеются гены, локализованные в молекуле ДНК, которая находится не в ядре, а в клеточных органоидах.

**Митохондрии** обеспечивают дыхание клеток растений, животных и эукариотических микроорганизмов. Они представляют собой самовоспроизводящиеся полуавтоматические органеллы клеток, содержащие кольцевые молекулы ДНК. ДНК митохондрий по нуклеотидному составу отличается от ДНК ядра. Митохондрии имеют собственный аппарат

белкового синтеза, который сходен с аппаратом белкового синтеза прокариот. Размеры митохондриального генома у позвоночных животных различаются незначительно – у человека -16 569 пар нуклеотидов, у мыши – 16 295, у быка – 16338, у дельфина – 16 330, у ящерицы – 17 400. Митохондриальные гены кодируют в основном признаки, связанные с работой дыхательных систем – гены для 2-х рРНК, 22-х тРНК и 13 ферментов, которые необходимы для функционирования митохондрий. Это – полипептиды для субъединиц цитохромоксидазы, субъединиц АТФ-азы и 7 субъединиц НАДН-дегидрогеназного комплекса. В митохондриях ДНК присоединена к внутренней мембране, связана с белками и образует нуклеосомоподобную структуру (см. рисунок 3). Синтез ДНК митохондрий происходит независимо от синтеза ядерной ДНК.

**Пластиды** - самовоспроизводящиеся органоиды растительной клетки, имеющие молекулу ДНК. ДНК хлоропластов представлена кольцевой молекулой, которая имеет молекулярную массу 126 тысяч пар нуклеотидов и длину около 40 мкм. Она прикрепляется к мембране хлоропласта. Точка прикрепления играет роль центромеры. В пластидах также имеется самостоятельный аппарат белкового синтеза. ДНК хлоропластов кодирует около 125 белков, причём из них 12% - компоненты самих хлоропластов.

С мутациями хлоропластной ДНК, нарушающими синтез хлорофилла, связан хорошо известный признак пестролистности у растений. В цитоплазме клеток пестролистных растений содержатся как нормальные хлоропласты с зелёным пигментом, так и обесцвеченные.



Рисунок 4. Схематическое изображение пластиды.

**Задание:** зарисовать тонкое строение и морфологическое строение хромосом и ДНК-содержащих органоидов клетки.

- Работа выполняется индивидуально каждым студентом
- Для ее выполнения требуется 60 минут аудиторного времени. Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и соответствующими разделами рекомендованной основной и дополнительной литературы.
- После выполнения работы студент представляет преподавателю зарисованные схемы и ответы на контрольные вопросы в письменном виде.

### Вопросы для самоконтроля знаний

Какому компоненту клетки принадлежит ведущая роль в сохранении, передаче и реализации наследственной информации? Опишите строение и функции ядра. Назовите органоиды клетки, содержащие ДНК. Какова их функция в клетке? Что означают термины хроматида, центромера и теломера? Опишите морфологическое строение хромосом. Перечислите уровни упаковки ДНК в хромосому. Что такое кариотип? Что общего и каковы различия кариотипов различных видов животных?

## **Занятие 2: Цитологические основы наследственности.**

### **Деление соматических и половых клеток**

**Цель занятия:** ознакомить студентов с процессами деления соматических(митоз) и половых (мейоз) клеток.

#### **Теоретический материал**

В основе роста и дифференцировки органов и тканей животных лежит размножение клеток, смена одного клеточного поколения на другое. Существуют два способа деления соматических клеток – митоз (непрямое деление) и амитоз (прямое деление). Амитоз характеризуется перетяжкой ядра с последующим делением цитоплазмы. В результате происходит случайное, но тоже равное распределение хромосом между дочерними клетками.

Для митоза характерна строгая упорядоченность процесса клеточного деления. В результате митоза каждая дочерняя клетка получает такие же хромосомы, какими обладала материнская клетка, и в том же количестве.

Постоянство числа хромосом во всех поколениях клеток обеспечивается процессом мейоза, происходящим при созревании половых клеток, или гамет: женских – яйцеклеток и мужских – спермиев.

**Митоз** представляет собой способ упорядоченного деления ядра соматической клетки, при котором каждая из двух дочерних клеток получает такое же количество и те же типы хромосом, какие имела материнская клетка.

Промежуток времени между окончанием одного клеточного деления и окончанием последующего называют митотическим циклом, который подразделяют на две стадии – интерфазу и собственно митоз.

Она предшествует митозу. В ней выделяют три периода: 1) пресинтетический, обозначаемый – G1; 2) синтетический - S и 3) постсинтетический – G2. В G1 – периоде в клетке происходит накопление белка, РНК и других продуктов, необходимых для образования клеточных структур и последующего деления. В течение S – периода синтезируется

ДНК и происходит ауторепродукция (самоудвоение) хромосом, что приводит к появлению второй хроматиды. В G2 – периоде продолжается синтез ДНК – белков, накапливается энергия для последующего митоза.

Соотношение длительности фаз митотического цикла различны. Так, по данным Л.В. Трофимовой, клетки костного мозга кур проходят периоды G1, S, G2 и митоза соответственно за 6, 7, 8 и 23 часа.

По окончании интерфаз наступает митоз – не прямое деление ядра. Митотическое деление представляет собой непрерывный процесс, каждая стадия которого незаметно переходит в следующую за ней. Условно выделяют четыре стадии митоза: профазу, метафазу, анафазу и телофазу. При изучении митоза основное внимание уделяют поведению хромосом.

**Профаза.** В начале первой стадии митоза – профазе – клетки сохраняют тот же вид, что и в интерфазе, только ядро заметно увеличивается в размерах и в нем появляются хромосомы. В этой фазе видно, что каждая хромосома состоит из двух хроматид, спирально закрученных относительно друг друга. Хроматиды укорачиваются и утолщаются в результате процесса внутренней спирализации. Начинает выделяться слабо окрашенная и менее конденсированная область хромосомы – центромера, которая соединяет две хроматиды и в каждой хромосоме расположена в строго определенном месте.

Во время профазы ядрышки постепенно распадаются; ядерная оболочка также разрушается и хромосомы оказываются в цитоплазме. В поздней профазе (прометафазе) интенсивно формируется митотический аппарат клетки. В это время центриоль делится и дочерние центриоли расходятся в противоположные концы клетки. От каждой центриоли отходят тонкие нити в виде лучей; между центриолями формируются нити веретена деления. Различают два типа нитей: тянущие нити веретена, прикрепляющиеся к центромерам хромосом, и опорные, соединяющие полюса клетки.

Когда сокращение хромосом достигает максимальной степени, они превращаются в коротенькие палочкообразные тельца и направляются в экваториальную плоскость клетки.

**Метафаза.** В метафазе хромосомы полностью располагаются в экваториальной плоскости клетки, образуя так называемую метафазную или экваториальную пластинку. Центромеры каждой хромосомы скрепляющая обе хроматиды, располагается строго в области экватора клетки, а плечи хромосом бывают вытянутые более или менее параллельно нитям веретена.

В метафазе хорошо выявляется форма и строение каждой хромосомы, заканчивается формирование митотического аппарата и осуществляется прикрепление тянущих нитей к центромерам. В конце метафазы происходит одновременное деление всех хромосом данной клетки (и хроматиды превращаются в две совершенно обособленные дочерние хромосомы).

**Анафаза.** Сразу же после деления центромер хроматида отталкиваются одна от другой и расходятся к противоположным полюсам клетки. Все хроматиды начинают двигаться к полюсам одновременно. Большую роль в ориентирование движения хроматид играют центромеры.

Движение сестринских хромосом в анафазе происходит при взаимодействии двух процессов: сокращения тянущих и удлинение опорных нитей митотического веретена.

**Телофаза.** В начале телофазы заканчивается движение сестринских хромосом и они концентрируются на полюсах клетки в виде компактных образований или сгустков. Хромосомы деспирализуются и утрачивают видимую индивидуальность. Вокруг каждого дочернего ядра образуется ядерная оболочка; восстанавливаются ядрышки в том же количестве, в каком они были в материнской клетке. На этом завершается деление ядра, называемого также кариокинез, закладывается клеточная оболочка.

Одновременно с формированием дочерних ядер в телофазе происходит разделение всего содержимого исходной материнской клетки или цитокенез.

При делении клеток животных на поверхности клеток в области экватора появляется перетяжка или борозда. Она постепенно углубляется и разделяет цитоплазму на две дочерние клетки, в каждой из которой имеет ядро.

В процессе митоза из одной материнской клетки возникают две дочерние, содержащие такой же набор хромосом, как и у исходной клетки.

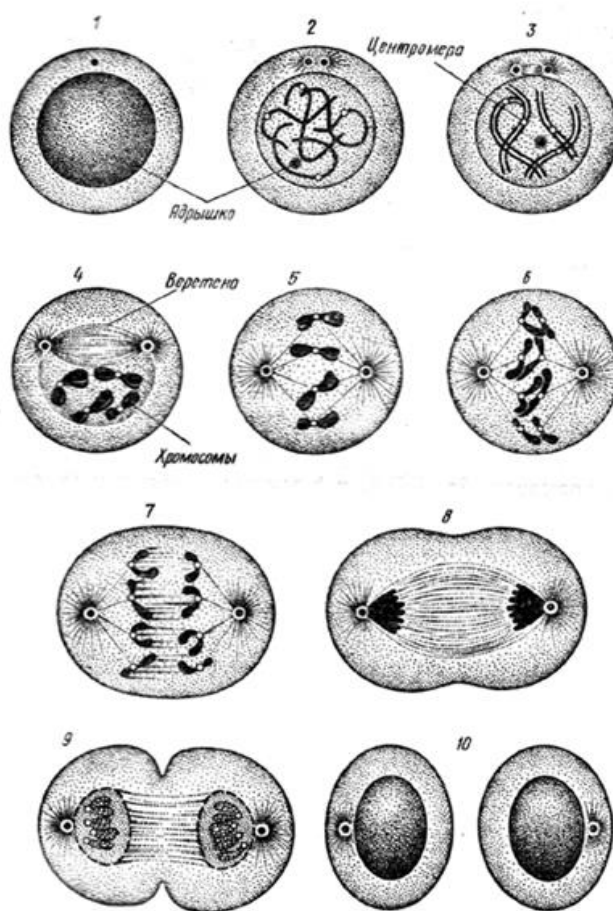


Рисунок 1 Схематическое изображение основных процессов в животной клетке во время митоза (условно клетка содержит 4 хромосомы): 1-интерфаза, 2- ранняя профаза, 3- средняя профаза, 4- поздняя профаза, 5- метафаза, 6- ранняя анафаза, 7- анафаза, 8- ранняя телофаза, 9- поздняя телофаза, 10 – дочерние клетки

**Основное биологическое значение митоза** состоит в точном распределении хромосом между двумя дочерними клетками; регулярный и упорядоченный митотический процесс обеспечивает передачу генетической



информации каждому из дочерних ядер; в результате каждая клетка содержит генетическую информацию обо всех признаках организма.

**Мейоз** – особое деление ядра, которое завершается образованием тетрады, то есть четырех клеток с гаплоидным набором хромосом. Мейозом делятся половые клетки. Мейоз состоит из двух клеточных делений, при которых число хромосом уменьшается вдвое, так что гаметы получают вдвое меньше хромосом, чем остальные клетки тела. Когда две гаметы соединяются при оплодотворении, то восстанавливается нормальное число хромосом. Уменьшение числа хромосом при мейозе происходит не беспорядочно, а вполне закономерно: члены каждой пары хромосом расходятся в разные дочерние клетки. В результате в каждую гамету попадает по одной хромосоме из каждой пары. Это осуществляется путем опарного соединения сходных или гомологичных хромосом (они тождественны по величине и форме и содержат сходные гены) и последующего расхождения членов пары, каждый из которых отходит к одному из полюсов. Во время сближения гомологичных хромосом может происходить кроссинговер, т.е. взаимный обмен генами между гомологичными хромосомами, что уровень комбинативной изменчивости.

В мейозе происходит ряд процессов, имеющих важное значение в наследовании признаков: 1) редукция – уменьшение вдвое числа хромосом в клетках; 2) конъюгация – гомологичных хромосом; 3) кроссинговер; 4) случайное расхождение хромосом клетки.

Мейоз состоит из двух последовательных делений: первое, в результате которого образуется ядро с гаплоидным набором хромосом, называется репродукционной; второе деление называется эквационным и протекает по типу митоза. В каждом из них различают профазу, метафазу, анафазу и телофазу. Фазы первого деления принято обозначать цифрой I, второго-II. Между I и II делениями клетка находится в состоянии интеркинеза.

## Первое деление

**Профаза I.** Фаза мейоза, во время которой происходят сложные структурные преобразования хромосомного деления. Она более продолжительна и состоит из ряда последовательных стадий, каждая из которых обладает своими отличительными свойствами:

**лептотена-** стадия лептонемы (соединения нитей). Отдельные нити – хромосомы – называются моновалентами. Хромосомы в мейозе длиннее и тоньше хромосом в самой ранней стадии митоза; **зиготена** – стадия зигонемы (соединения нитей). Происходит конъюгация, или синапсис (соединение попарно), гомологичных хромосом, причем данный процесс осуществляется не просто между гомологичными хромосомами, а между точно соответствующими индивидуальными точками гомологов. В результате конъюгации образуются **биваленты** (комплексы из соединенных попарно гомологичных хромосом), число которых соответствует гаплоидному набору хромосом.

Синапсис - осуществляется с концов хромосом, поэтому места локализации гомологичных генов в той или другой хромосоме совпадают. Так как хромосомы удвоены, в биваленте имеется четыре хроматиды, каждая из которых в итоге мейоза оказывается уже хромосомой:

**пахитена** – стадия пахинемы (толстых нитей). Размеры ядра и ядрышка увеличиваются, биваленты укорачиваются и утолщаются. Соединения гомологов становятся столь тесным, что уже трудно отличить две отдельные хромосомы. В этой стадии происходит кроссинговер, или перекрест хромосом;

**диplotена** – стадия диплономы (двойных нитей), или стадия четырех хроматид. Каждая из гомологичных хромосом бивалента расщепляется на две хроматиды, так что бивалент содержит по четыре хроматиды. Хотя в некоторых местах тетрады хроматид отходят друг от друга от друга, они тесно контактируют в других местах. При этом хроматиды разных хромосом

образуют X-образные фигуры, называемые хиазмами. Наличие хиазмы удерживает моноваленты вместе.

Одновременно с продолжающимся укорачиванием и, соответственно, утолщением хромосом бивалента происходит их взаимное отталкивание – расхождение. Связь сохраняется только в плоскости перекрестка – в хиазмах. Завершается обмен гомологичными участками хроматид:

стадия **диакинеза** характеризуется максимальным укорочением диплотенных хромосом. Биваленты гомологичных хромосом отходят к периферии ядра, так что их легко подсчитать. Ядерная оболочка фрагментируется, ядрышки исчезают. На этом завершается профазы I.

**Метафаза I** начинается с момента исчезновения ядерной оболочки. Завершается формирование митотического веретена, биваленты располагаются в цитоплазме в экваториальной плоскости. Центромеры хромосом прикрепляются к тянущим нитям митотического веретена, но не делятся.

**Анафаза I** отличается полным расторжением взаимосвязи гомологичных хромосом, отталкиванием их одна от другой и расхождением к разным полюсам.

Заметим, что при митозе расходились к полюсам однохроматидные хромосомы, здесь же, при мейозе, расходятся хромосомы, каждая из которых состоит из двух хроматид.

Таким образом, именно в анафазе происходит редукция – сокращение числа хромосом.

**Телофаза I** весьма кратковременна и слабо обособлена от предыдущей фазы. В телофазе I образуются два дочерних ядра.

**Интеркинез** – непродолжительное состояние покоя между I и II делениями. Хромосомы слабо деспирализуются, репликация ДНК не происходит, так как каждая хромосома уже состоит из двух хроматид. После интеркинеза начинается второе деление.

**Второе деление** происходит в обеих дочерних клетках так же, как и в митозе.

**Профаза II.** В ядрах клеток четко проявляются хромосомы, каждая из которых состоит из двух хроматид, соединенных центромерой. Они имеют вид довольно тонких нитей, расположенных по периферии ядра. В конце профазы II фрагментируется ядерная оболочка.

**Метафаза II.** В каждой клетке заканчивается формирование веретена. Хромосомы располагаются по экватору. К центромерам хромосом прикрепляются тянущие нити веретена.

**Анафаза II.** Центромеры делятся, и хроматиды обычно быстро расходятся к противоположным полюсам клетки.

**Телофаза II.** Сестринские хромосомы концентрируются на полюсах клетки и деспирализуются. Формируется ядро и клеточная оболочка.

Заканчивается мейоз образованием четырех клеток с гаплоидным набором хромосом.

Таблица 2 Сравнение митоза и мейоза

Стадия	Митоз	Мейоз
Интерфаза	Синтез ДНК. Удвоение хромосом	Синтез ДНК. Удвоение хромосом
Профаза I	Компактизация хромосом	Компактизация хромосом. Конъюгация гомологичных хромосом - образование бивалентов, кроссинговер, рекомбинация
Метафаза I	Расположение хромосом в плоскости экватора	Расположение бивалентов в плоскости экватора
Анафаза I	Расхождение сестринских хроматид к полюсам	Расхождение гомологичных хромосом к полюсам. Независимое расхождение хромосом, входящих в разные биваленты.
Телофаза I	Формирование в клетке двух идентичных диплоидных ядер	Формирование в клетке двух гаплоидных ядер, которые могут различаться генетически
Профаза II	-	Компактизация хромосом
Метафаза II	-	Расположение хромосом в плоскости экватора
Анафаза II	-	Расхождение сестринских хроматид к полюсам
Телофаза II	-	Формирование четырех гаплоидных ядер, которые могут различаться генотипически

**Биологическое значение мейоза.** Как и митоз, мейоз обеспечивает точное распределение генетического материала в дочерние клетки. Но, в отличие от митоза, мейоз является средством повышения уровня комбинативной изменчивости, что объясняется двумя причинами: 1) происходит свободное, основанное на случайности, комбинирование хромосом в клетках; 2) кроссинговер, ведущий к возникновению новых комбинаций генов в пределах хромосом.

В каждом следующем поколении делящихся клеток в результате действия указанных причин, образуются новые сочетания генов в гаметах, а при размножении животных – новые сочетания генов родителей у их потомства. Это каждый раз открывает новые возможности для действия отбора и создания генетически разных форм, что позволяет существовать группе животных в переменных условиях среды.

Таким образом, мейоз оказывается средством генетической адаптации, повышающим в поколениях надежность существования особей.

#### **Задание:**

1. Прочитать теоретический материал, рассмотреть и зарисовать поведение хромосом во время митоза и мейоза, уяснить биологический смысл митоза и мейоза.
2. На основании ознакомления с процессами митоза и мейоза выявить принципиальные различия между ними.

#### **Вопросы для самоконтроля знаний**

Что такое клеточный цикл, из каких периодов состоит интерфаза? В какой период клеточного цикла происходит удвоение хромосом? Почему в результате митоза возникают идентичные клетки с идентичными наборами хромосом? В чем заключается биологический смысл митоза? Что означают термины конъюгация, кроссинговер? Что означает термин редукция? В какой период мейоза происходит уменьшения количества хромосом и почему? Что такое биваленты? В чем заключается биологический смысл мейоза?

### Задачи для самостоятельного решения

1. Во время митоза в культуре ткани человека произошла элиминация (исчезновение) одной хромосомы. Сколько хромосом будет в каждой образующейся клетке?

2. Если на клетку, имеющую 14 хромосом, подействовать колхицином, веществом препятствующем расхождению хромосом к полюсам, но не влияющим на дупликацию хромосом, то сколько хромосом будет иметь клетка?

3. Ядро соматической (неполовой) клетки коровы содержит 60 хромосом. Как велико разнообразие возможных гамет одной особи, гетерозиготной по всем хромосомам? Как велико разнообразие возможных генотипов в потомстве от скрещивания, в котором оба партнера гетерозиготны по всем хромосомам?

4. Если у женского организма с генотипом  $Mm$  ген- $M$  при мейозе попал в яйцеклетку, куда попадает ген  $m$ ?

