МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра цифровых технологий и
прикладной информатики

ОСНОВЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям и самостоятельной работе
«Теоретические основы информатики»

для всех направлении подготовки

Квалификация (степень) выпускника
бакалавр

Уфа 2023

Рекомендовано к изданию методической комиссией экономического факультета (протокол № 7 от 23.03.2023 г.)

Составитель:
доцент, к.с.-х.н. Басыров А.Р., ст. преподаватель Прокофьева С.В.

Рецензент: ст. преподаватель Прокофьева С.В.

Ответственный за выпуск: зав. кафедрой ЦТПИ, д.т.н., Беляева А.С.

г.Уфа, БГАУ, Кафедра цифровых технологий и прикладной информатики

Содержание

Практическая работа 1
Системы счисления. Арифметические операции в различных системах счисления

Цель занятия

Сформировать у обучающихся понятия системы счисления, основания системы счисления и правил перевода чисел из одной системы счисления в другую.

Задачи занятия

Научиться переводить числа из одной системы счисления в другую, выполнять арифметические операции в различных системах счисления.

1 Основные положения

Системой счисления (СС) называется способ представления чисел посредством цифровых знаков. В качестве цифровых знаков используются арабские и римские цифры.

СС делятся на *позиционные* и *непозиционные*. В позиционных СС значение цифры зависит от ее положения в числе, а в непозиционных - не зависит. Примером непозиционной СС может служить римская. В качестве цифр в ней используются: I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000) и т.д. Значение цифры не зависит от ее положения в числе. Например, в числе XXXII (32) X встречается трижды и в каждом случае обозначает одну и ту же величину – число 10.

1.1 Позиционные системы счисления

Количество (*p*) различных символов, используемых для изображения числа в позиционной системе счисления, называется *основанием системы счисления*.

Основание показывает, во сколько раз изменяется количественное значение цифры при перемещении ее в младший или старший разряд.

Набор символов, используемый для обозначения цифр, называется *алфавитом*.

Так, например, алфавит двоичной системы счисления содержит всего два символа: 0 и 1, а алфавит шестнадцатеричной системы – 16 символов: десять арабских цифр и шесть латинских букв (0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

Любое число N в позиционной системе счисления можно представить в следующем виде:

$$Np=\pm(a_{k-1}\cdot p^{k-1}+a_{k-2}\cdot p^{k-2}+...+a_0\cdot p^0+a_{-1}\cdot p^{-1}+...+a_{-m}\cdot p^{-m})$$

Такой вид записи числа называют *развернутой формой записи числа*,

где p – основание системы счисления;

a_i – цифры, принадлежащие алфавиту данной системы счисления;

k – количество разрядов в целой части числа;

m – количество разрядов в дробной части числа.

Нижние индексы определяют местоположение цифры в числе (разряд):

- положительные значения индексов – для целой части числа;
- отрицательные значения индексов – для дробной части числа.

Основанием позиционной системы счисления может быть любое натуральное число (например, 5, 21, 37). Во избежание путаницы справа от числа нижним индексом приписывают основание: 101101_2, 367_8, $3B8A_{16}$, $3AO_{37}$.

1.1.1Десятичная система счисления

Основание: p=10.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичная система счисления наиболее распространенная система счисления. Используется при повседневном счете. Для записи чисел используются арабские цифры (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Число в десятичной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания (в данном случае 10), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Пример:

$765{,}345_{10}=7\cdot10^2+6\cdot10^1+5\cdot10^0+3\cdot10^{-1}+4\cdot10^{-2}+5\cdot10^{-3}$

1.1.2 Двоичная система счисления

Основание: p=2.

Алфавит: 0, 1.

Двоичную систему счисления широко применяют в вычислительной технике. К ее достоинствам относят:

- возможность использования наиболее простой элементной базы микроэлектроники – всего с двумя устойчивыми состояниями;
- возможность использования аппарата булевой алгебры для выполнения логических преобразований информации;
- возможность использования простейших правил арифметики.

Основной недостаток двоичной системы – быстрый рост количества разрядов, необходимых для записи чисел. По этой, а также по некоторым другим причинам в вычислительной технике, кроме двоичной, применяются также восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления.

Число в двоичной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания (в данном случае 2), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Пример:

$1011{,}01_2=1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0+0\cdot2^{-1}+1\cdot2^{-2}$

1.1.3 Восьмеричная система счисления

Основание: p=8.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Восьмеричная система чаще всего используется в областях, связанных с цифровыми устройствами. Характеризуется лёгким переводом восьмеричных чисел в двоичные и обратно, путём замены восьмеричных чисел на триады (группы по 3 разряда) двоичных. Ранее широко использовалась в программировании и вообще компьютерной документации, однако в настоящее время почти полностью вытеснена шестнадцатеричной.

Число в восьмеричной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания (в данном случае 8), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Пример:

$567{,}12_8=5\cdot8^2+6\cdot8^1+7\cdot8^0+1\cdot8^{-1}+2\cdot8^{-2}$

1.1.4 Шестнадцатеричная система счисления

Основание: p=16.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Здесь только десять цифр из шестнадцати имеют общепринятое обозначение 0, 1, ..., 9. Для записи остальных цифр (10,11,12,13,14 и 15) обычно используются первые шесть букв латинского алфавита.

Шестнадцатеричная система счисления, на сегодняшний день является наиболее популярным средством компактной записи двоичных чисел. Очень широко используется при разработке и проектировании цифровой техники.

Число в шестнадцатеричной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания (в данном случае 16), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Пример:

$10FC_{16}=1\cdot16^3+0\cdot16^2+F\cdot16^1+C\cdot16^0$

Помимо рассмотренных выше позиционных систем счисления, существуют и другие, например:

- троичная (0, 1, 2);
- пятеричная (0, 1, 2, 3, 4)
- двенадцатеричная (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B)
- тринадцатеричная (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C).

1.2 Переводы чисел в позиционных системах

1.2.1 Перевод числа из произвольной позиционной системы счисления в десятичную

Если все слагаемые **в развернутой форме** недесятичного числа представить в десятичной системе и вычислить полученное выражение по правилам десятичной арифметики, то получится число в десятичной системе, равное данному. По этому принципу производится перевод чисел из недесятичной системы в десятичную систему счисления.

Познакомимся с общими правилами перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую на нескольких примерах.

Пример:

1) Представим двоичное число $10110,101_2$в виде суммы слагаемых, а затем произведем их сложение:

$10110,101_2=1\cdot2^4+0\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot2^0+1\cdot2^{-1}+0\cdot2^{-2}+1\cdot2^{-3}==16+0+4+2+0+0,5+0+0,125=22,625_{10}$

Таким образом, 10110,1012=$22,625_{10}$

2) Представим шестнадцатеричное число $5D8,AC_{16}$ в виде суммы слагаемых, а затем произведем их сложение:

$5D8,AC_{16}=5\cdot16^2+13\cdot16^1+8\cdot16^0+10\cdot16^{-1}+12\cdot16^{-2}=1280+208+8+0,625+0,046875=1496,67187510$

Таким образом, 5D8,AC16=1496,67187510

3) Вычислим сумму чисел $2F_{16}$, 232_4 и 53_8, представив результат в десятичной системе счисления.

Переведем все числа в десятичную систему счисления, и сложим их:

$2F_{16}=2\cdot16^1+15\cdot16^0=32+15=47_{10}$

$232_4=2\cdot4^2+3\cdot4^1+2\cdot4^0=32+12+2=46_{10}$

$53_8=5\cdot8^1+3\cdot8^0=40+3=43_{10}$

$47_{10}+46_{10}+43_{10}=136_{10}$

Таким образом, $2F_{16}+232_4+53_8=136_{10}$

1.2.2 Перевод числа из десятичной системы счисления в другую позиционную систему

Представим десятичное число в общем виде *N*,*M*, где *N* – целая часть числа, а *M* – его дробная часть. Для перевода десятичного числа в позиционную систему счисления с основанием *p* необходимо воспользоваться двумя правилами: одно определяет технологию перевода целой части числа, а другое – дробной части.

Правило перевода целой части числа состоит из следующих этапов:

- число N делится на новое основание *p*;
- полученный остаток запоминается или записывается (это будет цифра младшего разряда);
- целая часть полученного частного снова делится на *p*;
- опять запоминаем полученный остаток (это будет цифра следующего разряда) и т. д.

Такое последовательное деление продолжается до тех пор, пока целая часть частного не окажется меньше, чем основание системы счисления *p*. Эта последняя целая часть частного будет цифрой старшего разряда. Результат формируется путем последовательной записи слева направо цифры старшего разряда и всех записанных остатков в порядке, обратном их получению.