5. У крупного рогатого скота чёрный цвет шерсти доминирует над красным.

- сколько типов гамет образует гетерозиготное чёрное животное?
- сколько типов гамет образует гомозиготное чёрное животное?

6. У человека карие глаза доминируют над голубыми.

- сколько типов яйцеклеток, различающихся по данной паре генов, производит гетерозиготная кареглазая женщина?

- сколько типов сперматозоидов производит голубоглазый мужчина?

7. Сколько типов гамет образует генотип  $AaBbCC$ ?

8. Сколько типов гамет образует генотип  $AABbCc$ ?

## II ГЕНЕТИКА ПОПУЛЯЦИЙ

### Занятие 3. Определение частот генов и генотипов в популяции

#### Закон Харди-Вайнберга

**Цель:** ознакомить студентов с основами генетики популяций.

**Ход работы:**

К настоящему времени систематиками описано более полутора миллионов видов животных, обитающих на Земле. Каждый существующий ныне вид животных, растений и микроорганизмов есть итог эволюционного процесса, который осуществляется не на уровне отдельной особи, а на уровне множества особей данного вида, т.е. на уровне **популяций**.

Популяцией называют совокупность свободно скрещивающихся особей данного вида, характеризующихся общностью местообитания и приспособления к данным условиям существования. Особь можно рассматривать как сосуд для временного хранения части наследственной информации. Отдельная особь не может эволюционировать, она может или погибнуть, или выжить и дать потомство. Своим выживанием или невыживанием она оказывает влияние на генетический фонд популяции, членом которой она является.

Генетическим фондом, или **генофондом** называется совокупность всех генов, которые имеют члены популяции.

Популяция не могла бы существовать, если бы все ее члены были генетически однородными. Все естественные и искусственные популяции характеризуются генетическим разнообразием или **полиморфизмом**.

Понятие *полиморфизма* было введено в генетику в 1940 г. английским генетиком и экологом Э.Фордом как *существование в популяции одновременно двух (и более) генотипически различающихся форм*. В популяционно-генетических исследованиях локус считается полиморфным, если один из его редких аллелей встречается с частотой 1%. Каждая генетическая популяция имеет определенную **генетическую структуру**,

которая описывается концентрацией каждого гена (или его аллелей) в популяции, характером генотипов и частотой их встречаемости.

Структура генетической популяции формируется под воздействием трех основных процессов: изменчивости, наследственности и отбора. В результате взаимодействия всех этих факторов происходит процесс развития популяции, который называется микроэволюцией.

В 1908 году математиком Т. Харди в Англии и математиком В. Вайнбергом в Германии независимо друг от друга была установлена математическую закономерность постоянства генотипического состава популяции. Этот закон разработан для популяций, отвечающим следующим условиям:

- 1) свободное скрещивание, т.е. отсутствие специального подбора пар по каким-либо отдельным признакам;
- 2) отсутствие оттока и притока генов за счет отбора или миграции особей за пределы данной популяции;
- 3) отсутствие притока генов за счет мутаций или миграции особей в данную популяцию извне;
- 4) равная плодовитость гомозигот и гетерозигот.

Такая популяция называется равновесной (**панмиктической**) или **менделевской**.

**Первое положение закона Харди-Вайнберга** гласит, что **сумма частот аллелей одного локуса в данной популяции есть величина постоянная**. Это положение записывается формулой  $p+q=1$ , где  $p$ - частота доминантных аллелей « $A$ »,  $q$  – частота рецессивных аллелей « $a$ » того же локуса. Обе величины принято обычно обозначать в долях единицы, реже – в процентах (тогда  $p+q=100\%$ ).

Нетрудно сосчитать, что в популяции, например, из 100 000 особей аллельных генов одного какого-то локуса всегда определенное количество, т.е. 200000. Но среди них доминантные и рецессивные аллели распределяются не обязательно поровну. Соотношение их бывает



разнообразным. Доминантных может быть 60%, рецессивных – 40% ( $p=0,6$ ;  $q=0,4$ ) или 90 и 10% ( $p=0,9$ ;  $q=0,1$ ) и т.д. Иногда один из пары аллельных генов встречается крайне редко и составляет десятитысячные доли единицы.

**Второе положение закона Харди-Вайнберга:** сумма частот генотипов по одному локусу в данной популяции есть величина постоянная, а распределение их соответствует коэффициентам бинома Ньютона второй степени. Формула для исчисления частот генотипов:  $p^2+2pq+q^2=1$ , где  $p^2$ - частота особей, гомозиготных по доминантному гену (генотип  $AA$ ),  $2pq$  – частота гетерозигот (генотип  $Aa$ ),  $q^2$ – частота гомозиготных особей по рецессивному аллелю (генотип  $aa$ ).

Выведение этой формулы не представляет сложности. В равновесной популяции женские и мужские особи дают одинаковое число гамет как с геном  $A$ , так и с геном  $a$ , которое может быть записано как  $(p+q)$ . Тогда число генотипов рассчитывается или путем простого перемножения числа женских гамет  $(p+q)$  на число мужских гамет  $(p+q)$  :  $(p+q) \times (p+q) = p^2+2pq+q^2$ , или по известной уже нам решетке Пеннета:

	$A=p$	$a=q$
$A=p$	$AA(p^2)$	$Aa(pq)$
$a=q$	$Aa(pq)$	$aa(q^2)$

Можно взять один из приведенных выше числовых примеров:  $p=0,6$ ;  $q=0,4$ . Подставив эти значения в формулу  $p^2+2pq+q^2$ , получим  $p^2=0,36$ ;  $2pq=0,48$ ;  $q^2=0,16$ , т. е. доминантных гомозигот  $AA$  в популяции 36%, гетерозигот  $Aa$  – 48%, рецессивных гомозигот  $aa$  – 16%.

**Третье положение закона Харди-Вайнберга:** в равновесной популяции частоты генов и частоты генотипов сохраняются в ряду поколений.

Возьмем тот же пример. При частоте доминантного аллеля  $p=0,6$  и рецессивного  $q=0,4$  генотипы распределяются:  $AA(p^2)=0,36$ ;  $Aa(2pq)=0,48$ ;  $aa(q^2)=0,16$ . В следующем поколении распределение генов по гаметам будет

идти следующим образом: 0,36 гамет с геном *A* дадут гомозиготы по доминантному гену и 0,24 таких же гамет дадут гетерозиготы. Следовательно,  $p=0,36+0,24=0,6$ . Гаметы с рецессивным геном *a* будут формироваться: 0,24 за счет гетерозигот и 0,16 за счет гомозигот по рецессивным генам. Тогда  $q=0,24+0,16=0,4$ . Иначе говоря, и во втором поколении сохраняется то же соотношение, которое было в предыдущем поколении.

Итак, если в панмиктической популяции ген *A* встречается с частотой  $p$ , а его аллель *a* - с частотой  $q$  при  $p+q=1$ , то в первом же поколении устанавливается равновесие генотипов *AA*, *Aa* и *aa*, которое сохраняется и в последующих поколениях:  $p^2_{(AA)}+2pq_{(Aa)}+q^2_{(aa)}$ , где  $p^2$ - частота доминантных гомозигот,  $q^2$ - частота рецессивных гомозигот,  $2pq$ - частота гетерозигот.

Генное равновесие популяции можно определить по следующей формуле :

$$p^2q^2=(2pq/2)^2$$

Эта формула означает, что если доля гомозиготных доминантов ( $p^2$ ), помноженных на долю гомозиготных рецессивов ( $q^2$ ), равна квадрату половины доли гетерозигот  $((2pq/2)^2)$ , то популяция находится в состоянии равновесия.

Генетика популяций имеет важное прикладное значение в качестве теоретической основы селекции. Породы животных, сорта растений, штаммы микроорганизмов формируются как популяции, обладающие своей спецификой. Поэтому нельзя быть грамотным селекционером, не овладев методологией популяционной генетики.

Для расчёта частот генов и генотипов в популяции (для описания её генетической структуры) существует два способа.

**Первый способ** основан на прямом подсчёте генотипов, исходя из фенотипов животных в популяции. Этот способ может быть использован в том случае, если по изучаемым локусам наблюдается неполное доминирование (промежуточное наследование) или кодоминирование. В

этом случае при двухаллельном локусе (Аи а) все три генотипа (АА, Аа и аа) отличаются между собой по фенотипу и частоты генов могут быть рассчитаны по следующим формулам:

$$p(A) = \frac{2AA + Aa}{N}; q(a) = \frac{2aa + Aa}{N}, \text{ где}$$

АА, Аа и аа—количество животных с соответствующими генотипами.

Пример: У крупного рогатого скота породы шортгорн красная масть не полностью доминирует над белой. Гибриды от скрещивания красных с белыми имеют чалую масть. В районе, специализирующемся на разведении шортгорнов, зарегистрировано 4169 красных животных, 3780 чалых и 756 белых.

Определите частоту генов красной и белой окраски скота в данном районе.

Решение: Если ген красной масти животных обозначить через А, а ген белой – а, то у красных животных генотип будет АА (их было 4169), у чалых – Аа (3780), у белых – аа (756). Всего зарегистрированных животных 8705. Частоты генов рассчитываем по формулам:

$$p(A) = \frac{2AA + Aa}{N} = \frac{(2 \times 4169) + 3780}{8705} = 0,7$$

$$q(a) = \frac{2aa + Aa}{N} = \frac{(2 \times 756) + 3780}{8705} = 0,3$$

Частоты генотипов находим по формулам:

$$AA = \frac{4169}{8705} = 0,48 (48\%); Aa = \frac{3780}{8705} = 0,43 (43\%); aa = \frac{756}{8705} = 0,09 (9\%)$$

Второй способ (с использованием формулы Харди-Вайнберга) применяется в том случае, если по изучаемому локусу наблюдается полное доминирование. В этом случае гетерозиготные (Аа) особи по фенотипу не отличаются от гомозиготных доминантных (АА). Единственный генотип, который можно определить по фенотипу – это гомозиготный рецессивный (аа), поэтому частоты генотипов и генов начинают рассчитывать именно с них.

Пример: В племенном стаде численностью 200 голов зарегистрировано

рождение 2-х слепых телят.

Определите количество гетерозиготных носителей данного признака в родительском стаде, если известно, что врожденная слепота наследуется по аутосомно-рецессивному типу.

Решение: Обозначим аллель нормального зрения через А, тогда аллель, определяющий врожденную слепоту – а. Значит, слепые телята имеют генотип аа. Таких телят двое, значит частота их генотипа в данной популяции из 200 особей будет:

$$q^2_{(aa)} = \frac{2}{200} = 0,01.$$

Отсюда находим частоту аллеля

$$q_{(a)} = \sqrt{q^2} = 0,1$$

Частота доминантного аллеля  $A(p) = 1 - q = 1 - 0,1 = 0,9$ . Теперь, зная частоты обоих (р и q) аллелей (0,1 и 0,9), по формуле Харди-Вайнберга находим частоту гетерозиготных носителей (Аа) мутантного аллеля:

$$2pq = 2 \times 0,1 \times 0,9 = 0,18.$$

Частота гомозиготных доминантных особей (АА) по формуле Харди-Вайнберга определяется как  $p^2$ . Находим:

$$p^2_{(AA)} = 0,9 \times 0,9 = 0,81.$$

Определив частоты генотипов, можем найти количество животных с каждым из трёх генотипов. Для этого найденные частоты умножаем на общее количество животных в данной выборке ( $N=200$ ):

$$N \cdot p^2_{(AA)} + N \cdot 2pq_{(Aa)} + N \cdot q^2_{(aa)} = 200 \cdot 0,81 + 200 \cdot 2 \cdot 0,9 \cdot 0,1 + 200 \cdot 0,01 \\ = 162_{(AA)} + 36_{(Aa)} + 2_{(aa)} = 200.$$

Мы получили, что в стаде имеется 36 гетерозиготных носителей мутантного рецессивного аллеля врожденной слепоты. Они в дальнейшем могут быть источником появления слепых телят. Выявить гетерозиготных носителей можно, изучая родословные особей, от которых появились слепые телята.

**Задание:** Освоить методы расчёта частот генов и генотипов в

популяциях по вариантам.

1. У кур черное оперение неполно доминирует над белым. Гетерозиготные особи имеют голубое оперение. Из 2400 кур птицефермы 384 имели черное оперение, 1152 – голубое, остальные – белое.

- а) Определить процент кур с белым оперением.
- б) Какова частота гена, обуславливающего белое оперение?
- в) Какова частота гена, обуславливающего черное оперение?
- г) Какой процент кур в 4-ом поколении будет иметь голубое оперение?
- д) Какова будет частота гена, обуславливающего черное оперение в пятом поколении?

2. Церулоплазмин – белок сыворотки крови, участвующий в метаболизме меди. У крупного рогатого скота встречаются 2 варианта этого белка – церулоплазмин А и церулоплазмин В, которые контролируются аллелями  $Cp^A$  и  $Cp^B$ . Наследование их кодоминантное.

В идеальной популяции черно-пестрого скота установлено следующее распределение данных фенотипов: 432 особи имели церулоплазмин А, 237 – В и 644 – АВ.

- а) Какой процент в популяции было особей с генотипом  $Cp^A Cp^A$ ?
- б) Какой процент в популяции было особей с генотипом  $Cp^B Cp^B$ ?
- в) Какова частота гена  $Cp^A$ ?
- г) Какова частота гена  $Cp^B$ ?
- д) Какой процент особей с церулоплазмином АВ будет в шестом поколении?
- е) Какая частота гена  $Cp^B$  будет в пятом поколении в данной панмиксной популяции?

3. У кур генетическая система групп крови  $H$  состоит из двух кодоминантных аллелей  $H^1$  и  $H^2$ , обуславливающих наличие эритроцитарных антигенов  $H^1$  и  $H^2$ . В исследуемой линии кур у 145 особей был антиген  $H^1 H^1$ , у 140 – антиген  $H^2 H^2$  и у 150 особей – оба антигена ( $H^1 H^2$ ).

- а) Какой процент особей являются гомозиготами по аллелю  $H^2$ ?

б) Какой процент особей являются гомозиготами по аллелю  $H^1$ ?

в) Какова частота аллеля  $H^2$ ?

г) Какова частота аллеля  $H^1$ ?

д) Какой процент особей пятого поколения данной панмиксной популяции будет содержать антигены  $H^1H^2$ ?

4. Среди крупного рогатого скота обычно встречаются животные с гемоглобином типа А и гемоглобином типа В. Эти типы гемоглобина контролируются генами  $Hb^A$  и  $Hb^B$ . Наследование идет по типу кодоминирования. При исследовании стада животных джерсейской породы, размножающегося по типу панмиксии, установлено, что животных, имеющих гемоглобин типа АА, содержится 120, типа ВВ – 11 и типа АВ – 102.

а) Какой процент животных содержит гемоглобин типа ВВ?

б) Какова частота гена  $Hb^A$  в данной популяции?

в) Какова частота гена  $Hb^B$  в данной популяции?

г) Каков процент животных с гемоглобином типа АВ будет в третьем поколении при панмиксном размножении данной популяции?

д) Какова частота гена  $Hb^B$  будет в четвертом поколении данной популяции?

5. Имеется популяция, находящаяся в равновесии и состоящая из особей с доминантным и рецессивным признаками. Доминирование полное. Рecessивные особи в ней составляют 4%. Какую часть особей можно предполагать гетерозиготной?

6. Популяция состоит из 10% особей с генотипом «АА» и 90% с генотипом «аа». Покажите, что в условиях панмиксии в первом же поколении возникает равновесие генотипов «АА», «Аа» и «аа», подчиняющееся закону Харди-Вайнберга. Установите частоты (в долях единицы) этих трех генотипов в популяции после установления равновесия. Что произойдет с популяцией, подчиняющейся правилу Харди-Вайнберга, через 5 поколений, если исходное соотношение генотипов было: 3АА:1Аа:2аа?

7. В одной панмиктической популяции аллель «*a*» встречается с частотой 0,1, а в другой - 0,9. В какой популяции больше гетерозигот?

8. В большой панмиктической популяции доля особей *AA* составляет 0,09. Какая часть этой популяции должна быть гетерозиготной?

9. На одном из островов было отстреляно 10000 лисиц, из которых оказалось 9991 рыжая и 9 белых особей. Рыжий цвет доминирует над белым. Определите процентное соотношение рыжих гомозиготных, рыжих гетерозиготных и белых лисиц.

10. Если количество коричневых животных в стаде каракульских ягнят равно 1% и если популяция находится в равновесии, то каков будет процент гетерозигот среди черных?

11. У каракульских овец доминантный ген, обуславливающий серую окраску меха «ширази», в гомозиготном состоянии летален. Рецессивный аллель обуславливает черную окраску меха – «араби». При обследовании отары каракульских овец установлено, что 368 животных имеют черную, а 742 – серую окраску меха.

а) Какой процент животных в данной отаре был доминантными гомозиготами?

б) Какова частота доминантного гена?

в) Какова частота рецессивного гена?

г) Какой процент животных являются рецессивными гомозиготами?

д) Какова частота рецессивного гена в другой отаре каракульских овец, если в ней содержится 21% животных с черной окраской меха?

12. У собак нормальная длина ног является рецессивной по отношению к коротконогости. В популяции беспородных собак г. Владивостока было найдено 245 коротконогих животных и 24 с нормальными ногами.

а) Какой процент животных были рецессивными гомозиготами?

б) Какова частота рецессивного аллеля в данной популяции?

в) Какова частота доминантного аллеля в данной популяции?

г) Какой процент животных были рецессивными гомозиготами?

д) Какой процент в данной популяции составляли гетерозиготные животные?

14. У крупного рогатого скота наблюдается обусловленное рецессивным геном наследственное заболевание – контрактура мышц, при котором конечности только что родившегося теленка согнуты в суставах и лишены подвижности. На одной из ферм в Норвегии из 376 новорожденных телят за год было забито 9 телят в связи с контрактурой.

а) Какой процент данной панмиксной популяции составляют рецессивные гомозиготы?

б) Какова частота рецессивного аллеля в данной популяции?

в) Какова частота доминантного аллеля в данной популяции?

г) Какой процент в данной популяции составляют доминантные гомозиготы?



## **Занятие 4 Изучение генетической структуры популяций по качественным признакам с использованием методов генетико-статистического анализа**

Изучение генетической структуры популяций по качественным признакам с использованием методов генетико-статистического анализа.

**Цель:** ознакомить студентов с факторами, изменяющими генетическую структуру популяций (частоты генов и генотипов).

**Задание:** Освоить методы расчёта частот генов и генотипов в популяциях под воздействием факторов микроэволюции (отбора, миграций и мутаций).

**Задачи:** Решить задачи по определению генетической структуры популяций под воздействием факторов микроэволюции.

**Требования к организации рабочего места:** калькуляторы.

**Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента.
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдает преподавателю выполненное задание.

### **Задачи**

1) В племенном стаде численностью 200 голов зарегистрировано рождение 2-х слепых телят.

Определите количество гетерозиготных носителей данного признака в родительском стаде, если известно, что врожденная слепота наследуется по аутосомно-рецессивному типу.

**Решение:** Обозначим аллель нормального зрения через  $A$ , тогда аллель, определяющий врожденную слепоту –  $a$ . Значит, слепые телята имеют генотип  $aa$ . Таких телят двое, значит частота их генотипа в данной

популяции из 200 особей будет:  $q^2 = 2:200 = 0,01$ . Отсюда находим частоту аллеля  $a = q = \sqrt{q^2} = \sqrt{0,01} = 0,1$ .

Частота доминантного аллеля  $A = p = 1 - q = 1 - 0,1 = 0,9$ . Теперь, зная частоты обоих ( $p$  и  $q$ ) аллелей (0,1 и 0,9), по формуле Харди-Вайнберга находим частоту гетерозиготных носителей ( $Aa$ ) мутантного аллеля:

$$N \cdot p^2_{(AA)} + N \cdot 2pq_{(Aa)} + N \cdot q^2_{(aa)} = 200 \cdot 0,9^2 + 200 \cdot 2 \cdot 0,9 \cdot 0,1 + 200 \cdot 0,1^2 = 162_{(AA)} + 36_{(Aa)} + 2_{(aa)} = 200.$$

Мы получили, что в стаде имеется 36 гетерозиготных носителей мутантного рецессивного аллеля врожденной слепоты. Они в дальнейшем могут быть источником появления слепых телят. Выявить гетерозиготных носителей можно, изучая родословные особей, от которых появились слепые телята.