Правило перевода дробной части числа состоит из следующих этапов:

- дробная часть числа умножается на основание *p*;

- запоминается или записывается цифра результата, переносимая в целую часть;

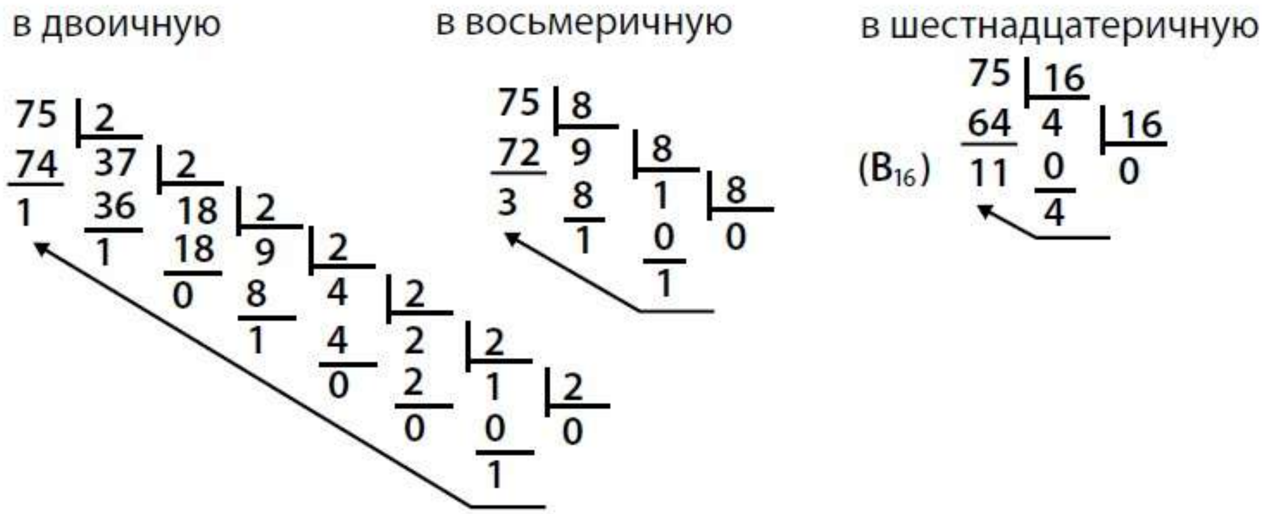
- оставшаяся дробная часть числа умножается на основание *p*;

- снова фиксируется цифра результата, переносимая в целую часть, и т. д.

Такое последовательное умножение продолжается до тех пор, пока в дробной части не будет получен ноль или достигнута требуемая точность, например 5 знаков после запятой. Результат формируется в виде последовательной записи зафиксированных цифр переносов в целую часть в том порядке, в котором они были получены.

Пример:

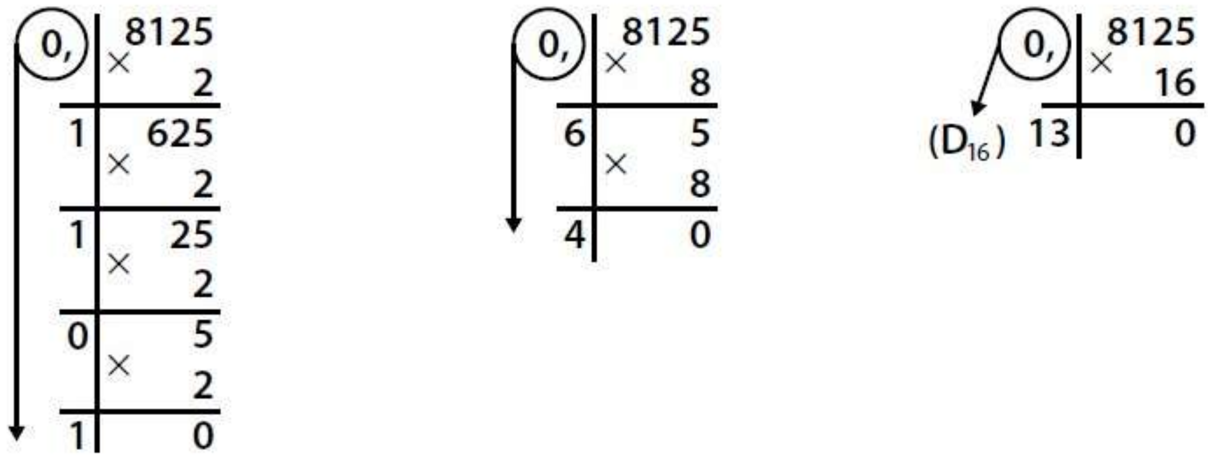
1) Переведем число 75 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную**:**



Замечание: остаток 11_{10}записывается шестнадцатеричной цифрой B_{16}.

Ответ: 75_{10}=1001011_2=113_8=$4B_{16}$

2) Переведем число 0,8125 из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную**:**



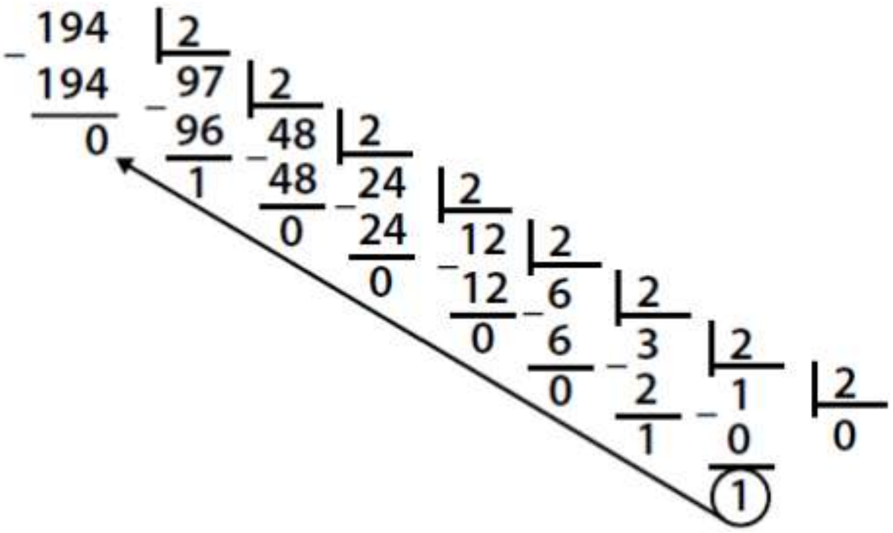
Замечание: число 13_{10} записывается шестнадцатеричной цифрой D_{16}.

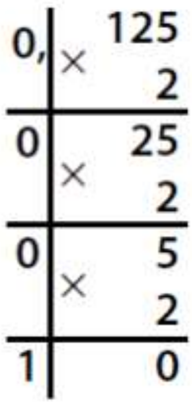
Ответ: $0{,}8125_{10}=0{,}1101_2=0{,}64_8=0{,}D_{16}$

Для чисел, имеющих как целую, так и дробную части, перевод из десятичной системы счисления в другую осуществляется отдельно для целой и дробной частей по правилам, указанным выше. Необходимо отдельно преобразовать целую и дробную части числа и соединить их через запятую.

Пример:

Переведем число 194,125 из десятичной системы в двоичную:





Ответ: $194{,}125_{10}=11000010{,}001_2$

1.2.3 Перевод чисел из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную и обратно

Наряду с двоичной системой счисления в компьютере используются еще две – восьмеричная и шестнадцатеричная. Восьмеричную и шестнадцатеричную системы называют *родственными* двоичной, поскольку их основания являются степенями числа 2. Родственными, к примеру, являются системы с основаниями 3 и 9.

Перевод чисел внутри родственных систем (в частности, с основаниями 2, 8 и 16) упрощен, поскольку все цифры алфавита для систем с большим основанием можно представить совокупностью цифр системы с наименьшим основанием.

Для этого удобно использовать таблицу соотношений чисел в системах счисления с основаниями 10, 2, 8 и 16 (таблица 1).

Таблица 1 – Родственный системы счисления

Основание системы счисления			
10	**2**	**8**	**16**
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

Из таблицы видно, что все восьмеричные цифры (от 0 до 7) можно записать при помощи трех двоичных разрядов. На этом основан быстрый перевод из восьмеричной системы в двоичную и наоборот.

<u>Для перевода восьмеричного числа в двоичное</u> достаточно каждую цифру этого числа заменить двоичной **триадой** (три разряда) в соответствии с таблицей (если нужно, слева дописывается дополнительный ноль).