2) Имеется популяция, находящаяся в равновесии и состоящая из особей с доминантным и рецессивным признаками. Доминирование полное. Рецессивные особи в ней составляют 4%. Какую часть особей с доминантным геном можно предполагать гетерозиготной?

3) Популяция состоит из 10% особей с генотипом « $AA$ » и 90% с генотипом « $aa$ ». Покажите, что в условиях панмиксии в первом же поколении возникает равновесие генотипов « $AA$ », « $Aa$ » и « $aa$ », подчиняющееся закону Харди-Вайнберга. Установите частоты (в долях единицы) этих трех генотипов в популяции после установления равновесия.

4) Что произойдет с популяцией, подчиняющейся правилу Харди-Вайнберга, через 5 поколений, если исходное соотношение генотипов было: **3AA:1Aa:2aa**?

5) В одной панмиктической популяции аллель « $a$ » встречается с частотой 0,1, а в другой - 0,9. В какой популяции больше гетерозигот?

6) В большой панмиктической популяции доля особей  $AA$  составляет 0,09. Какая часть этой популяции должна быть гетерозиготной?

7) На одном из островов было отстреляно 10 000 лисиц, из которых оказалось 9 991 рыжая и 9 белых особей. Рыжий цвет доминирует над белым.

Определите процентное соотношение рыжих гомозиготных, рыжих гетерозиготных и белых лисиц.

8) Если количество коричневых животных в стаде каракульских ягнят равно 1% и если популяция находится в равновесии, то каков будет процент гетерозигот среди черных?

9) Изучая распространение безухости в популяции каракульских овец, Б.Н. Васин по гену безухости установил следующее соотношение генотипов:  $729AA:111Aa:4aa$ . Соответствует ли это соотношению теоретически ожидаемому, рассчитанному по формуле Харди-Вайнберга?

10) У собак нормальная длина ног является рецессивной по отношению к коротконогости. В популяции беспородных собак г. Владивостока было найдено 245 коротконогих животных и 24 с нормальными ногами.

- ✓ Какой процент животных были рецессивными гомозиготами?
- ✓ Какова частота рецессивного аллеля в данной популяции?
- ✓ Какова частота доминантного аллеля в данной популяции?
- ✓ Какой процент животных были рецессивными гомозиготами?
- ✓ Какой процент в данной популяции составляли гетерозиготные животные?

11) Как изменится равновесное распределение генотипов в популяции ( $AA=p^2=0,49$ ), ( $Aa=2pq=0,42$ ), ( $aa=q^2=0,09$ ) при установлении новой концентрации аллелей  $A=p=0,6$  и  $a=q=0,4$ ?

12) Допустим, что в популяции, подчиняющейся закону Харди-Вайнберга, только в одном поколении происходит мутирование и изменяется состав генофонда. Сколько должно пройти поколений, чтобы установилось новое генетическое равновесие?

13) У крупного рогатого скота наблюдается обусловленное рецессивным геном наследственное заболевание – контрактура мышц, при

котором конечности только что родившегося теленка согнуты в суставах и лишены подвижности. На одной из ферм в Норвегии из 376 новорожденных телят за год было забито 9 телят в связи с контрактурой.

✓ Какой процент данной панмиксной популяции составляют рецессивные гомозиготы?

✓ Какова частота рецессивного аллеля в данной популяции?

✓ Какова частота доминантного аллеля в данной популяции?

✓ Какой процент в данной популяции составляют доминантные гомозиготы?

✓ Какой процент животных являются носителями данного сублетального гена, а сами являются нормальными?

**14)** Церулоплазмин – белок сыворотки крови, участвующий в метаболизме меди. У крупного рогатого скота встречаются 2 варианта этого белка —церулоплазмин А и церулоплазмин В, которые контролируются аллелями  $Cp^A$  и  $Cp^B$ . Наследование их кодоминантное.

В идеальной популяции черно-пестрого скота установлено следующее распределение данных фенотипов: 432 особи имели церулоплазмин А, 237 – В и 644 –АВ.

✓ Какой процент в популяции было особей с генотипом  $Cp^A Cp^A$ ?

✓ Какова частота гена  $Cp^A$ ?

✓ Какова частота гена  $Cp^B$ ?

✓ Какой процент особей с церулоплазмином АВ будет в шестом поколении?

✓ Какая частота гена  $Cp^B$  будет в пятом поколении в данной панмиксной популяции?

**15)** У кур черное оперение неполно доминирует над белым. Гетерозиготные особи имеют голубое оперение. Из 2400 кур птицефермы 384 имели черное оперение, 1152 – голубое, остальные – белое.

✓ Определить процент кур с белым оперением.

✓ Какова частота гена, обуславливающего белое оперение?

- ✓ Какова частота гена, обуславливающего черное оперение?
- ✓ Какой процент кур в 4-ом поколении будет иметь голубое оперение?
- ✓ Какова будет частота гена, обуславливающего черное оперение в пятом поколении?

**16)** У кур генетическая система групп крови **H** состоит из двух кодоминантных аллелей **H<sup>1</sup>** и **H<sup>2</sup>**, обуславливающих наличие эритроцитарных антигенов **H1** и **H2**. В исследуемой линии кур у 145 особей был антиген **H1**, у 140 – антиген **H2** и у 150 особей – оба антигена.

- ✓ Какой процент особей содержит антиген **H2**?
- ✓ Какова частота аллеля **H<sup>2</sup>**?
- ✓ Какова частота аллеля **H<sup>1</sup>**?
- ✓ Какой процент особей пятого поколения данной панмиксной популяции будет содержать антигены **H<sup>1</sup>H<sup>2</sup>**?

**17)** Среди крупного рогатого скота обычно встречаются животные с гемоглобином типа А и гемоглобином типа В. Эти типы гемоглобина контролируются генами **Hb<sup>A</sup>** и **Hb<sup>B</sup>**. Наследование идет по типу кодоминирования. При исследовании стада животных джерсейской породы, размножающегося по типу панмиксии, установлено, что животных, имеющих гемоглобин типа А, содержится 120, типа В – 11 и типа АВ – 102.

- ✓ Какой процент животных содержит гемоглобин типа В?
- ✓ Какова частота гена **Hb<sup>A</sup>** в данной популяции?
- ✓ Какова частота гена **Hb<sup>B</sup>** в данной популяции?
- ✓ Каков процент животных с гемоглобином типа **AB** будет в третьем поколении при панмиксном размножении данной популяции?
- ✓ Какова частота гена **Hb<sup>B</sup>** будет в четвертом поколении данной популяции?

**18)** В стаде имеется следующее соотношение генотипов: 30% с доминантным признаком, 40% гетерозигот и 30% с рецессивным. Как будет меняться это соотношение в F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub> и F<sub>3</sub>, если осуществляется выбраковка всех рецессивов?. Всех доминантов? Если бракуется 50% всех рецессивов?

19) Для размножения в один сосуд было помещено 50 пар мух дрозофилы из линии с рецессивными коричневыми глазами и 10 пар из линии дикого типа (нормальных) с доминантными красными глазами. Какое соотношение фенотипов будет в  $F_4$  при панмиксии?

20) Определите структуру популяции в  $F_3$  при отборе, направленном против гетерозигот, если исходное соотношение генотипов в ней было:  $2AA:1Aa:3aa$ .

21) Две популяции имеют следующие генотипические частоты: одна - 0,44  $AA$ , 0,32  $Aa$  и 0,24  $aa$ ; вторая - 0,14  $AA$ , 0,53  $Aa$  и 0,33  $aa$ . Каким будет соотношение генотипов в следующем поколении при панмиксии? При отборе в пользу рецессивов?

22) В стаде пятнистых оленей было 1000 животных обоего пола с генотипом  $AA$  - 500 голов,  $Aa$  - 400 и  $aa$  - 100. В него ввели при расселении животных из ближайшего заповедника еще 500 голов со следующей структурой группы:  $AA$  - 100,  $Aa$  - 200 и  $aa$  - 200 животных.

Определить, как изменится частота доминантного аллеля в смешанной популяции через одно поколение панмиксного скрещивания всех оленей в отсутствие отбора по данному признаку?.

23) Допустим, что среди красных бестужевских коров появляются красно-пестрые телята. Тип окраски определяется одной парой генов ( $A$  - красная,  $a$  - пегость).

✓ Если на 10 000 отелов рождается один красно-пестрый теленок, то какова частота гена, определяющего эту окраску?

✓ Какова частота гетерозиготных генотипов, которые являются носителями этого гена?

✓ Какова частота гена красной масти у бестужевских коров?

24) У зеркального карпа отсутствие чешуек (голось) обусловлено доминантным геном  $N$ , который в гомозиготном состоянии ( $NN$ ) имеет летальное действие. Чешуйчатость (нормальное состояние) контролируется его рецессивным аллелем  $n$ .

При ловле рыбы в сеть попало 428 чешуйчатых и 32 голых карпа. Определите частоты генов чешуйчатости и голости всех возможных генотипов. Какова вероятность появления карпов с генотипом  $NN$  в следующем поколении?

**25)** Черно-пестрая масть у КРС является доминантным, красно-пестрая - рецессивным признаком. Обе контролируются аутосомными генами.

В стаде коров с черно-пестрой мастью получено 763 теленка, из которых 8 оказались красно-пестрыми. Обозначить признаки буквенными символами и провести популяционный анализ. Объясните появление телят с красно-пестрой мастью. Как Вы поступили бы с телятами с красно-пестрой мастью если бы Вы работали зоотехником этого хозяйства?

**26)** Контрактура мышц у КРС обусловлена аутосомным рецессивным геном  $c$ . У родившихся телят ноги согнуты в суставах и лишены подвижности. В одном стаде из 376 родившихся за год телят у 9 была контрактура.

- Определить частоту заболевания контрактурой мышц в стаде, определите частоты рецессивного гена  $c$ , вызывающего болезнь, и его аллеля  $C$ .

- Какова частота гетерозиготных телят  $Cc$ ?
- Какова вероятность появления больных телят в следующем поколении при свободном спаривании фенотипически здоровых животных?

**27)** Определите частоту гена  $a$  в следующем поколении при разных значениях коэффициента отбора (0,3; 0,5) и исходной частоты гена  $a$  (0,6; 0,9).

**28)** Сколько потребуется поколений, чтобы частота генотипа  $aa$  (0,04) уменьшилась в 4 раза, если коэффициент отбора равен единице?

## Занятие 5. Оценка генетического равновесия в популяции методом $\chi^2$

**Цель:** ознакомить студентов с методом оценки генетического равновесия в популяции.

### Ход работы

Важным моментом в популяционных задачах является выявление генного равновесия в популяции под воздействием факторов микроэволюции (отбор, ограничение свободы скрещиваний, миграции, мутации и изменение численности популяции).

Для выявления нарушения генного равновесия в популяции служит метод  $\chi^2$ , позволяющий сравнить фактически существующую генетическую структуру популяции, которую выявляют по числу животных с данным фенотипом, с теоретической структурой, определяемой на основании частот генов ( $p$  и  $q$ ) по формуле Харди-Вайнберга. Метод  $\chi^2$  (хи-квадрат), разработанный К. Пирсоном (1900), используют для проверки соответствия опытных данных теоретически предполагаемым данным. Этот метод также называют «критерием согласия» или «критерием расхождения распределений». Критерий хи-квадрат используется для проверки гипотез путем сравнения фактического распределения с теоретическим. Критерий  $\chi^2$  вычисляется по формуле:

$$\chi^2 = \sum \frac{(H - O)^2}{O},$$

где  $H$  - наблюдаемое (фактическое) значение числа особей в каждом классе,  $O$  - теоретически ожидаемое значение, а символ  $\sum$  означает суммирование по всем сериям экспериментов.

Полученное значение  $\chi^2$  следует сравнить с табличным, стандартным значением для соответствующего числа степеней свободы. Число степеней свободы при расчетах  $\chi^2$  равняется количеству классов минус единица. Популяция находится в равновесии, если фактическое значение  $\chi^2$  не достигает табличного для соответствующего уровня вероятности, т. е.  $\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{\text{табл}}$ .



Таблица Значения  $\chi^2$ , соответствующие различным уровням значимости и степеням свободы

Число степеней свободы	Уровень значимости		
	0,05(5%)	0,01(1%)	0,001(0,1%)
1	3,84	6,64	10,83
2	5,99	9,21	13,82
3	7,82	11,34	16,27
4	9,49	13,28	18,47
5	11,07	15,09	20,52
6	12,59	16,81	22,46
7	14,07	18,48	24,32
8	15,51	20,09	26,13
9	16,92	21,67	27,88
10	18,31	23,21	29,59

**Пример:** При обследовании 900 коров джерсейской породы выявлены различные типы гемоглобина. В стаде оказалось 388 особей с гемоглобином типа AA (Hb AA) , 410 – с гемоглобином АВ (Hb АВ) и 102 особи – с гемоглобином ВВ ((Hb ВВ).

Определить, находится ли данная популяция в состоянии равновесия по данному локусу, т.е. соответствует ли фактическое распределение генотипов ожидаемому, рассчитанному по формуле Харди-Вайнберга.

Решение. Рассчитаем частоты генов Hb<sup>A</sup> и Hb<sup>B</sup> по формулам, используемым в случае кодоминантного наследования.

$$p(\text{Hb}^A) = \frac{AA + 0,5AB}{N} = \frac{388 + (0,5 \times 410)}{900} = \frac{593}{900} = 0,66$$

$$q(\text{Hb}^B) = \frac{BB + 0,5AB}{N} = \frac{102 + (0,5 \times 410)}{900} = \frac{307}{900} = 0,34$$

Далее по формуле Харди-Вайнберга определим теоретические частоты распределения коров по генотипам гемоглобина.

Число гомозиготных генотипов Hb AA составит:

$$N \times p^2 = 900 \times 0,66^2 = 392 \text{ головы}$$

Число гетерозиготных генотипов Hb АВ составит:

$$N \times 2pq = 900 \times 2 \times 0,66 \times 0,34 = 404 \text{ головы}$$

Число гомозиготных генотипов Hb BB составит:

$$N \times q^2 = 900 \times 0,34^2 = 104 \text{ головы}$$

Для проверки правильности расчётов суммируем полученные результаты:  $392+404+104=900$ . Наблюдаемые и теоретически ожидаемые числа животных разных фенотипов (генотипов) сравним с помощью критерия  $\chi^2$ :

Фенотипические классы	Наблюдаемое кол-во (H)	Ожидаемое кол-во (O)	$H-O$	$\frac{(H-O)^2}{O}$
AA	388	392	-4	0,04
AB	410	404	6	0,09
BB	102	104	-2	0,03
$\Sigma$	900	900	0	$\chi^2=0,16$

$\chi^2$  вычисленное равняется 0,16. Сравниваем его с табличным значением при 2 степенях свободы ( $v=3-1=2$ ). Табличное значение  $\chi^2$  при 5% уровне значимости равно 6, т.е.  $\chi^2_{\text{выч.}} < \chi^2_{\text{табл.}}$ . Следовательно, между числом теоретически ожидаемых и фактически наблюдаемых фенотипов достоверных различий не обнаружено, что указывает на генное равновесие в данной популяции скота по локусу гемоглобина.

### Задачи:

1. При обследовании 434 свиней выявлены различные типы трансферрина: 60 особей с трансферрином AA, 94 – с трансферрином BB и 280 – с трансферрином AB. Определить, находится ли данная популяция в состоянии равновесия по данному локусу.

2. В стаде обследовали животных бестужевской породы на наличие типов гемоглобина. Из 874 обследованных голов с гемоглобином гомозиготного типа AA было 757 животных, с гетерозиготным AB – 114 и с гомозиготным BB – 3 головы.

а) Определить частоту аллелей A и B, а также структуру популяции по генотипам.

б) Находится ли обследованная популяция крупного рогатого скота в генетическом равновесии по аллелям, определяющим типы гемоглобина?

3. У северного оленя ген эстеразы, контролирующей одну из форм карбоксилэстераз, представлен двумя аллелями: А и В. В выборке из панмиктической популяции Малоземельской тундры особи трех генотипических классов распределились следующим образом: 27 АА; 182 АВ и 250 ВВ ( П.Н. Шубин, 1988). Соответствует ли это распределение теоретически ожидаемому по формуле Харди-Вайнберга?

4. У наземной улитки *Cerpeoa nemoralis* различия в окраске раковин контролируются множественными аллелями гена С. Особи генотипа  $C^B C^B$ ,  $C^B C^P$  и  $C^B C^Y$  имеют коричневую окраску; особи генотипа  $C^P C^P$  и  $C^P C^Y$  - генотипа  $C^Y C^Y$ - желтую. В природных популяциях соотношение фенотипических классов особей проявляется по-разному и зависит от преобладающего фона - субстрата:

Популяция	число улиток с окраской		
	коричневой	розовой	желтой
широколиственного леса	83	1018	407
неокультуренного луга	4	212	755

Найдите в обеих популяциях ожидаемые частоты всех шести генотипических классов. Отличаются ли эмпирические частоты всех шести генотипических классов? Отличаются ли эмпирические распределения от теоретически ожидаемых?

### Контрольные вопросы

1. Что такое популяция?
2. Основные свойства панмиктической популяции. Какова генетическая характеристика популяции?
3. Как определить частоту генов в популяции?
4. Сформулируйте закон Харди-Вайнберга.

5. В каком случае популяция не эволюционирует? Какие факторы эволюции вызывают генетические преобразования популяции?
6. Каковы причины нарушения генного равновесия в популяции?
7. Каковы возможные частоты мутирования генов?
8. Как определить изменение частоты аллелей в популяции в первом, втором и  $n$ -ном поколениях в случае однонаправленного мутирования?
9. Если из поколения в поколение уменьшается частота аллеля  $A$ , что будет происходить с частотой аллеля  $a$ ?
10. Почему в популяции вновь появляются рецессивные гомозиготы, выбраковываемые отбором?
11. Какова роль миграций в эволюционных преобразованиях популяции?
12. Что такое генетико-автоматические процессы в популяции (дрейф генов) и кем они впервые были изучены? Какова роль генетико-автоматических процессов в эволюции?
13. Почему при генетико-автоматических процессах увеличение частоты одного аллеля за счет уменьшения частоты другого аллеля носит случайный характер и подчиняется статистическим закономерностям?

## **ОСНОВЫ БИОМЕТРИИ**

### **Занятие 6 Использование селекционно-генетических методов в животноводстве (Вариационный ряд и методы его построения).**

**1.1 Цель занятия.** Научить студентов строить вариационный ряд и использовать принципы его построения и изображения для вычисления определенных биометрических параметров. Получить практический навык при использовании селекционно-генетических показателей, изучить принципы работы с основными биометрическими параметрами.

**1.2 Материалы и оборудование.** Рабочая тетрадь, вычислительная техника, индивидуальное задание.

**1.3 Содержание занятия.** Основным свойством совокупности является разнообразие входящих в нее особей. Значение закономерностей, по которым формируется разнообразие признака в группе, имеет большое значение для селекции животных.

По мере увеличения численности животных в группах еще рельефнее выступает закономерность, которая в малочисленных группах была скрыта случайной формой своего проявления.

Характеристику или сравнение двух варьирующих групп можно дать только после определенной математической обработки вариантов. Эта обработка производится методами, разработанными особой наукой - биометрией.

Биометрическая обработка является математическим методом обработки массовых данных, полученных в результате проведения зоотехнического производственного учета или при осуществлении специально поставленных биологических опытов.

Применение биометрического метода при анализе и обобщении производственных и опытных данных дает более высокий уровень изучения

вопроса и помогает решать ряд вопросов в различных областях животноводства и биологии.

Биометрическая обработка может быть использована для характеристики различных показателей по опытной группе животных или по группе животных, представляющих породу, стадо, линию и т. п.

В результате такой обработки массовых показателей или данных, полученных на небольшом числе подопытных животных, вычисляются различные биометрические коэффициенты, которые позволяют судить об особенностях того или иного показателя у данной группы животных.