Пример:

$734{,}46_8 = 111011100{,}100110_2$

<u>Для перевода двоичного числа в восьмеричное</u> следует воспользоваться следующим алгоритмом:

- разделить целую часть числа на триады от младших разрядов к старшим (влево от запятой);

- разделить дробную часть на триады в обратном направлении (вправо от запятой);

- заменить каждую триаду двоичных чисел соответствующей восьмеричной цифрой по таблице, предложенной выше;

- недостающие до триады позиции заполнить незначащими нулями.

Пример:

$1010{,}11111_2=001010{,}111110_2=12{,}76_8$

Подобным свойством обладают и шестнадцатеричные цифры. Все шестнадцатеричные цифры (от 0 до F) можно записать при помощи четырех двоичных разрядов (**тетрады**) (см. таблицу выше).

Пример:

$A0{,}F8_{16}=10100000{,}11111000_2$

$10101001{,}10111_2=10101001{,}10111000_2=A9{,}B8_{16}$

Поразрядные способы перевода чисел можно использовать для сокращения действий при переводе числа, например, из десятичной системы в двоичную. Для этого целое число делением (дробное – умножением) сначала переводят в восьмеричную систему, а затем из восьмеричной системы поразрядно в двоичную систему.

Если в качестве промежуточной системы использовать двоичную, то существенно упрощается перевод из восьмеричной системы в шестнадцатеричную и обратно. Это показано в следующем примере.

Пример:

Дано: $A_8=275{,}03_4$. **Найти:** A_{16}

Решение:

$A_8=275{,}034$

$A_2=010111101{,}000011100$

$A_2=10111101{,}00001110$

$A_{16}=BD{,}0E$

Ответ: $A_{16}=BD{,}0E$

1.3 Арифметические операции в позиционных системах счисления

Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же хорошо известным правилам.

Правила выполнения арифметических операций в десятичной системе хорошо известны – это сложение, вычитание, умножение столбиком и деление уголком. Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления. Только таблицами сложения и умножения надо пользоваться особыми для каждой системы.

Таблицы **сложения** в любой позиционной системе счисления легко составить, используя правило счета:

Если сумма складываемых цифр больше или равна основанию системы счисления, то единица переносится в следующий слева разряд.

Таблица сложения в двоичной системе:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица сложения в восьмеричной системе:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Пример:

1) Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Решение. Переведем числа 15 и 6 в двоичную и восьмеричную системы счисления и выполним сложение, используя таблицы сложения.

Десятичная: $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 15 \\ +\ \ 6 \\ \hline 21 \end{array}$$

5+6=11=10+1

1+1=2

Двоичная: $11111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} {}^{111} \\ 1111 \\ +\ 0110 \\ \hline 10101 \end{array}$$

1+0=1

1+1=2=10

1+1+1=3=11

1+1=2=10

Восьмеричная: $17_8 + 6_8$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 17 \\ +\ \ 6 \\ \hline 25 \end{array}$$

7+6=13=8+5

1+1=2

Ответ: $15+6=21_{10}=10101_2=25_8$

2) Вычислим сумму чисел 43_8 и 56_{16}. Результат представим в восьмеричной системе счисления.

Решение: переведем число 56_{16} в восьмеричную систему счисления, используя поразрядный способ перевода разложением на тэтрады и триады:

$$
\begin{array}{ccc}
56_{16} = & 5 & 6 \\
 & \downarrow & \downarrow \\
x = & 101 & 0110
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccc}
a_2 = & 1 & 010 & 110 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
a_8 = & 1 & 2 & 6
\end{array}
$$

Пользуясь правилами сложения в восьмеричной системе счисления, получаем:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 1} \\
43_8 \\
+\,126_8 \\
\hline
171_8
\end{array}
$$

$3 + 6 = 9 = 8 + 1$

Ответ: $43_8 + 56_{16} = 171_8$

Вычитание осуществляется по тем же правилам, что и в десятичной системе счисления.

При вычитании из меньшего числа большего производится заем из старшего разряда.

Пример:

Вычислим разность X−Y двоичных чисел, если $X=1010100_2$ и $Y=1000010_2$. Результат представим в двоичном виде.