Для лучшего усвоения материала необходимо относительно различать некоторые понятия:

**варьирование** - изменчивость изучаемого признака (различный уровень удоя, % жира, живого веса и т.д.);

**варианта** - отдельные изучаемые варьирующие признаки и особи (V) (удой, % жира, коровы, овцы и т.п.);

**статистическая совокупность** - некоторое множество однородных предметов или объектов, объединяемых по тому или иному признаку для совместного изучения;

**генеральная совокупность** - ею может быть группа животных, составляющая вид, породу или другую какую-либо популяцию (ею, например, может быть кровь конкретного животного, в отношении которой изучается какой-либо показатель, например гемоглобин, количество лейкоцитов и т.д.):

**выборочная совокупность (выборка)** - чтобы избежать громоздкой работы с генеральной совокупностью, изучают только часть членов генеральной совокупности, которые отбирают из нее по принципу случайности.

Выборочная совокупность может быть малой (до 30 вариантов) и большой (более 30 вариантов)

Выборочная совокупность должна правильно характеризовать генеральную совокупность, т.е. она должна быть репрезентативной (представительной). Это достигается принципом случайного отбора членов генеральной совокупности в выборку.

### **Основные биометрические параметры**

V - варианта - значение признака у отдельного животного;

n- объем выборки - число животных в выборочной совокупности (общее число вариантов в статистической совокупности);

M - средняя арифметическая выборки.

Со стороны некоторых специалистов животноводства существует, не совсем правильное отношение к применению математических методов обработки материала. Некоторых "отпугивает" существующая на первый взгляд сложность этих приемов и формул, а некоторые не хотят использовать полезность этих методов в изучении зоотехнических вопросов.

Биометрический метод, выявляя средний уровень того или иного признака, его изменчивость, связь между признаками, не вскрывает причину, т.е. не отвечает на вопрос "почему" данный признак имеет такой уровень или данную степень изменчивости, или связь с другими признаками. Этот ответ могут дать только биологические, т.е. биометрические методы изучения явления.

Таким образом, в современных исследованиях биологического характера должно получить правильное использование математических и биологических методов, что значительно расширит понимание изучаемого вопроса.

### **Материалы, подвергающиеся биометрической обработке и принципы правильного составления выборок**

Исходными показателями для биометрической обработки служат данные, взятые из первичного производственно-ветеринарного

(зоотехнического) учета или полученные в результате эксперимента. Ими могут быть показатели продуктивности животных, промеров статей экстерьера, физиологические и биохимические признаки, полученные на группе животных определенной численности

Для удобства обработки данных выборочной совокупности их приводят в упорядоченный вид путем составления вариационного ряда.

1. **Вариационный ряд** - это двойной ряд чисел один, из которых обозначает класс варьирующего признака, а второй - частоты вариант в том или ином классе.

Вариационные ряды могут быть составлены для качественных и для количественных признаков.

Правильный отбор признаков животных в выборочную совокупность имеет большое значение в биометрическом анализе.

Если в опытную группу будут включены, например, только высокопродуктивные (или малопродуктивные) животные, то такая выборка не будет правильно отражать свойства средних генеральной совокупности, состоящей из животных с самым разнообразным уровнем продуктивности.

Для того чтобы выборка правильно отражала свойство объектов, составляющих генеральную совокупность, она должна быть достаточна по численности.

Чем выше изменчивость признака, который подлежит обработке биометрическим методом, тем больше должна быть численность выборки.

Таким образом, биометрический метод позволяет изучить генеральную совокупность по варьирующим признакам на основании случайной выборки, составленной из меньшего числа вариантов.

Порядок построения вариационного ряда и его использование разберем на следующем примере.

### **Задача.**

При изучении генеральной совокупности коров по суточному удою составлена следующая выборка, численностью 50 голов.



28,5	21,4	27,7	17,0	12,3	21,9	14,1	26,9	23,8	21,3
15,7	24,8	19,3	20,1	27,8	22,4	24,6	20,5	19,7	24,5
29,6	22,1	18,1	23,9	15,5	20,9	20,1	16,5	20,9	24,2
17,8	31,2	17,2	20,7	25,3	13,9	17,3	23,0	21,2	19,9
21,4	16,7	25,4	25,0	24,8	20,7	22,9	20,4	20,7	22,7

n=50 голов

При составлении вариационных рядов следует иметь ввиду, с каким типом признака приходится иметь дело.

Признаки, которые могут принимать только целое число, называются прерывистыми (например, число голов, число эритроцитов, число яиц и т.д.).

Признаки, которые могут быть выражены любым дробным числом (рост в сантиметрах, вес в килограммах, жирномолочность в % и т.д.) называются непрерывными. Эти различия признаков имеют значение при составлении и обработке вариационных рядов.

Для составления вариационного ряда необходимо:

1. Найти среди всего количества вариантов самое наименьшее значение ( $V_{min}$ ).
2. Найти среди всего количества вариантов самую большую варианту ( $V_{max}$ ).
3. Рассчитать  $lim$  (размах) по формуле  $lim = V_{max} - V_{min}$ .
4. Рассчитать  $i$  -классовый промежуток по формуле  $i = lim/k$ , который может округляться до удобного для работы значения.
5.  $k$  - число классов рассчитывается по формуле  $k = 1 + 3,32 \lg n$ .

С целью упрощения: работы рекомендуется иметь следующее число классов при разном объеме выборки:

n	Число классов
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	9-12
200-500	12-17

6. Минимальная варианта может округляться до ближайшей, меньшей удобной для работы величины.

7. Сгруппировать варианты в классы.

В нашей задаче:

1.  $V_{\min} = 12,3 \approx 12$  кг

2.  $V_{\max} = 31,2$  кг

3.  $\text{lim} = 31,2 - 12,3 = 18,9$  кг

4.  $i = 18,9/10 = 1,89 \approx 2$  кг

Готовим таблицу распределения

Таблица 1

№	Границы классов	$V_{\text{ср.}}$	P	a	$P \times a$	$P \times a^2$
1	12-13,9	13	2	-4	-8	32
2	14-15,9	15	3	-3	-9	27
3	16-17,9	17	6	-2	-12	24
4	18-19,9	19	4	-1	-4	4
5	20-21,9	21	14	0	0	0
6	22-23,9	23	7	1	7	7
7	24-25,9	25	8	2	16	32
8	26-27,9	27	3	3	9	27
9	28-29,9	29	2	4	8	32
10	30-31,9	31	1	5	5	25
—	—	—	$\Sigma P = n = 50$	—	$\Sigma Pa = 12$	$\Sigma Pa^2 = 210$

Границы классов устанавливаются следующим образом. Округленная  $V_{\min}$  - выписывается как нижняя граница первого класса. Затем к ней прибавляется  $i$  - классовый промежуток.

Верхняя граница классов записывается как  $V_{\min} + i - 0,1$  (0,01 и т.д.)

Например:  $12 + 2 - 0,1 = 13,9$

Следующая колонка  $V$  средняя - среднее значение классов, находится как  $(12+14):2=13$  или  $12+1/2 \times 2=13$ .

Разноску вариант по классам проводят, используя десятизначную систему отметок - построение конверта.

## Типы вариационных рядов и их графическое построение

Вариационные ряды подразделяются на эмпирические и теоретические.

Эмпирическими рядами будут такие, которые составлены на основании конкретных данных, полученных из выборочной совокупности.

Теоретические вариационные ряды отражают закономерности распределения членов совокупности по классам варьирующего признака при бесконечно большом числе наблюдений. Теоретический вариационный ряд служит пределом, к которому стремится эмпирический ряд при увеличении объема выборки до бесконечности.

В теоретических рядах встречаемость членов совокупности отклоняющихся на определенную величину от средней арифметической ряда выражается вероятностью ( $P$ ), а не частотой или частностью, которые применимы к эмпирическим рядам. При увеличении числа наблюдений частность стремиться к вероятности. Следовательно, вероятность служит мерой возможности появления объектов с данным отклонением от средней арифметической или мерой возможности появления какого-либо события.

Вероятность представляет собой дробь, величина которой находится от 0 до 1. Если какое-либо событие имеет вероятность равную нулю, то осуществление этого события не произойдет. Если вероятность события равна 1, то это событие с необходимостью будет осуществлено.

Если вероятность какого-либо события больше 0,5, то говорят, что осуществление его более вероятно, чем неосуществление.

При вероятности события меньше 0,5, его называют маловероятным. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна 1.

Например, если на 1000 телят рождается 550 телочек, то вероятность рождения телят женского пола составит  $P = 550/1000 = 0,55$ , а вероятность противоположного события, т. е. рождение особей мужского пола будет составлять  $Q = 1 - P = 1 - 0,55 = 0,45$ , отсюда сумма вероятностей 2-х противоположных событий равна 1. Рассматривая вариационные ряды, можно заметить, что они различаются между собой по характеру

распределения частотой, причем каждый из типов распределения характеризуется своей закономерностью в распределении частот вероятностью вариантов, отклоняющихся от средней арифметической на разную величину.

Вариационные ряды любого типа могут быть изображены графически. Существуют следующие типы вариационных рядов и соответственно типы возможных кривых: нормальные, биномиальные, ассиметричные, эксцессивные, пуассоновы, плосковершинные, 2-х вершинные, трансгрессивные.

Рассмотрим построение гистограммы и вариационной кривой.

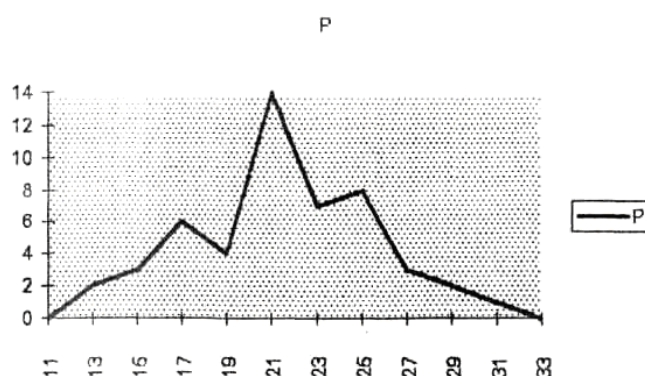
**Гистограмма** - это вариационный ряд представленный в виде диаграммы (ступенчатой кривой), в которой различная величина частот изображается различной высотой столбиков. При построении по оси X - откладываются границы классов, а по оси Y - число животных. Каждому классу соответствует столбик высотой соответствующей числу животных.



Помимо гистограммы вычерчивают и линейную (вариационную) кривую. Из середины каждого класса восстанавливают перпендикуляр высотой соответствующей числу животных в классе. Вершины перпендикуляров затем соединяют прямыми линиями. Начинать строить и заканчивать вариационную кривую необходимо с середины и на середине несуществующих классов.

Вариационная кривая может быть ломанной, вершина ее может быть сдвинута влево или вправо, она может быть двухвершинной. Двухвершинность указывает на разнородность исследуемых объектов.

В случае, если выборка большая, т.е. практически численность особей в ней приближается к генеральной совокупности, вариационная кривая будет иметь вид правильной, симметричной одновершинной кривой, называемой биномиальной.



#### 1.4 Контрольные вопросы

1. Чем занимается наука биометрия?
2. Назовите основные понятия и биометрические параметры и дайте им пояснение.
3. Что такое вариационный ряд, принципы его построения?
4. Назовите типы вариационных рядов, их графическое изображение.

#### 1.5 Задание

1.5.1 Используя индивидуальное задание, постройте вариационный ряд в виде двойного ряда чисел, вариационный кривой и гистограммы.

**Вариант 1** У 60-валахкских овец была измерена длина правого уха (в см)::

12	10	14	14	13	12	12	12	15	13
11	12	12	14	12	11	13	12	13	14
11	13	14	12	13	12	12	14	12	14
13	13	12	13	12	13	12	11	11	12
13	14	12	14	13	14	13	12	14	15
10	11	10	11	15	11	16	11	11	11

**Вариант 2** Ширина ушной раковины в стаде овец следующая ( в см):

5,8	6,2	6,3	6,1	6,1	5,7
6,5	6,0	6,1	5,8	6,3	6,2
6,2	5,4	5,9	6,0	5,7	5,9
6,1	6,3	6,2	6,5	6,2	6,7
6,2	5,7	6,1	5,7	5,9	6,0
5,7	5,9	6,1	5,9	6,0	6,1

**Вариант 3** Количество яиц, отложенных волнистыми попугайчиками, в зоопарке следующее:

4	5	4	5	5	4	5	4	3	5
6	4	4	4	5	5	3	5	5	4
6	2	3	4	5	5	5	5	5	5
5	6	4	6	2	5	5	3	5	5
6	4	5	5	5	5	5	5	5	5
4	6	7	6	3	5	5	6	5	5
4	2	4	4	6	2	6	5	4	5
5	5	4	5	4	6	5	4	7	5
6	6	4	4	4	6	5	4	3	5
5	5	5	5	4	3	7	6	4	4

**Вариант 4** Живая масса телят в конце научно-производственного опыта:

58	57	64	61	56	65	63	58	63
60	59	61	54	58	66	67	63	63
61	60	58	57	65	61	60	68	64
63	56	59	64	61	64	57	60	63
58	52	60	59	57	61	54	58	64
62	59	60	63	60	60	64	59	63
63	59	62	63	61	65	61	64	57
59	54	64	63	57	59	59	58	63
62	63	62	62	60	62	57	56	60
63	57	63	61	59	61	59	60	59

**Вариант 5** Число лучей в хвостовых плавниках камбалы:

53	51	52	55	56	49	51	52	53	56
54	53	52	53	51	55	53	55	53	54
51	51	56	54	54	53	54	54	55	53
52	55	53	53	56	53	52	56	52	52
56	55	50	54	49	54	54	55	54	55
52	51	55	52	55	54	51	54	53	54
54	56	54	55	53	53	56	55	54	53
55	52	53	52	51	55	53	54	51	50
53	54	55	52	55	52	53	50	53	52
58	57	57	58	56	57	56	58	57	57

**Вариант 6** При взвешивании новорожденных телят холмогорской породы были получены данные:

27	28	36	32	27	32	31	26
32	33	34	26	35	23	27	35
28	35	30	36	37	35	31	31
35	36	35	28	34	32	33	27
36	32	36	33	24	28	26	25
32	34	28	26	35	36	32	35

34	26	30	36	34	30	39	33
32	32	34	26	32	28	28	26
39	33	37	38	33	37	31	37
43	30	45	37	32	35	40	30

**Вариант 7** Длина тела у плотвы, отловленных в верховьях р. Орлик была следующей (в мм)

143	157	148	153	150	142	164	139	139	140
143	120	144	130	138	124	127	137	139	129
128	119	120	138	130	114	126	138	117	132
130	145	140	153	137	142	145	137	141	125
143	138	140	135	135	139	125	137	131	120
127	118	120	124	134	111	132	133	100	132
143	134	138	130	135	133	134	151	107	110

**Вариант 8** Живая масса телят холмогорских помесей при рождении:

27	32	32	31	32	28	37	35	26	28
32	39	34	30	37	26	27	40	35	37
28	43	26	35	45	26	35	32	32	35
35	28	32	36	32	36	37	33	28	31
36	33	33	28	23	26	34	32	36	27
32	39	36	38	24	32	30	31	35	33

**Вариант 9** Масса тела студентов-ветеринаров 1 курса:

50	75	75	85	78	85	80	77	83	85
88	94	95	86	80	73	78	90	95	90
80	75	83	70	78	83	75	78	86	81
62	77	75	73	80	80	74	73	82	72
80	90	80	78	60	65	75	72	64	67
74	80	68	75	76	65	70	78	75	83
85	70	88	73	56	75	70	73	68	66
65	68	75	78	63	68	68	70	60	56

**Вариант 10** Данные об удоях коров за 300 дней лактации (в кг)

3586	2761	2825	3807	3858
3453	2635	3752	2666	3331
3165	2361	4055	2440	2763
2148	2144	2856	2293	3246
2358	2769	2849	3420	2833
2580	3468	2035	3027	3177
3115	2334	3339	2033	1850
3847	2934	3676	4155	3306
3465	2540	4288	3685	4708
4052	3380	3154	4571	1426

## **Занятие 7 Основные биометрические параметры, характеризующие выборку ( $\lim$ , $M$ , $\sigma$ , $C_v$ ), способы их вычисления и определение достоверности.**

**Цель занятия:** освоение методов вычисления основных биометрических показателей в малой выборке и приобретение навыка по использованию этих показателей в селекционной работе.

**Задание:** Рассчитать основные биометрические показатели ( $M \pm m$ ,  $\sigma$ ,  $C_v$ ) по заданному экспериментальному материалу. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

### **Требования к организации рабочего места:**

1. Занятие проводится в компьютерном классе.
2. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы Microsoft Excel.

### **Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

### **Ход работы**

Первая задача, которую решает биометрия – задача уплотнения информации, т.е. нахождение показателей (параметров), которые в обобщенной форме характеризовали бы основные свойства изучаемой совокупности. В биометрии разработан целый ряд параметров, характеризующих совокупность: ее объем ( $N$ ), общий уровень развития признака – средняя величина ( $M$ ), и степень разнообразия признака (лимиты –  $\lim$ , среднее квадратическое отклонение –  $\sigma$ , коэффициент вариации –  $C_v$ ).

1. Один из главных параметров совокупности (выборки) – это ее объем (численность) – т.е. количество объектов, входящих в изучаемую совокупность. Характеризуется числом наблюдений ( $N$  или  $n$ ).



Различают малую ( $N < 30$ ) и большую ( $N > 30$ ) выборки. Различия между ними сказываются в приемах (технике) расчетов основных биометрических параметров, хотя наличие современных компьютеров фактически ликвидировало эту разницу.

2. Второе свойство выборки – это общий уровень развития исследуемого признака у составляющих ее объектов. Параметром, характеризующим это свойство, является средняя **арифметическая величина (M)**, которая вычисляется путем деления суммы всех значений признака на объем совокупности по формуле:  $M = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_N}{N} = \frac{\sum V}{N}$ , где

M- средняя арифметическая величина

V- вариант, или дата (измеренное значение признака в выборке);

N- объем выборки

Например, определим среднюю арифметическую величину признака «живая масса» поросят ( $n=10$ , см. табл. 1). Для этого суммируем все варианты и разделим полученную сумму на общее количество животных в выборке:

$$M = \frac{1,2 + 1,5 + 1,1 + 1,3 + 1,4 + 1,3 + 1,4 + 1,4 + 1,3 + 1,6}{10} = \frac{13,5}{10} = 1,35 \text{ кг}$$

Оценка степени разнообразия животных в изучаемых группах – важнейший элемент селекционной работы. Показателями разнообразия признака в совокупности служат: **лимиты (lim)**, **среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ -сигма)** и **коэффициент вариации ( $C_v$ )**.

**Лимиты** характеризуют минимальное и максимальное значение изучаемого признака в выборке и указывают на амплитуду вариации.

Однако эти показатели недостаточны, так как животные с такими показателями могут быть нехарактерны для данного стада. Кроме того, лимиты не отражают индивидуальных различий внутри выборки. Например, при одинаковой средней величине животных двух групп по живой массе  $M_1 = 526$  кг,  $M_2 = 526$  кг лимиты составляли в первой группе 450 – 550, во второй – 420 – 600. Размах колебаний в первой группе был 100 кг, во второй

– 180 кг. Таким образом, при одной и той же средней величине группы неоднородны.

. Наилучшим показателем разнообразия признака является **среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  (сигма)**, которое учитывает отклонение каждой варианты от средней арифметической.

При небольшом числе вариант ( $n < 30$ ) среднее квадратическое отклонение вычисляется по формуле:  $\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum(V - M)^2}{n - 1}}$

Например, вычислим среднее квадратическое отклонение по данным о живой массе при рождении 10 поросят из помета одной свиноматки. Для этого строим расчетную таблицу, состоящую из трех колонок. Первая колонка – номер по порядку, вторая – абсолютное значение каждого варианта и третья – квадрат каждого варианта. Количество строчек соответствует количеству вариантов в выборке плюс суммарная строка (табл. 1).

Таблица 1 Вычисление среднего квадратического отклонения

№п/п	Живая масса поросят, кг (V)	Отклонения (V-M)	Квадраты отклонений (V-M) <sup>2</sup>
1	1,2	–0,15	0,0225
2	1,5	+0,15	0,0225
3	1,1	–0,25	0,0625
4	1,3	–0,05	0,0025
5	1,4	+0,05	0,0025
6	1,3	–0,05	0,0025
7	1,4	+0,05	0,0025
8	1,4	+0,05	0,0025
9	1,3	–0,05	0,0025
10	1,6	+0,25	0,0625
N=10	$\sum V=13,5$ ; M=1,35	$\sum(V-M)=0$	$\sum(V-M)^2=0,1850$

В первую графу вписывают варианты (живая масса поросят при рождении). Суммировав их и разделив на число вариант, получают среднюю массу поросенка (M).

Затем вычитают M из каждой варианты и разности (отклонения от средней) и вписывают во вторую графу. Для проверки правильности

вычислений суммируют все разности  $(V-M)$ , их сумма должна быть равна нулю.

Далее каждое отклонение возводят в квадрат и вписывают квадраты отклонений  $(V-M)^2$  в третью графу. Квадраты отклонений всегда положительны. Суммируя все числа третьей графы, получают сумму квадратов отклонений  $\sum(V-M)^2$ , которую вписывают в итог третьей графы. Среднее квадратическое отклонение вычисляют по формуле

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum(V-M)^2}{n-1}}$$

$$\text{В нашем примере } \sigma = \pm \sqrt{\frac{0,185}{9}} = \pm 0,14 \text{ кг}$$

Выражение в знаменателе  $n-1$  называется числом степеней свободы ( $\nu$  - греч. буква «ню»), которое указывает на то, что один из объектов изучаемой совокупности представлен средней арифметической величиной. Полученная величина  $\sigma = \pm 0,14$  кг указывает, что в среднем отклонения вариант данного признака от средней арифметической составляют 0,14 кг. Сигма является величиной именованной, т.е. измеряется в единицах измерения признака. При изучении суточных удоев она выражается в килограммах, при изучении жирности молока – в процентах, при изучении промеров – в сантиметрах и является показателем признака для группы с определенной средней арифметической величиной.

### **Вычисление коэффициента вариации ( $C_v$ ).**

При изучении разнообразия признаков, выраженных в различных единицах измерения (см, кг, % и др.), и при больших различиях средних арифметических величин сравниваемых групп сигма не может быть использована. В таких случаях используют другой показатель – коэффициент вариации ( $C_v$ ), вычисляемый по формуле:  $C_v = \frac{\sigma}{M} \times 100\%$ .

$$\text{В нашем примере } C_v = \frac{0,14}{1,35} \times 100\% = 10,4\%$$

Например, если требуется сравнить разнообразие различных признаков в выборке по следующим показателям:

Показатель	М	σ
Живая масса коров, кг	500	46
Суточный удой, кг	12	3
Высота в холке, см	130	8,5

Вычислив по формуле коэффициенты вариации, получаем:

$$C_v(1) = \frac{46}{500} \times 100\% = 9,2\%; \quad C_v(2) = \frac{3}{12} \times 100\% = 25,0\%; \quad C_v(3) = \frac{8,5}{130} \times 100\% = 6,5\%$$

При сравнении коэффициентов вариации видно, что наибольшее разнообразие наблюдается по удою, наименьшее – по высоте в холке.

### ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ВЫБОРОЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Характеристика генеральной совокупности на основе выборки, составленной по принципу случайности, будет всегда неточной. Ошибки, возникающие при характеристике генеральной совокупности при помощи биометрических показателей выборки, называют **ошибками репрезентативности**. Ошибки репрезентативности показывают степень соответствия выборочных параметров параметрам генеральной совокупности. Чем меньше цифровые значения ошибки, тем точнее вычисленный параметр и тем ближе его значение к значению соответствующего параметра генеральной совокупности. Данные ошибки используются для установления доверительных границ в генеральной совокупности, достоверности выборочных показателей и разности, установления объема выборок при научно-исследовательских работах.

Доверительными границами называют крайние значения, в пределах которых может находиться параметр генеральной совокупности.

Для оценки параметров генеральной совокупности, кроме выборочного показателя, необходимо иметь: критерий надежности ( $t$ )—показатель вероятности безошибочного прогноза; величину ошибки ( $m$ )—показатель точности оценки генерального параметра.

Ошибку выборочной средней арифметической ( $M$ ) вычисляют по формуле:

$$m_M = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}, \text{ где } m_M - \text{ошибка средней арифметической } (M); \sigma - \text{среднее}$$

квадратическое отклонение;  $n$  – объем выборки.

Согласно этой формуле, ошибка средней арифметической величины зависит от  $\sigma$  и  $n$  (чем меньше разнообразие признака, тем меньше ошибка). При полной однородности совокупности по изучаемому признаку ( $\sigma=0$ ) средняя ошибка становится равной нулю, т. Е.  $M$  выборки становится равной  $M$  генеральной совокупности. Величина средней ошибки находится в обратной зависимости от  $n$ . Чем больше вариант вошло в выборку, тем меньше ошибка выборочной  $M$ .

В нашем примере найдем ошибку средней арифметической величины

$$m_M = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \pm \frac{0,14}{3} = 0,046 \text{ кг}$$

Следовательно, средняя живая масса изученной выборки характеризуется  $M \pm m = 1,35 \pm 0,046$ .

Формула для вычисления ошибки среднего квадратичного отклонения:  $m_\sigma = \pm$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \pm \frac{0,14}{4,47} = \pm 0,031; \quad \text{коэффициента вариации: } m_{C_v} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{2n}} = \pm \frac{10,4}{4,47} = \pm 2,33$$

Величину выборочного показателя записывают с величиной его ошибки со знаком « $\pm$ »:  $M \pm m_M$ ;  $\sigma \pm m_\sigma$ ;  $C_v \pm m_{C_v}$ ;  $r \pm m_r$  и т. Д. Достоверность выборочных показателей ( $\pm t$ ) определяется отношением выборочного показателя к его средней ошибке по формулам:  $t_M = \frac{M}{m_M}$ ;  $t_\sigma = \frac{\sigma}{m_\sigma}$ ;  $t_{C_v} = \frac{C_v}{m_{C_v}}$ . Величина  $t$  называется критерием надежности выводов или показателем вероятности безошибочных прогнозов.

$$\text{Для нашей выборки } t_M = \frac{1,35}{0,046} = 29,3; \quad t_\sigma = \frac{0,14}{0,031} = 4,51; \quad t_{C_v} = \frac{10,4}{2,33} = 4,46$$

Для малых выборок стандартные значения (показатель надежности) определяются по таблице Стьюдента для числа требуемого числа степеней

свободы ( $n-1$ ). Для этого вычисленный показатель  $t$  сравнивают со стандартным значением ( $t$  табл.) из таблицы Стьюдента для соответствующего числа степеней свободы. Если  $t_{\text{выч.}} > t_{\text{табл.}}$ , то выборочный параметр достоверен и можно указать доверительные границы генерального параметра.

Если  $t_{\text{выч.}} < t_{\text{табл.}}$ , то выборочный параметр недостоверен, что не позволяет судить о значении параметра генеральной совокупности.

Таблица 2 Стандартные значения критерия Стьюдента ( $t$ ) при трёх уровнях вероятности

Число степеней свободы ( $\nu$ )	Уровень вероятности			Число степеней свободы ( $\nu$ )	Уровень вероятности		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
1	12,71	63,66	637,0	16	2,12	2,92	4,02
2	4,30	9,93	31,60	17	2,11	2,90	3,97
3	3,18	5,84	12,94	18	2,10	2,88	3,92
4	2,78	4,60	8,61	19	2,09	2,86	3,88
5	2,57	4,03	6,86	20	2,09	2,85	3,85
6	2,45	3,71	5,96	21	2,08	2,83	3,82
7	2,37	3,50	5,41	22	2,07	2,82	3,79
8	2,31	3,36	5,04	23	2,07	2,81	3,77
9	2,26	3,35	4,78	24	2,06	2,80	3,75
10	2,23	3,17	4,59	25	2,06	2,79	3,73
11	2,20	3,11	4,44	26	2,06	2,78	3,71
12	2,18	3,06	4,32	27	2,05	2,77	3,69
13	2,16	3,01	4,22	28	2,05	2,76	3,67
14	2,15	2,98	4,14	29	2,05	2,76	3,66
15	2,13	2,95	4,07	30	2,04	2,75	3,65
				( $>30$ ) или $\infty$	<b>1,96</b>	<b>2,58</b>	<b>3,29</b>

### Задания для самостоятельной работы:

По предложенным данным вычислить основные биометрические показатели выборки, рассчитать ошибки, определить достоверность и сделать соответствующие выводы.

**Вариант 1.** Живая масса (кг) овец:

70 71 72 74 75 70 80 85 75 80

**Вариант 2.** Настриг шерсти (кг) у овец

4,0 4,5 5,0 5,5 6,0 6,0 8,5 7,0 7,5

**Вариант 3.** Число эритроцитов (млн) в крови овец :

5,8 8,3 6,0 9,8 7,4 7,2 8,6 7,7 8,0

**Вариант 4.** Содержание гемоглобина (%) в крови овец

10,0 11,6 9,5 13,0 9,6 11,0 10,1 12,2 10,5 13,3

**Вариант 5.** Живая масса коров (кг):

380 479 500 405 463 412 483 446 395 493

**Вариант 6.** Живая масса телят (кг) при рождении:

20 45 48 26 48 28 45 44 28 50

**Вариант 7.** Удой за лактацию (кг):

3899 3035 3693 3295 3483 2822 5678 3472 3484 4228

**Вариант 8.** Живая масса кур (кг):

2,1 2,0 2,4 2,2 2,2 1,7 2,0 1,8 2,5 1,9

**Вариант 9.** Яйценоскость кур (шт):

225 193 271 208 201 212 189 200 256 183

**Вариант 10.** Содержание белка (%) в молоке:

3,1 3,3 3,2 3,0 3,4 3,1 3,2 3,5 3,3 3,3

**Вариант 11.** Содержание жира (%) в молоке:

3,9 4,0 4,0 3,8 4,2 4,3 4,2 4,0 4,0 4,0

**Вариант 12.** Обхват груди свиней (см) крупной белой породы:

136 144 160 156 148 160 148 164 153 155 138

**Вариант 13.** Живой вес (кг) свиней крупной белой породы:

219 273 290 280 250 285 260 280 220 280

**Вариант 14.** Обхват груди (см) лошадей донской породы:

185 191 185 187 196 184 200 202 192 192

**Вариант 15.** Высота в холке (см) лошадей донской породы:

161 162 159 163 166 159 163 169 160 162

**Вопросы для самопроверки:**

1. Как вычисляется средняя арифметическая величина в малой выборке?
2. Как вычисляется среднее квадратическое отклонение в малой выборке?
3. Какие показатели характеризуют разнообразие признака в совокупности?

4. Что такое коэффициент вариации? Как он вычисляется?
5. Что такое ошибки репрезентативности?
6. Как вычисляют ошибку средней арифметической величины?
7. Приведите формулы для вычисления ошибок  $\sigma$  и  $C_v$ ?
8. Как определяется достоверность выборочных показателей?
9. Сколько уровней достоверности используется в биологических и зоотехнических исследованиях?
10. Что означает «уровень достоверности составляет 95%...99%....99,9%»?
11. Объясните, как пользоваться таблицей Стьюдента.

## **Занятие 8 Средние величины и способы их вычисления.**

### **Оценка достоверности разности между средними величинами двух выборок**

**Цель:** ознакомить студентов с основными средними величинами, которые используются в биометрии в зависимости от поставленных задач, и с техникой их расчёта.

**Задание:** Освоить технику расчёта средних величин, а также сравнения средних величин двух выборок. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

**Требования к организации рабочего места:** карточки племенного учёта, калькулятор, линейка, карандаш.

1. Занятие проводится в компьютерном классе.
2. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы MicrosoftExcel.

#### **Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

**Средние величины** – важнейшие биометрические показатели, используемые в науке и практике. Средняя арифметическая является



основным показателем, характеризующим совокупность по величине изучаемого признака.

В зависимости от поставленных целей в биологии используются несколько средних величин: средняя арифметическая, средняя взвешенная, средняя геометрическая, средняя гармоническая.

**Свойства средней арифметической.** В средней арифметической происходит как бы устранение варьирования признака и установление его обобщающего абстрактного среднего уровня, присущего для данной совокупности при конкретной изменчивости признака. Таким образом, средняя арифметическая является обобщенным статистическим параметром или статистической характеристикой среднего уровня варьирующего признака.

Средняя арифметическая — величина абстрактная, так как при ее вычислении можно получать такие дробные значения, которые в действительности не могут иметь место в связи с природой самого признака. В этом проявляется абстрактность средней арифметической. В то же время средняя величина имеет конкретное выражение, показывая величину признака в том же именовании, которым он измерялся.

Основное свойство средней арифметической состоит в том, что сумма отклонений каждого варианта от средней арифметической данной совокупности всегда равна нулю, что может быть записано так:

$$\sum(V-M)=0$$

Если такого равенства не получается, то это указывает на допущенные ошибки при вычислении средней.

Полезно пользоваться еще одним свойством средней арифметической: уменьшение (или увеличение) каждого варианта на определенную величину приводит к уменьшению (или увеличению) средней арифметической на ту же величину,

**Использование средней арифметической в селекционно-племенной работе.** Средняя арифметическая позволяет решать ряд вопросов племенного дела. Прежде всего ее используют для характеристики любой популяции сельскохозяйственных животных по уровню средней продуктивности или какому-либо другому зоотехническому или биологическому показателю. Это можно делать как в отношении целых пород, так и различных внутрипородных групп, таких, как племенное стадо, линия, семейство, генерации помесных животных и т. д.

Не меньшее значение имеет использование средней арифметической при оценке производителей по качеству их потомства (по генотипу). В этих случаях среднюю арифметическую изучаемого показателя по группе дочерей (сыновей) оцениваемого производителя сопоставляют со средней арифметической, полученной в отношении этого же показателя по другой группе животных, например по группе матерей, сверстниц, полусибсов.

Сопоставление средних арифметических позволяет вычислить разность ( $D$ ) между уровнями показателя в группах и сделать вывод о качестве производителя на основании величины полученной разности. Иначе говоря, в самой простой форме оценку производителя делают по величине  $D$ , которая является разностью между средними арифметическими, т. е.  $D = (M_1 - M_2)$ , где  $M_1$  и  $M_2$  - средние арифметические сопоставляемых групп.

Сопоставление средних арифметических, вычисленных по показателям родителей и потомства, может быть использовано для выявления характера наследования количественных признаков. Этим путем установлено, например, что количественные признаки наследуются потомством промежуточно по отношению к тем уровням, которые характеризовали каждого из родителей.

Приведенный перечень использования средней арифметической при решении генетических и селекционных вопросов далеко не полон, но из него видно, что этот статистический параметр, имеет широкое применение в этой области.

**Средняя взвешенная ( $X_{взв}$ )** представляет собой результат усреднения средних арифметических нескольких совокупностей. Она вычисляется по формуле:

$$M_{взв.} = \frac{M_1 n_1 + M_2 n_2 + \dots + M_n n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum M n}{\sum n}$$

где  $M_{взв}$  - средняя взвешенная;  $M_1, M_2, \dots, M_n$  — средние арифметические первой, второй и т. д. совокупностей;  $n_1, n_2, \dots, n_n$  — вес (объем) этих совокупностей.

**Пример.** Известны средняя живая масса и число коров трех хозяйств. Они составляли в первом хозяйстве  $M_1 = 420$ ,  $n_1 = 1000$ , во втором  $M_2 = 460$ ,  $n_2 = 500$ , в третьем  $M_3 = 520$ ,  $n_3 = 2000$ . Нужно вычислить среднюю живую массу коров по данным всех трех хозяйств.

При вычислении средней взвешенной нужно учитывать не только среднюю массу коров в каждом хозяйстве ( $M_1, M_2$  и т.д.), но и объем выборок ( $n_1, n_2$  и т.д.), по которым были вычислены средние в каждом из хозяйств. Средняя первого хозяйства ( $M_1 = 420$ ) имеет вдвое больший объем, чем средняя второго хозяйства ( $M_2 = 460$ ),  $M_1$  вычислена по выборке 1000 голов, а  $M_2$  - по выборке 500 голов. Объем средней третьего хозяйства ( $M_3 = 520$ ), вычисленной по выборке 2000 голов, значительно больше объема средней второго хозяйства ( $M_2 = 460$ ), вычисленной по выборке 500 голов. Используя для вычисления средней взвешенной следующую формулу, получают:

$$M_{взв.} = \frac{(420 \times 1000) + (460 \times 500) + (520 \times 2000)}{1000 + 500 + 2000} = 471,4 \text{ кг}$$

Средняя гармоническая ( $H$ ) используется редко и именно при обработке таких совокупностей, для которых применение других средних невозможно. Она необходима для вычисления средних значений, получаемых из показателей времени, например, при определении средних изменяющихся скоростей движения. Для этих процессов характерно, что при увеличении одного показателя другой изменяется в обратном направлении, т. е. уменьшается. В связи с этим средняя гармоническая позволяет

обрабатывать такие совокупности, у которых значение варьирующего признака находится в обратном соотношении по отношению к суммируемому результату. Эти особенности совокупностей можно показать на следующем примере: чем быстрее бежит лошадь, тем меньше она тратит времени на прохождение пути.

Формула средней гармонической выражается так:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \dots + \frac{1}{v_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{v}}$$

где n—число периодов времени; x—величина варьирующего признака.

Пример. Определить среднюю скорость молокоотдачи у коров по показателю выдоенного молока за определенный отрезок времени в период доения. Положим, что за первую минуту выдоено 3 л, за вторую—2 л и за третью—1 л. Из приведенных данных видно, что скорость молокоотдачи меняется на протяжении доения. При этом, чем выше показатель молокоотдачи, тем меньше времени идет на выдаивание. Из примера следует, что  $v_1=3$ , л;  $v_2=2$ , л;  $v_3=1$ , т.е.  $n=3$

Вычисляем среднюю гармоническую:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{v}} = \frac{3}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1}} = \frac{3}{0,33 + 0,5 + 1} = \frac{3}{1,83} = 1,64 \text{ литра/мин}$$

Если вычислить среднюю скорость молокоотдачи с помощью средней арифметической; то получится следующее:  $M = \frac{3 + 2 + 1}{3} = \frac{6}{3} = 2$  литра/мин

Следует помнить, что средняя гармоническая всегда меньше, чем средняя арифметическая, мода, медиана и среднее квадратичное.

### **Оценка достоверности разности между средними величинами двух выборок**

Во многих исследованиях возникает необходимость сравнить средние арифметические значения каких-либо признаков двух групп животных (например, среднюю живую массу животных опытной и контрольной группы

или среднюю продуктивность дочерей двух производителей и т.п.) Средние арифметические величины двух сравниваемых выборок всегда в некоторой мере отличаются друг от друга. Поэтому необходимо установить, достоверна ли разность между средними.

При решении задач такого рода определяют разность ( $d$ ) между средними ( $M_1$  и  $M_2$ ) путём вычитания  $d = M_1 - M_2$ . Среднюю ошибку разности ( $m_d$ ) вычисляют по формуле  $m_d = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$ . Достоверность разности ( $t_d$ ) определяется по формуле:  $t_d = \frac{d}{m_d}$  или  $t_d = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}$

Вычисленный критерий  $t_d$  сравнивают с табличным критерием Стьюдента и находят уровень вероятности достоверности различий между выборками. При  $t_d = 2,57$ , вероятность того, что разность достоверна, составляет 99%; а при  $t_d = 3,29$ , вероятность достигает 99,9%. Если же величина  $t_d < 1,96$ , то разность между средними величинами сравниваемых групп не является достоверной.

**Пример.** Сравнивается молочная продуктивность первотёлок холмогорской и бестужевской пород (большие выборки). В одинаковых условиях кормления и содержания получены следующие показатели удоя за первую лактацию: по холмогорскому скоту  $M_1 \pm m_1 = 3200 \pm 40$  кг; по бестужевскому скоту  $M_2 \pm m_2 = 2600 \pm 30$  кг. Установить достоверность разности между удоями в этих группах.