Решение:

$$
\begin{array}{r}
1010100 \\
-\,1000010 \\
\hline
10010
\end{array}
$$

0 –0=0
10–1=1
0–0=0
0–0=0
1–0=1
0–0=0
1–1=0

Ответ: 10010_2

Выполняя **умножение** многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

Таблица умножения в двоичной системе:

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Таблица умножения в восьмеричной системе:

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	12	13
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	11	25	34	43	52	61

Умножение многоразрядных чисел в различных позиционных системах счисления происходит по обычной схеме, применяемой в десятичной системе счисления, с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя.

Пример:

Перемножим числа 15 и 12.

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная:
$15_{10} \cdot 12_{10}$	$1111_2 \cdot 1100_2$	$18_8 \cdot 14_8$

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 15 \\ 12 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 30 \\ 15 \end{array} \\ \hline 180 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 1111 \\ 1100 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 1111 \\ 1111 \end{array} \\ \hline 10110100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 17 \\ 14 \end{array} \\ \hline + \begin{array}{r} 74 \\ 17 \end{array} \\ \hline 264 \end{array}$$

Ответ: $15 \cdot 12 = 180_{10} = 10110100_2 = 264_8$

При выполнении любых арифметических операций над числами, представленными в разных системах счисления, следует предварительно перевести их в одну и ту же систему.

2 Содержание работы

2.1 Перевести числа из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную, а затем проверить результаты, выполнив обратные переводы:

а) 125_{10}; б)229_{10}; в) 88_{10}; г) $37{,}25_{10}$; д) $206{,}125_{10}$.

2.2 Перевести числа из двоичной системы в восьмеричную и шестнадцатеричную, а затем проверить результаты, выполнив обратные переводы:

а) $100111111011101,11_2$; в) $101111111101,111_2$; д) $1011110011,10011_2$;б) $10111001101100,111_2$; г) $11101010111011,101_2$; е) $1100010101,11001_2$.

2.3 Перевести в двоичную и восьмеричную системы шестнадцатеричные числа:

а) $2CE_{]6}$; б) $9F40_{16}$; в) $ABCDE_{16}$; г) $1010,101_{16}$; д) $1ABC,9D_{16}$.

2.4 Выписать целые числа:

а) от 101101_2 до 110000_2 в двоичной системе;

б) от 202_3 до 1000_3 в троичной системе;

в) от 14_8до 20_8 в восьмеричной системе;

г) от 28_{16} до 30_{16} в шестнадцатеричной системе.

2.5 Сложить числа, а затем проверить результаты, выполнив соответствующие десятичные сложения:

а) 1011101_2 и 1110111_2; д) 37_8 и 75_8; и) A_{16} и F_{16}

б) $1011,101_2$ и $101,011_2$; е) 165_8 и 37_8; к) 19_{16} и C_{16}

в) $1011_2,11_2$ и $111,1_2$; ж) $7,5_8$ и $14,6_8$; л) A,B_{16} и E,F_{16}

г) $1011_2,11,1_2$ и 111_2; з) $6_8,17_8$ и7_8; м)E_{16} , F_{16} и 9_{16}

2.6 В какой системе счисления выполнены следующие сложения? Найти основания каждой системы:

а) $\begin{array}{r} 98 \\ +89 \\ \hline 121 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} 1345 \\ +2178 \\ \hline 3523 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} 10101 \\ +1111 \\ 1011 \\ \hline 20000 \end{array}$ г) $\begin{array}{r} 765 \\ +576 \\ 677 \\ \hline 2462 \end{array}$ д) $\begin{array}{r} 98 \\ +56 \\ 79 \\ \hline 167 \end{array}$

2.7 Вычесть:

а) 111_2 из 10100_2; д) 15_8 из 20_8 ; и) $1A_{16}$ из 31_{16}

б) $10,11_2$ из $100,1_2$; е) 47_8 из 102_8 ; к) $F9E_{16}$ из $2A30_{16}$

в) $111,1_2$ из 10010_2; ж) $56,7_8$ из 101_8 ; л) D,l_{16} из $B,92_{16}$

г) 10001_2 из $1110,11_2$; з) $16,54_8$ из $30,01_8$; м) ABC_{16} из 5678_{16}.

2.8 Перемножить числа, а затем проверить результаты, выполнив соответствующие десятичные умножения:

а) 101101_2 и 101_2; д) 37_8 и 4_8;

б) 111101_2 и $11,01_2$; е) 16_8 и 7_8;

в) $1011,11_2$ и $101,1_2$; ж) $7,5_8$ и $1,6_8$;

г) 10001_2 и $1111,001_2$; з) $6,25_8$ и $7,12_8$.