Вычисляем  $t_d$  по формуле и получаем:

$$t_d = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} = \frac{3200 - 2600}{\sqrt{40^2 + 30^2}} = \frac{600}{\sqrt{2500}} = \frac{600}{50} = 12$$

**Вывод:** Критерий достоверности разности ( $t_d = 12$ ) значительно превышает величину стандартную табличную  $= 3,29$ . Поэтому можно с вероятностью, превышающей 99,9%, утверждать, что холмогорские коровы более обильномолочны по сравнению с бестужевскими.

### Задания для самостоятельного решения

**Вариант 1.** Какова достоверность разницы показателей продуктивности коров симментальской породы различных типов конституции:

Показатель	Широкотелый тип	Узкотелый тип
Живая масса, кг	$601 \pm 9,2$	$552 \pm 7,3$
Удой за лактацию, кг	$4431 \pm 90,0$	$4150 \pm 103$
Содержание жира в молоке, %	$3,9 \pm 0,03$	$3,91 \pm 0,04$

**Вариант 2.** В хозяйстве имеется три отделения. На молочный завод отправлено молока: из первого отделения— 5000 кг с содержанием жира 3,8,1%, из второго—4500кг с содержанием жира 3,92% и из третьего—3000 кг молока с содержанием жира 4,01%. Определить среднее содержание жира в молоке коров хозяйства.

**Вариант 3.** На трех птицефабриках число несушек на начало года составило 30000, 15000 и 7900 голов, а количество снесенных за год яиц соответственно составляло 7,2; 4,2 и 2,16 млн. Вычислить среднюю яйценоскость птиц по каждому из хозяйств и среднюю яйценоскость по трем хозяйствам вместе.

**Вариант 4.** Изучали эффективность влияния микроэлементов при откорме бычков. С этой целью сформированы две группы животных (опытная и контрольная) с одинаковой средней живой массой по 14 голов в каждой. Обе группы откармливаются на одинаковых рационах, но животные опытной группы получают микроэлементы. После окончания опыта получены следующие результаты: средняя живая масса ( $M_1$ ) в опытной группе – 300 кг, а в контрольной ( $M_2$ ) – 260 кг. Средние ошибки для опытной и контрольной групп животных соответственно равны:  $m_1=9$  кг;  $m_2=6$  кг.

Достоверно ли различие в массе животных опытной и контрольной групп?

**Вариант 5.** Средняя тонина шерсти (мк) в отдельных отарах овец хозяйства составляла:

Отары ..... 1 2 3

Число животных . . . 2100 2400 1000

Тонина шерсти, мк . . .20 25 19

Вычислить среднюю арифметическую (взвешенную) тонины шерсти

**Вариант 6.** Достоверны ли различия в живой массе у овец гиссарской породы трёх типов конституции при доверительных вероятностях 0,95 и 0,99 по следующим данным:

Тип конституции	Грубая	крепкая	нежная
Живая масса, кг	82,4±1,1	78,9±0,84	69,9±0,88

**Вариант 7..** В хозяйстве от трех быков-производителей получено 58 дочерей. Средний удой 20 дочерей Ветерка составил 3250 кг молока за лактацию с содержанием жира в нем 4,3%. Средний удой 23 дочерей Метеора составил 4115 кг молока с содержанием жира 3,8%. Средний удой 15 дочерей Грома составил 2769 кг с содержанием жира 4,53%. Определить среднее содержание жира в молоке дочерей всех трех производителей.

**Вариант 8.** Определить достоверность разности между настригом шерсм в связи с различными типами гемоглобина и породой:

Порода	Тип гемоглобина					
	АА		АВ		ВВ	
	n	Настриг шерсти, кг	n	Настриг шерсти, кг	n	Настриг шерсти, кг
Советский меринос	14	5,39±0,18	125	5,69±0,06	286	5,45±0,04
Эдельбаевская	21	3,1±0,09	40	2,97±0,06	75	3,05±0,03

**Вариант 9.** При изучении влияния инбридинга (родственного спаривания) на мясные качества маток различных семейств свиноматок получены следующие показатели среднесуточного прироста:

Семейства	n	M±m
<b>Волшебницы:</b>		
аутбредные	108	716±6,5
инбредные	76	718±16,2
<b>Чёрной птички:</b>		
аутбредные	44	667±8,6
инбредные	7	829±8,5

Одинаково ли влияние инбридинга в обоих семействах? Какова достоверность разницы полученных показателей среднесуточного прироста между аутбредными и инбредными животными в обоих семействах?

### **Вопросы для самопроверки.**

1. Перечислите средние величины.
2. Какими свойствами обладают средние величины?
3. Как вычисляется и в каких случаях используется средняя гармоническая?
4. Как вычисляется и в каких случаях используется средняя геометрическая?
5. Для чего предназначено использование средней взвешенной?
6. Как определить достоверность разности между двумя средними величинами двух выборок?



## **Занятие 9. Выявление связи между признаками.**

### **Вычисление коэффициентов корреляции и регрессии.**

**Цель занятия:** освоение методов вычисления коэффициента корреляции и регрессии и приобретение навыка по использованию этого показателей в селекционной работе.

**Задание:** Рассчитать коэффициент корреляции в малой выборке по заданному экспериментальному материалу. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** 1. Ознакомиться с понятиями «корреляция» и «регрессия».

2. Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

**Требования к организации рабочего места:**

3. Занятие проводится в компьютерном классе.

4. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы Microsoft Excel.

**Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

### **Ход работы**

В племенном деле при проведении отбора и подбора животных для спаривания очень большое значение имеет знание закономерностей соотносительной изменчивости и обязательный их учет в повседневной практической работе. Настоящее занятие имеет цель ознакомить обучающихся с разными видами корреляционной связи и показателями, с помощью которых она измеряется.

В биологии термин «корреляция» употребляется для обозначения взаимной связи между отдельными частями, признаками и свойствами организма, проявляющейся в том, что изменение одной части (или признака) ведет к соответствующему изменению другой, связанной с ней части (или признака). Так, высота в холке в определенной мере связана с живой массой.

Но такая связь не абсолютна, поскольку всегда найдутся особи, у которых, например, живая масса увеличена, а высота в холке нет; довольно часто от обильномолочных матерей рождаются маломолочные дочери ит. д. Но так как изучаются не отдельные особи (объекты), а целые их группы (совокупности), то эти индивидуальные отличия сглаживаются и отчетливо становится видно, что в массе закономерная связь существует.

Такая связь, при которой каждому значению одного признака соответствует определенное значение другого признака и при изменении одного признака изменяется средняя величина другого, называется корреляционной связью или просто **корреляцией**. Учитывают форму, направление и степень (силу) связи между коррелирующими признаками. Один из способов — графическое изображение корреляционной связи. Если данные по одному из коррелирующих признаков отложить на оси  $X$  (абсцисс), а соответствующим им средние данные другого — на оси  $Y$  (ординат) и нанести на график точки одновременно по двум значениям (по  $X$  и по  $Y$ ) в месте их пересечения, а затем эти точки соединить, то получится ломаная линия. В зависимости от формы этой линии корреляцию подразделяют на прямолинейную и криволинейную.

Прямолинейная зависимость. При ее графическом изображении получается примерно прямая линия. Наблюдается в тех случаях, когда одинаковым изменениям одного признака соответствуют одинаковые изменения другого.

Криволинейная зависимость. Она существует между признаками, одинаковые изменения одного из которых соответствуют закономерно неодинаковым изменениям другого. Криволинейной является связь удоев с живой массой коров, удоев с месяцем лактации, возрастом животных и др. Графически изображается кривой линией.

Прямолинейную связь подразделяют на прямую (положительную) и обратную (отрицательную). Прямой корреляцией называется такая, при которой с увеличением (или уменьшением) одного признака связанный

с ним другой признак также увеличивается (или уменьшается). Например, с увеличением массы коров-матерей в среднем (до определенного оптимума) увеличивается масса получаемых от них телят и т. п.

Обратной называется такая корреляция, при которой с увеличением одного признака связанный с ним другой признак уменьшается (например, с увеличением удоя жирномолочность уменьшается).

Для оценки связи между биологическими признаками и свойствами используется коэффициент корреляции, который обозначается буквой « $r$ » (от англ. relation — отношение, зависимость). Он является величиной неименованной и определяет направление и силу только прямолинейной корреляционной связи. Силу связи показывает абсолютная величина « $r$ », а ее направление — знак перед ним. В случае криволинейной корреляционной связи выявляется другой показатель, который называется **корреляционным отношением** —  $\eta$  (греч. буква — «эта»).

При полной положительной корреляции  $r = +1,0$  (связь становится функциональной). При отсутствии корреляционной связи  $r = 0$ . При полной отрицательной корреляции  $r = -1,0$  (связь становится функциональной).

Различают низкую (слабую), среднюю и высокую (сильную, тесную) корреляционную зависимость (связь):

— если  $r > 0,7$ , то связь считается тесной (сильной, высокой);

— если  $r < 0,3$  — слабой (низкой);

— если  $r = 0,3—0,7$  — средней:

### Техника расчета коэффициента корреляции

Коэффициент корреляции вычисляют по формуле:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \times \sum y}{n}}{\sqrt{C_x C_y}}, \text{ где}$$

$n$  - число животных, изучаемых по двум признакам;

ли  $y$  – значения вариант первого и второго признака;

$C$  – сумма квадратов центральных отклонений, вычисляемая отдельно по формулам соответственно для признака  $v_1$  и  $v_2$ :

$$C_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N} \quad \text{и} \quad C_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}$$

Например, нужно установить направление и силу связи между возрастом и многоплодием свиноматок.  $N = 10$  гол.;  $x$  – варианты 1-го признака – возраст свиноматок,  $y$  – варианты 2-го признака – многоплодие (число живых поросят, родившихся за один опорос).

Составим расчетную таблицу из 6 колонок и соответствующего числа строк, в которую выпишем исходные данные по каждому отдельному животному, и определим все входящие в формулу произведения и суммы:

Таблица 1 - Расчет коэффициента корреляции

№ животного	Возраст, $x$	Много- плодие, $y$	$x^2$	$y^2$	$xy$
1	2	9	4	81	$(2 \times 9) = 18$
2	1	7	1	49	$(1 \times 7) = 7$
3	5	11	25	121	55
4	7	10	49	100	70
5	3	11	9	121	33
6	2	8	4	64	16
7	6	11	36	121	66
8	1	6	1	36	6
9	4	12	16	144	48
10	3	14	9	196	42
$N=10$	$\sum x=34$	$\sum y=99$	$\sum x^2=154$	$\sum y^2=1033$	$\sum xy=361$

Эти данные позволяют вычислить все необходимые величины:

$$C_x = 154 - \frac{34^2}{10} = 154 - \frac{1156}{10} = 154 - 115,6 = 38,4;$$

$$C_y = 1033 - \frac{(99)^2}{10} = 1033 - \frac{9801}{10} = 1033 - 980,1 = 52,9$$

Подставив все найденные значения в формулу, определяем знак и величину коэффициента корреляции:

$$r = \frac{361 - \frac{(34) \times (99)}{10}}{\sqrt{38,4 \times 52,9}} = +0,54$$

**Вывод:** между изучаемыми признаками установлена положительная по направлению и средняя по силе корреляционная связь. Это означает, что у более молодых животных рождается меньше поросят, а по мере увеличения возраста свиноматок (до определенного уровня) количество поросят у них увеличивается.

Ошибка коэффициента корреляции находится по формуле:  $m_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$ , а его достоверность:  $t_r = \frac{r}{m_r}$ . Вычисленное значение  $t$  сравнивают со стандартным значением критерия Стьюдента для соответствующего числа степеней свободы. Если  $t_{\text{выч.}} > t_{\text{табл.}}$ , то рассчитанный коэффициент корреляции является достоверным.

### Вычисление коэффициентов регрессии

При линейном, или близком к линейному, типе связи, кроме корреляционного, пользуются регрессионным анализом. Для этого вычисляют коэффициент регрессии и определяют эмпирические и теоретические регрессионные линии. С помощью показателя регрессии устанавливают величину изменения сопряженного признака при изменении другого признака на какую-то определенную величину. Если коэффициент корреляции показывает величину связи в относительных величинах, а именно в долях единицы, то с помощью регрессионного анализа, при котором вычисляется коэффициент регрессии, получают величину связи в именованных величинах.

Регрессионный анализ дает более широкую информацию, чем коэффициент корреляции. Он позволяет установить связь между двумя признаками, а именно  $x$  по  $y$  и  $y$  по  $x$ , что достигается вычислением двух

коэффициентов регрессии:  $R_{x/y}$  и  $R_{y/x}$ . По наличию знака минус или плюс у коэффициента регрессии определяют направление связи.

Регрессионную связь можно выражать с помощью уравнения, в котором при известной величине коэффициента регрессии и определенном значении одного из признаков (аргумента) устанавливают величину другого признака (функции). Регрессионная связь может быть выражена графически в виде эмпирической и теоретической линии регрессии.

По характеру графического изображения линии регрессии можно судить о том, имеет ли место связь прямолинейного или близкого к ней типа, или связь носит криволинейный характер и в этом случае коэффициентом корреляции пользоваться нельзя.

Коэффициенты регрессии вычисляются по формулам:

$$R_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (1) \text{ и } R_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (2)$$

По первой формуле определяют величину значения  $x$  при изменении  $y$  на единицу измерения. По второй формуле, наоборот, находят величину  $y$  при изменении  $x$  на единицу измерения. Величины  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  в формуле Бернса в именном выражении.

Для малых выборок удобны следующие формулы, если значения  $x$  и  $y$  выражаются малозначными числами:

$$R_{x/y} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}} \quad \text{и} \quad R_{y/x} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}$$

Первый из этих коэффициентов ( $R_{x/y}$ ) показывает, на какую величину изменяется признак « $x$ » при изменении признака « $y$ » на одну единицу измерения.

Второй коэффициент ( $R_{y/x}$ ) показывает, на какую величину изменяется признак « $y$ » при изменении признака « $x$ » на одну единицу измерения.

Рассчитаем коэффициенты регрессии по нашему примеру:

$$R_{x/y} = \frac{24,4}{52,9} = 0,46 \text{ лет/1 поросёнка. Это означает, что при увеличении}$$

количества поросят на 1 голову, возраст свиноматки увеличится на 0,46 лет.

$$R_{y/x} = \frac{24,4}{38,4} = 0,64 \text{ поросят/1 год. Это означает, что при увеличении}$$

возраста свиноматки, количество поросят у неё увеличится на 0,64 штуки.

В практической работе из двух коэффициентов регрессии рассчитывают один, имеющий большее практическое значение.

### Задания для самостоятельной работы:

#### Вариант 1.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой (x) и настригом шерсти (y) у 10 овец по следующим данным:

x, кг	70	71	72	74	75	70	80	85	75	80
y, кг	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,0	8,5	8,0	7,0	7,5

#### Вариант 2.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между числом эритроцитов (x) и содержанием гемоглобина (y) в крови овец по следующим данным:

x, млн	5,8	8,3	6,0	9,8	6,2	7,4	7,2	8,6	7,7	8,0
y, %	10,0	11,6	9,5	13,0	9,6	11,0	10,1	12,2	10,5	13,3

#### Вариант 3.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой матерей (x) и телят (y) при рождении по следующим данным:

x, кг	380	479	500	405	463	412	483	446	395	493
y, кг	20	45	48	26	48	28	45	44	28	50

#### Вариант 4.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой матерей (x) и телят (y) при рождении по следующим данным:

x, кг	480	475	390	453	487	413	415	438	450	395
y, кг	49	44	23	35	38	31	29	33	42	30

#### Вариант 5.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между удоом за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

x, кг	3899	3035	3692	3295	3483	2822	5678	3472	3484	4228
y, кг	3725	5422	4701	4622	3463	5123	5143	3475	3401	3864

#### Вариант 6.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между удоем за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

x, кг	5685	3216	4469	3203	4227	4288	3281	3158	4064	2991
y, кг	5315	3919	3208	4918	5211	4346	3486	3483	3764	3158

#### Вариант 7.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между удоем за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

V <sub>1</sub> , кг	2991	3989	3152	4711	4164	3372	5352	3158	3149	2793
V <sub>2</sub> , кг	4394	4678	4227	5000	5286	4475	6037	4064	5363	4183

#### Вариант 8.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между удоем за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

x, кг	3050	5503	5286	4578	5486	4346	3208	2980	3692	5255
y, кг	5288	4500	5046	5109	4050	3447	5486	3483	5206	4851

#### Вариант 9.

Вычислить коэффициент корреляции и регрессии между удоем за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

x, кг	5000	3020	3295	3472	3758	2641	3213	2641	3486	3213
y, кг	6011	4984	4110	4111	3670	3760	2641	3940	3481	3726

#### Вариант 10.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между удоем за лактацию матерей (x) и их дочерей (y) по следующим данным:

x, кг	4913	3484	3152	3720	3000	3472	3285	3577	4796	2743
y, кг	4166	3249	3720	3271	4355	3280	3577	4546	4306	3423

#### Вариант 11.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой кур (x) и их яйценоскостью (y) по следующим данным:

V <sub>1</sub> , кг	2,1	2,0	2,4	2,2	2,2	1,7	2,0	1,8	2,5	1,9
V <sub>2</sub> , шт	225	193	271	208	201	212	189	200	256	183

#### Вариант 12.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой кур (x) и их яйценоскостью (y) по следующим данным:

V <sub>1</sub> , кг	2,3	2,3	2,0	1,9	2,0	2,2	2,1	2,2	2,3	2,2
V <sub>2</sub> , шт	207	205	213	190	200	203	221	230	234	212

#### Вариант 13.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой кур (x) и их яйценоскостью (y) по следующим данным:

x, кг	1,8	1,9	1,9	1,8	2,0	2,1	1,9	2,0	2,0	2,1
y, шт	171	175	180	181	190	190	191	201	200	210

#### Вариант 14.

Вычислить коэффициенты корреляции и регрессии между живой массой кур (x) и их яйценоскостью (y) по следующим данным:



х, кг	2,2	2,2	1,9	2,3	2,0	2,4	2,1	2,5	2,0	2,1
у, шт	215	180	193	241	207	241	199	220	198	200

### Вариант 15.

Вычислить коэффициент корреляции и регрессии между содержанием белка (х) и жира (у) в молоке по следующим данным:

х, %	3,1	3,3	3,2	3,0	3,4	3,1	3,2	3,5	3,3	3,3
у, %	4,0	4,2	4,1	4,0	4,5	4,3	4,1	4,2	4,1	4,0

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое корреляция?
2. В каких пределах может изменяться значение коэффициента корреляции?
3. Как подразделяются корреляции по силе, направлению и форме?
4. Как понять выражение «криволинейная» и «прямолинейная» корреляция.
5. В чем заключается различие связи между признаками при положительных и отрицательных значениях коэффициента корреляции?
6. Приведите примеры положительной и отрицательной корреляции между признаками.
7. Как вычислить ошибку коэффициента корреляции и оценить его достоверность?
8. Что характеризуют коэффициенты регрессии?
9. В чем различие между коэффициентами  $R_{x/y}$  и  $R_{y/x}$ ?
10. В чем различие между коэффициентами  $r$  и  $R$ ?
11. Что такое уравнение регрессии?

Как рассчитать интересующие нас значения  $x$  (или  $y$ ) по заданному значению  $y$  (или  $x$ )?

## **Занятие 10. Понятие о дисперсионном анализе.**

### **техника обработки однофакторного дисперсионного комплекса**

**Цель занятия** — ознакомить студентов с основными положениями дисперсионного анализа, техникой построения и обработки дисперсионного комплекса в малой выборке.

**Задание:** Освоить технику построения и обработки однофакторного дисперсионного комплекса в малой выборке. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

#### **Требования к организации рабочего места**

1. Занятие проводится в компьютерном классе.

2. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы Microsoft Excel.

#### **Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

### **Понятие о дисперсионном анализе.**

В зоотехнической практике и научных исследованиях довольно часто возникают ситуации, когда необходимо подвергнуть сравнительному анализу одновременно не две, а несколько групп животных: например, при испытании пород, линий, при оценке производителей по качеству потомства, определении стандартности линии или отобранной для каких-либо целей группы животных и в других случаях, связанных с изучением влияния различных факторов (биологических, кормовых, гигиенических) на рост, развитие, продуктивность, здоровье животных и другие интересующие зоотехника признаки.

В большинстве случаев важно не только установить факт действия на изучаемый объект того или иного фактора (т.е. достоверность влияния), но и

выяснить степень этого действия, т. е. оценить его относительную силу. Сравнить одновременно несколько средних, определить достоверность и силу влияния различных факторов позволяет метод дисперсионного анализа—один из сложнейших разделов биометрии.

**Фактором** может быть любое воздействие на изучаемые объекты, в частности на животных. Все факторы можно разделить на четыре группы.

- Внешние по отношению к объекту воздействия: температура, влажность, место обитания, условия жизни и питания, стимуляторы жизненных функций и т. п.
- Состояние животных: беременность (разные периоды), лактация, возраст, пол, работа, здоровье и т. п.
- Отдельные признаки животных, влияющие на развитие других признаков: например, удой коров в зависимости от их живой массы. Здесь дисперсионный анализ соприкасается с корреляционным, и одновременное их проведение составляет так называемый полный корреляционный анализ.
- Происхождение животных от разных пород, линий, семейств, от отдельных производителей или отдельных маток, от групп производителей или от групп маток разного качества. Изучение влияния факторов четвертой группы играет важную роль в селекции животных, а также в генетических исследованиях.

Обычно приходится изучать разные степени действия фактора - разные его дозы, называемые грациями фактора. Так, например, при изучении наследственных влияний грациями фактора будут отдельные производители (или отдельные матки).

При изучении действия только одного фактора (в нескольких грациях) необходимую информацию о его силе и достоверности получают путем анализа однофакторного дисперсионного комплекса. При изучении действия одновременно двух или более факторов анализируют двухфакторный (или многофакторный) дисперсионный комплекс.

Следует отметить, что трехфакторный и более дисперсионный анализ используют в практике довольно редко вследствие ненадежности получаемых оценок силы влияния. Кроме того, существуют некоторые обязательные условия организации многофакторных комплексов. Одно из них - полная независимость изучаемых факторов друг от друга—обычно трудно выполнимо.

Например, нельзя изучать влияние таких факторов, как рост и живая масса, на продуктивность животных методом двухфакторного дисперсионного анализа, поскольку рост и масса животных взаимозависимы. Лучше в этом случае провести два однофакторных дисперсионных анализа. Группа животных, которая подвергается воздействию определенной градации фактора, образует градацию дисперсионного комплекса. Таким образом, число градаций комплекса соответствует числу градаций фактора.

Наиболее важный момент в исследовании—отбор животных в группы - градации комплекса. Предположим, что исследуется влияние использовавшихся в стаде быков-производителей на удои их дочерей. Может случиться так, что дочери одного быка оценены по удою только за 1-ю лактацию, дочери другого быка - по удою за 2 и 3-ю лактации, а дочери третьего - за 3, 4 и 5-ю лактации. Если не обратить внимание на тот факт, что первотелки в среднем дают за лактацию молока меньше, чем коровы более старших возрастов (удои повышаются до 5-8-го отелов), то в приведенном примере даже при абсолютной одинаковости быков-производителей по их наследственным качествам, обуславливающим молочную продуктивность, можно прийти к неправильным выводам, отдав предпочтение третьему быку-производителю, (дочери которого будут иметь более высокий удои, как более старшие по возрасту). Очевидно, что для выяснения влияния производителей на удои дочерей необходимо учитывать возраст телок. В данном примере сильное влияние на результат могут оказать и коровы-матери (дочери одного быка могут быть получены только от лучших матерей, а другого - от плохих или средних), а также условия кормления и содержания животных (если

дочери сравниваемых производителей выращивались и продуцировали в разных условиях). Чтобы избежать наложения действия других факторов на действие изучаемых градаций фактора (производителей), следует дочерей разных быков от матерей примерно одинакового качества вырастить в одинаковых условиях.

Градации комплекса составляют таким образом, чтобы обеспечить случайность действия всех остальных факторов (кроме изучаемого), их неорганизованность, равновероятную направленность (рандомность) действия, что создаст фон, на котором можно выявить закономерность действия организованного в градации фактора.

Градации комплекса - это выборки, сделанные из заведомо разных генеральных совокупностей, поэтому наиболее приемлемым принципом формирования градаций комплекса является принцип случайного отбора в них отдельных объектов из совокупностей.

В тех случаях, когда не удастся избежать систематического влияния на объект неизучаемого фактора (не удастся рандомизировать его влияние), прибегают к двухфакторному дисперсионному анализу. И хотя второй фактор сам по себе может не интересовать исследователя, его влияние учитывают, чтобы выявить степень влияния изучаемого фактора. Влияние фактора оценивают по изменениям у животных отдельного признака, который называют результативным признаком.

Основные понятия и принципы использования дисперсионного анализа для обработки зоотехнических данных можно изучить на примере анализа однофакторного дисперсионного комплекса, имеющего наиболее широкое применение в практике селекционно-генетических исследований.

В эксперименте изучали влияние витаминно-минеральной подкормки на приросты поросят. Было сформировано четыре группы поросят (аналогичные по полу, возрасту, происхождению и т. д.) по 3 головы в каждой. (Для учебных целей этого количества достаточно, но в практике исследований объем градаций - т. е. число животных в группе должно быть

оптимальным). Поросята 1-й группы получали обычный рацион (без подкормки), 2-й - тот же рацион, но с подкормкой в определенной дозе, 3 и 4-й—соответственно с двойной и тройной дозами подкормки. В конце опыта определили, сколько килограммов прироста получено от каждого поросенка в каждой из групп. По данным индивидуальных взвешиваний рассчитали средний прирост поросят в каждой группе. Результаты оформили в виде специальной таблицы - однофакторного дисперсионного комплекса, анализируя который выяснили силу и достоверность влияния изучаемого фактора.

При дисперсионном анализе можно пользоваться не фактическими значениями признака, а их преобразованными значениями, что сильно облегчает расчеты. Так, в нашем примере применили следующее преобразование: из фактических значений приростов за опытный период (месяц) вычли 19 кг, т. е. фактический прирост первого поросенка составлял 20, а последнего - 26 кг, а в дисперсионный комплекс занесли соответственно 20-19=1 кг и 26-19 = 7 кг.

Анализ комплекса проводят по следующей схеме.

1. Изучение частных средних с целью уяснения закономерности их изменения.
2. Разложение общей дисперсии ( $C_y$ ) на факториальную (межгрупповую) - $C_x$  и случайную (внутригрупповую) - $C_z$  дисперсии.
3. Определение числа степеней свободы общего, факториального и случайного разнообразия:  $\nu_y$ ;  $\nu_x$ ;  $\nu_z$  и расчет дисперсий ( $\sigma_y^2$ ;  $\sigma_x^2$ ;  $\sigma_z^2$ ).
4. Определение силы влияния фактора.
5. Определение достоверности влияния фактора.
6. Итоговая сводка показателей однофакторного дисперсионного комплекса и общие выводы.

**Пример.** Определить силу влияния фактора – витаминно-минеральной подкормки в различных дозах на прирост поросят за определенный период.

Фактор - витаминно-минеральная подкормка - ВМП.

Градации фактора: 0 - основной рацион без подкормки;

- 1 - » + одинарная доза ВМП;  
 2 - » + двойная доза ВМП;  
 3 - » + тройная доза ВМП.

Градации комплекса — поросята, получавшие подкормку в разных дозах.

Результативный признак—прирост массы за опытный период, кг

Анализ дисперсионного комплекса проводят по алгоритму, разработанному Н. А. Плохинским (Алгоритмы биометрии. М.: изд-во МГУ, 1980). Из табл. 1 видно, как будет выглядеть наш пример, рассчитанный по алгоритму

Таблица 1 - Алгоритм однофакторного дисперсионного анализа

Показатели	Градации фактора				
	0	1	2	3	g=4
V	1, 2, 3	4, 3, 2	9, 8, 7	6, 8, 7	n=3
n	3	3	3	3	N=Σn=12
Σv	6	9	24	21	ΣΣv=60
$H_1 = \frac{(\sum v)^2}{n}$	$\frac{6^2}{3} = 12$	$\frac{9^2}{3} = 27$	$\frac{24^2}{3} = 192$	$\frac{21^2}{3} = 147$	ΣH <sub>i</sub> = 378
Σv <sup>2</sup>	1 <sup>2</sup> +2 <sup>2</sup> +3 <sup>2</sup> =14	29	194	149	ΣΣv <sup>2</sup> =386
$M_1 = \frac{\sum v}{n}$	2	3	8	7	$H_{\Sigma} = \frac{(\sum v)^2}{N} = \frac{60^2}{12} = 300$

**Рассчитываем дисперсии по формулам:**

Факториальная (межгрупповая):  $C_X = \sum H_i - H_{\Sigma} = 378 - 300 = 78$

Случайная (внутригрупповая):  $C_Z = \sum \sum v^2 - \sum H_i = 386 - 378 = 8$

Общая:  $C_Y = \sum \sum v^2 - H_{\Sigma} = 386 - 300 = 86$

**Рассчитываем дисперсии:**

Для расчета дисперсий ( $\sigma_i^2 = \frac{C_i}{v_i}$ ) необходимо определить число степеней

свободы факториального, случайного и общего разнообразия.

Число степеней свободы факториального разнообразия определяют по формуле  $\nu_x = g - 1$ , где  $g$  — число градаций комплекса (число частных средних).  $\nu_x = 4 - 1 = 3$ .

Число степеней свободы случайного разнообразия  $\nu_z = N - g = 12 - 4 = 8$ .

Число степеней свободы общего разнообразия:

$$\nu_y = N - 1 = 12 - 1 = 11.$$

Вариансы рассчитывают путем деления соответствующей дисперсии на одноименное число степеней свободы:

а) факториальная варианса:

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{78}{3} = 26$$

б) случайная варианса:

$$\sigma_z^2 = \frac{C_z}{\nu_z} = \frac{8}{8} = 1$$

в) общая варианса:

$$\sigma_y^2 = \frac{C_y}{\nu_y} = \frac{86}{11} = 7,82$$

Заметим, что в дисперсионных комплексах  $\sigma_y^2$  не равна сумме факториальной и случайной варианс:  $\sigma_y^2 \neq \sigma_x^2 + \sigma_z^2$ ;  $7,82 \neq 26 + 1$

Далее рассчитаем силу влияния фактора  $\eta^2_x$  путем расчета через отношение факториальной дисперсии к общей:  $\eta^2_x = \frac{C_x}{C_y} = \frac{78}{86} = 0,907$

Из формулы хорошо видно, что чем сильнее влияние фактора, тем больше факториальная дисперсия  $C_x$  и меньше случайная дисперсия  $C_z$ , и наоборот — чем меньше влияние фактора, тем меньше  $C_x$  и больше  $C_z$ . Поэтому по доле факториальной дисперсии в общей дисперсии можно прямо судить о силе влияния фактора. Разумеется, доля (часть) никогда не может превышать целого (т. е. быть больше единицы) или быть меньше нуля, т. е. отрицательным числом. Основной показатель силы влияния фактора, рассчитываемый через отношение дисперсий, может принимать значения в пределах от нуля до единицы.



Для определения достоверности влияния фактора используют критерий Фишера - отношение дисперсии факториальной к случайной:  $F = \frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z}$

Полученное значение  $F_{\text{факт.}}$  следует сравнить с табличным  $F_{\text{табл}}$  критерия Фишера для тех двух степеней свободы, которые рассчитаны в комплексе  $\nu_1 = \nu_x$  для большей — факториальной дисперсии и  $\nu_2 = \nu_z$  для меньшей — случайной дисперсии.

Если полученное значение  $F$  будет больше (или равно) любого из трех табличных для данного в комплексе числа степеней свободы, можно делать вывод о достоверности влияния фактора.

Определим достоверность влияния фактора в нашем примере:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma^2_x}{\sigma^2_z} = \frac{26}{1} = 26$$

По таблице стандартных значений критерия Фишера в клеточке, где пересекаются значения  $\nu_1 = \nu_x = 3$  (число степеней свободы дисперсии, стоящей в числителе, отложено по горизонтали) и  $\nu_2 = \nu_z = 8$  (число степеней свободы дисперсии, стоящей в знаменателе, отложено по вертикали) находим  $F_{\text{факт.}}: \{4,1 — 7,6 — 15,8\}$  для трех уровней значимости. Как видно, фактическое значение  $F$  превышает даже самое большое табличное. Таким образом, влияние фактора достоверно с очень высоким уровнем надежности выводов ( $p > 0,999$ ).

Достоверность влияния с уровнем вероятности выше 0,999 означает, что если провести множество опытов, подобных нашему, то по крайней мере в 999 опытах из 1000 можно ожидать таких же результатов.

Итак, если влияние фактора достоверно, то оно будет таким же в генеральных совокупностях, т. е. на всем поголовье, которое в принципе можно подвергнуть воздействию изученных градаций фактора. Это является основанием для использования данного фактора (ВМП) в производстве в массовом масштабе с гарантией получения определенного количества добавочной продукции.

## Задания для самостоятельной работы

### Вариант 1.

Определить, влияет ли масть на жирность молока (в %) у коров бестужевской породы.

Градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Вишневая	4,04	4,09	4,55	3,96	3,84
A <sub>2</sub>	Красная	4,05	3,49	3,63	3,93	3,8
A <sub>3</sub>	Светло-красная	3,9	4,26	3,85	3,82	3,88
A <sub>4</sub>	Темно-вишневая	3,96	4,28	3,7	3,98	3,8
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	3,95	4,57	4,12	3,87	3,85
A <sub>6</sub>	Темно-красная	3,92	3,7	4,35	3,87	3,82
A <sub>7</sub>	Красно-пестрая	3,97	3,77	4,0	4,3	4,18

### Вариант 2.

Определить, влияет ли масть на жирность молока (в %) у коров бестужевской породы.

градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Вишневая	4,42	4,28	4,08	3,82	3,88
A <sub>2</sub>	Красная	3,4	3,83	4,2	4,3	3,81
A <sub>3</sub>	Светло-красная	3,86	3,88	3,81	4,06	3,86
A <sub>4</sub>	Темно-вишневая	4,01	4,09	4,09	4,64	3,96
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	3,7	3,32	3,87	3,86	4,0
A <sub>6</sub>	Темно-красная	4,19	3,88	3,8	3,9	3,7
A <sub>7</sub>	Красно-пестрая	4,23	4,0	3,4	4,0	3,97

### Вариант 3.

Определить, влияет ли масть на удой молока (в тыс. л.) у коров бестужевской породы.

градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Вишневая	1,19	2,42	3,10	3,03	3,52
A <sub>2</sub>	Красная	2,18	2,04	2,94	2,51	4,07
A <sub>3</sub>	Светло-красная	4,49	1,63	3,02	3,21	3,56
A <sub>4</sub>	Темно-вишневая	3,42	3,30	3,99	3,60	2,89
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	2,41	4,47	4,26	2,39	3,10
A <sub>6</sub>	Темно-красная	2,90	3,48	3,20	3,10	4,68
A <sub>7</sub>	Красно-пестрая	1,18	2,03	5,60	3,33	4,61

#### Вариант 4.

Определить, влияет ли масть на удой молока (в тыс. л.) у коров бестужевской породы.

градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Вишневая	2,67	4,82	3,59	4,30	2,81
A <sub>2</sub>	Красная	2,45	1,18	4,10	3,19	2,52
A <sub>3</sub>	Светло-красная	3,32	3,0	4,37	4,0	4,01
A <sub>4</sub>	Темно-вишневая	3,15	3,85	3,10	3,53	3,38
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	3,72	2,30	3,20	3,19	4,37
A <sub>6</sub>	Темно-красная	3,85	2,88	3,37	3,13	4,32
A <sub>7</sub>	Красно-пестрая	3,38	1,90	3,17	4,01	3,33

#### Вариант 5

Определить, влияет ли масть на удой молока (в тыс. л.) у коров бестужевской породы.

градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Светло-красная	430	542	480	490	520
A <sub>2</sub>	Красно-пестрая	415	500	580	500	680
A <sub>3</sub>	Темно-красная	420	470	450	570	505
A <sub>4</sub>	Вишневая	580	530	470	500	460
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	515	595	450	480	500
A <sub>6</sub>	красная	498	465	450	496	495
A <sub>7</sub>	Темно-вишневая	520	530	440	445	460

#### Вариант 6

Определить, влияет ли масть на удой молока (в тыс. л.) у коров бестужевской породы.

градации	масть	1	2	3	4	5
A <sub>1</sub>	Светло-красная	403	485	500	525	475
A <sub>2</sub>	Красно-пестрая	500	485	460	493	515
A <sub>3</sub>	Темно-красная	480	470	510	495	427
A <sub>4</sub>	Вишневая	475	460	550	470	640
A <sub>5</sub>	Вишнево-красная	550	575	510	565	450
A <sub>6</sub>	красная	497	440	410	420	475
A <sub>7</sub>	Темно-вишневая	490	495	630	520	515

### Вариант 7

Определить долю влияния возраста (в лактациях) на жирность молока у коров черно-пестрой породы

№ коров	Лактации			
	1	2	3	4
1	3,47	3,49	3,52	3,6
2	3,49	3,52	3,68	3,7
3	3,53	3,6	3,63	3,72
4	3,36	3,53	3,58	3,6
5	3,45	3,5	3,42	3,7
6	3,62	3,7	3,4	3,5
7	3,61	3,59	3,62	3,65
8	3,69	3,65	3,64	3,63
9	3,4	3,21	3,69	3,56

### Вариант 8

Определить долю влияния возраста (в лактациях) на удой (в тыс. л.) коров бестужевской породы

№ коров	лактации			
	1	2	3	4
1	1,22	2,7	3,08	3,02
2	3,12	3,5	3,12	1,44
3	1,78	3,15	3,53	3,55
4	2,52	3,95	1,99	3,23
5	1,86	2,60	3,13	3,55
6	2,43	2,20	2,35	3,73
7	2,30	2,82	2,94	2,27
8	2,38	3,21	3,64	3,36
9	2,61	2,38	2,38	2,44
10	3,06	3,56	2,90	3,56

### Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается цель дисперсионного анализа?
2. Что называется общей, факториальной и остаточной дисперсией?
3. Какие бывают дисперсионные комплексы? Чем они характеризуются?
4. Как составляют однофакторный дисперсионный комплекс и вычисляют вспомогательные величины?
5. Какие показатели используются для оценки достоверности влияния изучаемого фактора?

## **Занятие 11 Коэффициент наследуемости ( $h^2$ ). Методы расчёта.**

**Цель занятия** — ознакомить студентов с коэффициентом наследуемости и методами его расчета.

**Задание:** Освоить технику расчета коэффициента наследуемости. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

### **Требования к организации рабочего места**

1. Занятие проводится в компьютерном классе.

2. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы Microsoft Excel.

### **Методические указания к выполнению лабораторной работы:**

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

Уровень селекционно-племенной работы и эффект отбора во многом зависят от способности отдельных животных и в целом стад и популяций передавать свои признаки потомству из поколения в поколение. Изучение связей между родственными группами животных в целях выявления доли влияния на количественный признак потомков генетического фактора было начато С. Райтом, а затем развито Р. Фишером, Д. Лашем, И. Лернером, Д. Фалькonerом. В основу их работ был положен математический метод, позволивший разработать систему генетико-математического анализа наследования и закономерностей изменчивости количественных признаков в популяциях животных и, поэтому они составляют большой раздел популяционной генетики, используемый для решения ряда вопросов селекции сельскохозяйственных животных. На основе модели, описывающей линейную связь между родственными животными Д. Лаш ввел понятие о коэффициенте наследуемости ( $h^2$ ), который оценивает долю генетического разнообразия в популяции относительно общего фенотипического разнообразия

Наиболее распространенные методы определения  $h^2$  следующие:

- $h^2 = 2 \cdot r_{DM}$ , по Райту, т. е. удвоенный коэффициент корреляции между фенотипами дочерей (Д) и их матерей (М) (или фенотипами сыновей и отцов).

Когда признак проявляется только у одного пола (молочная, яичная продуктивность), тогда используют коэффициент корреляции между матерями и потомками, но эта наследуемость только со стороны матерей. Удваивать этот показатель не следует, т.к. наследуемость со стороны каждого из двух родителей неодинакова.

- $h^2 = 2R_{DM}$ , т. е. удвоенный коэффициент регрессии между фенотипами тех же групп родственников;
- $h^2 = 4 \cdot R_{DM}$ , т. е. учетверенный коэффициент корреляции между фенотипами полусибсов (по отцу или по матери).

- $h^2 = \frac{D_{LM} - D_{XM}}{M_{LM} - M_{XM}}$ , (метод сдвигов в потомстве лучших и худших матерей);

- $h^2 = \frac{C_x}{C_y}$ , (метод дисперсионного анализа)

где  $C_x$  - дисперсия межгрупповая, обусловленная генетическим разнообразием в группах родственных особей;

$C_y$  - общая фенотипическая дисперсия признака в статистическом комплексе.

Величина  $h^2$  колеблется от 0 до 1. Чем выше величина коэффициента наследуемости, тем больше фенотипическая изменчивость признака детерминирована наследственностью. При высоком генетическом разнообразии в популяции величина  $h^2$  выше, чем при сниженном генетическом разнообразии. Последнее может быть следствием применения в стаде тесного и длительного инбридинга. Следовательно, характер подбора и структура стада оказывают влияние на величину  $h^2$  и могут или увеличивать его, или уменьшать. При высоком значении  $h^2$  эффективность селекции по фенотипу повышается. Если же

величина  $h^2$  будет низкой, то отбор потомков с учетом фенотипов родителя будет мало результативным. Уменьшение генетического разнообразия приводит к малой эффективности массовой селекции. В этом случае племенная работа должна основываться на индивидуальном отборе и подборе, анализе сочетаемости пар, применении линейного разведения и т.п.

На величину  $h^2$  оказывают влияние колебания во внешних условиях (уровень кормления, условия содержания, сезон года, возраст животного и другие). Колебания в кормлении и низкий его уровень не только снижают величину  $h^2$ , увеличивая долю паратипической изменчивости признака, но приводят к тому, что животные с разными генотипами, по-разному реагируя на условия, меняют свои ранги по уровню продуктивности. Например, при плохих условиях высокопродуктивные животные могут занять последние ранги, а менее продуктивные в благоприятных условиях при смене их на неблагоприятные иногда занимают первые ранги. Благоприятные и стабильные условия повышают коэффициент наследуемости, следовательно, увеличивается генетическая обусловленность фенотипической изменчивости признака, вследствие чего повышается эффект селекции.

**Пример:** Методом дисперсионного анализа рассчитаем коэффициент наследуемости жирнономолочности коров.

В качестве градаций однофакторного дисперсионного комплекса выступают быки-производители (Ахто, Викант и Гулант). Результирующий признак – массовая доля жира в молоке коров-дочерей.

Таблица – Дисперсионный комплекс для расчёта коэффициента наследуемости ( $h^2$ )

Мдж в молоке дочерей	Быки		
	Ахто	Викант	Гулант
1	3,94	3,6	3,88
2	4,01	3,94	3,5
3	4,11	3,49	3,54
4	3,99	3,65	3,78
5	4,01	3,75	3,65

6	4,01	3,92	3,42
7	3,35	3,48	3,65
8	3,92	3,02	3,64
9	3,93	3,3	3,46
10	3,89	2,8	3,42

Проведя дисперсионный анализ при использовании программы Microsoft Excel получаем следующие результаты:

$$h^2 = \frac{C_x}{C_y} = 1,83/2,806=0,65$$

Вывод: коэффициент наследуемости жирномолочности коров составляет 0,65, т.е. жирномолочность дочерей на 65% обусловлена влиянием на генотип дочерей генотипов быков-производителей.

Задание для самостоятельной работы:

1. Сформировать дисперсионный комплекс, используя данные ГПК.
2. С использованием программы Microsoft Excel методом дисперсионного анализа вычислить коэффициент наследуемости и сделать соответствующие выводы.



Однофакторный дисперсионный анализ

ИТОГИ				
<i>Группы</i>	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>
Столбец 1	10	39,17	3,91	0,043
Столбец 2	10	34,95	3,49	0,136
Столбец 3	10	35,94	3,59	0,023

Дисперсионный анализ							
<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Fкритическое</i>	<i>F критическое</i>
Между группами (Сх)	0,974	2	0,487	7,176	0,0031	3,35	3,35
Внутри групп (Cz)	1,832	27	0,06				
Итого (Cy)	2,806	29					

## Тема 12 Коэффициент повторяемости и его использование в селекции

**Цель:** ознакомить студентов с понятием «повторяемость», освоить методы расчёта коэффициента повторяемости и научиться применять данную величину в практической работе..

**Задание:** Освоить технику расчёта коэффициента повторяемости. Источником материала для обработки могут быть карточки и книги племенного учета, бонитировочные ведомости, государственные племенные книги, а также записанные на отдельных карточках результаты экспериментов и др.

**Задачи:** Полученные цифровые материалы необходимо уметь обрабатывать по определенной схеме и в правильной последовательности, изложенной в методических указаниях.

**Требования к организации рабочего места:** карточки племенного учёта, калькулятор, линейка, карандаш.

3. Занятие проводится в компьютерном классе.

4. Расчёты проводятся сначала с использованием калькулятора, а затем на компьютере с использованием программы MicrosoftExcel.

### Методические указания к выполнению лабораторной работы:

- Задание является индивидуальным для каждого студента
- Для её выполнения требуется 1 час аудиторного времени.
- Для выполнения работы необходимо ознакомиться с лекционным материалом и методическими указаниями по этой теме.
- После выполнения работы каждый студент сдаёт преподавателю выполненное задание

### Ход работы

Понятие «коэффициент повторяемости» обозначает повторение значений данного признака у одного и того же животного на протяжении жизни или каких-то периодов (онтогенеза, года, сезона, суток). Чем больше варьирует признак (например, удои за лактации, плодовитость в опоросах, состав молока в пробах за смежные сутки или месяцы лактации, густота или тонина шерсти на различных частях тела овец и т. д.), тем меньше будет показатель повторяемости и тем труднее оценить селекционное качество животных по разовым показателям.

Коэффициент повторяемости измеряют путем вычисления коэффициента корреляции между последовательными измерениями признака (например, между удоями коровы за все лактации). С развитием дисперсионного метода коэффициент повторяемости определяют по показателю внутригрупповой корреляции, который может быть получен при анализе простого однофакторного

комплекса, или по более сложной схеме с помощью анализа двухфакторного иерархического комплекса.

Коэффициент повторяемости позволяет решать различные вопросы генетики и селекции:

1) он служит верхним пределом коэффициента наследуемости, так как включает в себя все типы наследственности и влияние внешней среды, вызывающей варьирование признаков у особи;

2) позволяет оценивать генотипическое разнообразие в популяции (стаде, группе и т. д.);

3) с его помощью можно оценивать животное по разовым определениям селекционируемого признака, вследствие чего он пригоден для прогнозирования и ранней оценки животных;

4) по коэффициенту повторяемости можно судить, следует ли вводить поправки признака на влияние возраста, кормление и другие, или эти поправки не будут эффективны в уточнении генетического анализа; 5) коэффициент повторяемости можно использовать в качестве меры ошибки опыта.

Между коэффициентом наследуемости ( $h^2$ ) и коэффициентом повторяемости имеется определенная зависимость. Чем меньше величина коэффициента повторяемости, тем меньше величина коэффициента наследуемости, так как величина  $h^2$  зависит от того, насколько варьирует признак под влиянием внешних условий, отражающих паратипическую изменчивость. Вместе с тем величина  $h^2$  зависит от того, по скольким повторностям (например, по скольким лактациям, по скольким опоросам, по стрижкам) определяют  $r$  для данного признака. Чем больше повторных измерений вошло в обработку при вычислении  $h^2$ , тем выше достоверность оценки генотипа.

Если  $h^2$  оценивают по нескольким повторностям, то его формула приобретает такой вид:

$$h^2_x = \frac{nh^2}{1 + (n-1)r}$$

где  $n$  — число повторных измерений признака;

$h^2$ —показатель наследуемости, определенный на основании одного измерения признака;

$r$ —коэффициент повторяемости.

Проследив вариабильность признака при многократном его измерении у одного и того же животного, можно сделать вывод, что эта вариабильность (дисперсия) признака для особи (ее часто для краткости называют «дисперсия внутри особи») обусловлена меняющимися условиями, в которых так или иначе реализуется генотип данного животного. Можно предположить в качестве гипотезы, что этот генотип особи постоянен на протяжении онтогенеза. Поэтому наблюдающаяся изменчивость признака, т. е. варiances «внутри особи», обусловлена влиянием многих внешних случайных факторов.

Если выявлять варьирование признака «внутри особи» по группе животных, то это будет относиться к внутригрупповой изменчивости и на основе дисперсионного метода может быть выражено и измерено варiances от случайных факторов, т. е. через  $\sigma_z^2$ . Вместе с тем изучаемый признак по группе животных обусловлен различиями в их генотипах, что составляет межгрупповую варiances, которая в дисперсионном анализе измеряется  $\sigma_\gamma^2$  (или  $\sigma_x^2$ ).

При вычислении коэффициента постоянства пользуются дисперсионным методом, который позволяет разложить общую фенотипическую изменчивость признака на межгрупповую и внутригрупповую изменчивость и определить  $\sigma_x^2$  и  $\sigma_z^2$ ), которые входят в формулу коэффициента постоянства ( $r$ ). Но необходимо учесть, что использование дисперсионного анализа для изучения генетических вопросов основывается на более углубленном анализе варiances, которое основывается на том, что межгрупповой средний квадрат, выражаемый  $\sigma_x^2$ , имеет сложную структуру и может быть разложен на компоненты, формулы и структура которых меняются в зависимости от сложности структуры статистического комплекса. При однофакторном комплексе варьирование признака разлагается на факториальный средний квадрат (или варiances  $\sigma_x^2$ ) и случайную варiances ( $\sigma_z^2$ ).

Применительно к вопросу о вычислении показателя повторяемости для группы животных межгрупповая вариация, т. е. вариация между животными, будет разлагаться на два параметра: на вариацию факториальную (в данном случае на вариацию, обусловленную различиями в генотипах этих животных) и на вариацию случайную, которая, как уже указывалось выше, вызывается меняющимися условиями для каждой особи, в результате чего уровень признака внутри особи меняется под влиянием этих случайных факторов. Поэтому, имея в виду сложную структуру межгруппового среднего квадрата, мы определяем как бы ожидаемый средний квадрат ( $\sigma^2_b$ ), который состоит из оцениваемых параметров  $n \cdot \sigma^2_x$  и  $\sigma^2_z$ .

При вычислении коэффициента постоянства ( $r$ ) используется именно такой ожидаемый средний квадрат ( $\sigma^2_b$ ), который разлагается на параметры  $n \cdot \sigma^2_x$  и  $\sigma^2_z$ .

Формула коэффициента постоянства  $r$  используется следующая:

$$r = \frac{\sigma^2_b}{\sigma^2_u + \sigma^2_z} \quad \text{где} \quad \sigma^2_b = \frac{\sigma^2_u - \sigma^2_z}{n_0}$$

т. е.  $\sigma^2_b$  является разницей между групповой вариацией ( $\sigma^2_x$ ) и вариацией внутригрупповой ( $\sigma^2_z$ ), отнесенной к среднему числу измерений ( $n$ ) данного признака, вычисленного по всем повторным измерениям у всех членов совокупности.

Величину  $n_0$  определяют по формуле:

$$n_0 = \frac{1}{l_x - 1} \left( \sum n_i - \frac{\sum n_i^2}{\sum n_i} \right)$$

где  $l_x$  — число особей, составляющих градации однофакторного комплекса, образованного из животных, у которых было взято разное число измерений признака;

$n_i$  — число измерений признака по каждому животному.

Величина  $\sigma^2_z$  в формуле коэффициента повторяемости представляет вариацию признака, вызванную случайными факторами по всем животным, вошедшим в комплекс..

Данные по каждой матке приведены в таблицах статистического однофакторного комплекса, в котором проведена обработка, необходимая для получения дисперсии. Градациями комплекса будут свиноматки; варьирующий признак (V) — плодовитость в каждом опоросе.

Таблица - Дисперсионный комплекс для вычисления коэффициента повторяемости плодовитости свиноматок

Свиноматка показатель	Плодовитость маток по опоросам					g=l <sub>x</sub> =5
	1	2	3	4	5	
v	9,10,10,11, 10,11	8,9,10,9,1 0,9,8,9	10,10,11, 12,10	9,9,10,9,1 1,10,9,8,8, 8	11,1,12, 10,10,1 0	
Σv	61	72	53	91	64	ΣΣv=341
n <sub>i</sub>	6	8	5	10	6	N=35
n <sub>i</sub> <sup>2</sup>	36	64	25	100	36	Σn <sub>i</sub> <sup>2</sup> =261
Σv <sup>2</sup>	623	652	566	837	686	ΣΣv <sup>2</sup> =3363
$H_1 = \frac{(\sum v)^2}{n}$	$\frac{61^2}{6} = 620,1$	648	561,6	828,1	682,8	ΣH <sub>1</sub> =3340, 7

$$H_{\Sigma} = \frac{(\sum \sum v)^2}{N} = \frac{341^2}{35} = \frac{116281}{35} = 3322,3$$

Находим дисперсии:

$$C_x = \sum H_1 - H_{\Sigma} = 3340,7 - 3322,3 = 18,4$$

$$C_z = \sum \sum v^2 - \sum H_1 = 3363 - 3340,7 = 22,3.$$

$$C_y = \sum \sum v^2 - H_{\Sigma} = 3363 - 3322,3 = 40,7$$

$$n_0 = \frac{1}{5-1} (35 - \frac{261}{35}) = \frac{1}{4} (35 - 7,45) = 6,9 \text{ опоросов}$$

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma_q^2 - \sigma_{\pi}^2}{n_0} = \frac{4,6 - 0,743}{6,9} = \frac{3,857}{6,9} = 0,559$$

$\sigma_b^2$  означает дисперсию между свиноматками, обусловленную различиями в их генотипах и различиями внешней среды.

Находим коэффициент повторяемости:

$$r = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_u^2 + \sigma_z^2} = \frac{0,559}{0,559 + 0,743} = \frac{0,559}{1,302} = 0,429$$

Если бы различия в плодовитости свиноматок определялись только генотипическими особенностями животных, а влияния внешних факторов были бы одинаковы для всех особей группы, то величина коэффициента наследуемости была равна коэффициенту повторяемости, т. е.  $h^2=r$ . Но так как на каждую свиноматку оказывали влияние внешние условия, которые не совпадали с условиями, влияющими на других маток, то величина  $h^2$  будет меньше величины  $r$ , который служит верхним пределом  $h^2$ .

Коэффициент повторяемости может быть использован для ранней оценки животных, так как чем больше коэффициент повторяемости, тем более устойчивы показатели данного признака. Поэтому по величине признака, полученной в более раннем возрасте, можно уже прогнозировать будущую продуктивность животного, полагая, что при большом постоянстве признака он и при последующих измерениях будет близок к тому, что получено по первому (или первым) его измерению.

Определяем достоверность межгрупповых различий, т. е. различий между плодовитостью свиноматок, используя критерий достоверности Фишера:

$$F_x = \frac{\sigma_q^2}{\sigma_y^2} = \frac{4,6}{0,743} = 6,2$$

По таблице (см. приложение 1) при  $v_1=v_x=4$  и  $v_z=30$  значение  $F_{0,999}=6,1$ . Следовательно, межгрупповые различия высоко достоверны ( $P=0,999$ ).

### Задания для самостоятельной работы

**Вариант 1.** Определить коэффициент повторяемости удоя 10 коров бестужевской породы (удой в тоннах)

лакта ции	Порядковые номера коров									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,22	3,12	2,43	2,32	2,86	3,36	4,32	2,62	1,19	3,05
2	2,17	3,05	2,20	3,20	3,60	4,12	3,34	3,08	2,35	2,41
3	3,08	3,12	2,35	3,85	4,46	3,40	4,48	3,06	2,12	2,28
4	3,02	1,44	3,73	3,83	4,30	3,42	3,75	3,56	2,51	2,88
5	3,36	-	4,18	4,01	3,49	4,75	-	4,76	3,12	2,80
6	3,05	-	3,20	-	3,96	4,69	-	2,94	2,78	2,59

**Вариант 2.** Определить коэффициент повторяемости удоя коров симментальской породы (удой в тоннах)

лакта ции	Порядковые номера коров									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2,86	3,16	2,58	2,35	2,12	2,41	1,23	2,70	2,46	2,66
2	2,15	3,61	4,42	3,08	2,33	4,61	3,06	2,78	2,83	3,48
3	2,95	3,49	5,20	3,28	3,20	4,90	4,06	2,98	2,51	4,64
4	4,36	4,83	5,87	4,55	5,31	3,64	4,79	4,7	3,93	5,48
5	4,37	5,37	6,1	4,48	5,43	4,18	3,68	5,19	4,43	4,11

**Вариант 3.** Определить коэффициент повторяемости массовой доли жира в молоке коров чёрно-пёстрой породы (%)

лактации	Порядковые номера коров							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3,5	4,3	3,8	4,1	3,6	4,6	4,1	4,3
2	4,2	4,8	4,3	4,1	3,5	4,5	4,2	4,5
3	3,7	4,2	3,7	4,0	3,2	4,4	4,0	4,2
4	3,9	4,2	3,7	4,1	3,2	4,9	4,6	4,4
5	4,1	4,2	4,0	4,3	3,3	4,7	4,2	4,4

**Вариант 4.** Определить коэффициент повторяемости массовой доли жира в молоке коров бестужевской породы (%)

лакта ции	Порядковые номера коров									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3,8	3,84	3,82	3,84	3,94	3,74	4,04	3,98	3,88	3,42
2	3,92	3,72	3,77	4,0	3,89	3,51	3,83	3,84	3,9	3,83
3	3,8	3,9	4,1	3,5	3,98	3,74	4,16	4,95	3,66	3,74
4	3,52	3,94	3,78	3,7	4,0	3,64	3,9	4,05	3,5	3,85

**Вариант 5.** Определить коэффициент повторяемости удоя коров чёрно-пёстрой породы (удой в тоннах)

лакта ции	Порядковые номера коров									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4,84	5,21	3,65	5,21	4,73	5,25	5,02	4,43	5,01	4,91
2	6,43	6,27	4,47	7,58	4,99	7,79	6,49	5,35	5,22	5,72



3	7,41	5,17	4,66	6,43	6,74	8,16	5,62	6,09	6,99	6,79
4	6,55	7,86	5,74	6,65	5,76	6,63	5,18	6,45	5,03	6,92
5	7,04	6,63	5,01	6,57	6,77	6,39	5,85	7,35	7,45	6,26

### Контрольные вопросы

1. Что означает понятие «коэффициент повторяемости»?
2. Для каких практических целей в селекции может быть применён коэффициент повторяемости?
3. Какая существует взаимосвязь между коэффициентом наследуемости и коэффициентом повторяемости?
4. Перечислите основные вспомогательные величины для вычисления коэффициента повторяемости методом дисперсионного анализа.

### Библиографический список

1. Бакай, А.В. Генетика [Текст]: учебник/ А.В Бакай, И.И. Кочиш, Г.Г Скрипиченко.- Москва:КолосС, 2006. – 448 с.
2. Биометрия в MS Excel : учебное пособие для вузов / Е. Я. Лебедько, А. М. Хохлов, Д. И. Барановский, О. М. Гетманец. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 172 с. — ISBN 978-5-507-44764-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/242864>
3. Инге-Вечтомов, С.Г. Генетика с основами селекции [Текст]: учебник/С.Г. Инге-Вечтомов.- Санкт-Петербург:Н-Л, 2010. – 720 с.
4. Карманова, Е.П. Практикум по генетике [Текст]: учебное пособие/ Е.П. Карманова А.Е. Бологов.- Петрозаводск, 2004. -200с.
5. Кадиев, А. К. Генетика. Наследственность и изменчивость и закономерности их реализации : учебное пособие / А. К. Кадиев. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. -332 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130187>.
6. Петухов, Л.В. Генетика [Текст]: учебник/ Л.В. Петухов, О.С. Короткевич, С.Ж. Стамбеков. – 2-е изд. - Новосибирск: СемГПИ, 2007. - 628 с.