2.9 Разделить 10010110_2 на 1010_2 и проверить результат, умножая делитель на частное.

2.10 Разделить 10011010100_2 на 1100_2 и затем выполнить соответствующее десятичное и восьмеричное деление.

2.11 Вычислить значение выражения:

а) $256_8+10110,1_2$ -(60_8+12_{10})-$lF_{]6}$;

б) $1AD_{]6}$-100101100_2: 1010_2 + 217_8;

в) 1010_{10} + $(106_{16}$- $11011101_2)$ - 12_8;

г) 1011_2 • 1100_2: 14_8 + $(100000_2$-$40_8)$.

2.12 Расположить следующие числа в порядке возрастания:

а) 74_8, 110010_2, 70_{10}, 38_{16};

б) $6E_{16}$, 142_8, 1101001_2, 100_{10};

в) 777_8, 101111111_2, $2FF_{16}$, 500_{10};

г) 100_{10}, 1100000_2, 60_{16}, 141_8.

2.13 В какой системе счисления справедливо равенство:

а) 20 + 25 = 100; б) 22 + 44 = 110?

2.14 Десятичное число 59 эквивалентно числу 214 в некоторой другой системе счисления. Найти основание этой системы.

3 Контрольные вопросы

1. Что называется системой счисления?
2. На какие два типа можно разделить все системы счисления?
3. Чем отличаются позиционные системы счисления от непозиционных?
4. Представьте число $2018,19_{10}$ в развернутой форме.
5. Чему в десятичной системе счисления равны следующие числа, записанные римскими цифрами: а) XI; б) LX; в) MDX?
6. Что такое алфавит системы счисления?
7. Что называется основанием системы счисления?
8. Какие системы счисления применяются в вычислительной технике для представления информации?
9. Какое количество цифр используется в q-ричной системе счисления?
10. Каково наименьшее основание для позиционной системе счисления?
11. Что общего у двоичной и десятичной систем счисления и чем они отличаются?
12. Охарактеризуйте двоичную систему счисления: алфавит, основание системы счисления, запись числа.
13. Дайте характеристику шестнадцатеричной системе счисления: алфавит, основание, запись чисел. Приведите примеры записи чисел.
14. Для чего используется шестнадцатеричная система счисления?
15. Какого наименьшее основание системы счисления в которой может быть записано число 2012; 1234; 578; 69B?
16. Сформулируйте правила перевода чисел из системы счисления с основанием *n* в десятичную систему счисления.

17. Сформулируйте правила перевода чисел из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием *n*.

18. Для чего используются родственные системы счисления?

19. Поясните правило преобразования из двоичной системы счисления в десятичную.

20. В каких случаях преобразование десятичной дроби в двоичную может быть выполнено за конечное число шагов и почему?

21. По каким правилам выполняется сложение двух положительных целых чисел в двоичной системе счисления? Приведите пример.

22. По каким правилам выполняется вычитание двух положительных целых чисел в двоичной системе счисления? Приведите пример.

23. По каким правилам выполняется умножение двух положительных целых чисел в двоичной системе счисления? Приведите пример.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Акулов, О. А. Информатика: базовый курс [Текст]: учебник/ О.А. Акулов, Н. В. Медведев. - 6-е изд. - М.: Омега-Л, 2009. - 574 с.
2. Каймин, В. А. Информатика [Текст]: учебник / В. А. Каймин. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 284 с.
3. Симонович, С.В. Информатика. Базовый курс [Текст]: учебное пособие/ ред. С. В. Симонович. - М.; СПб.; Нижний Новгород: Питер, 2011. - 637 с.
4. Могилев, А. В. Информатика [Текст]: учеб. пособие/ А.В. Могилев; под ред. Е. К. Хеннера - 6-е изд., стер. - М.: Академия, 2008. - 841 с.
5. Могилев, А. В. Практикум по информатике [Текст]: учеб. пособие / А.В. Могилев; под ред. Е. К. Хеннера. - 4-е изд., стер. - М.: Академия, 2008. - 607 с.
6. Информатика и ИКТ. Базовый уровень / Под ред. проф. Н. В. Макаровой. - СПб.: Лидер, 2009, стр. 39
7. Угринович Н. Д. Информатика и ИКТ. Профильный уровень : учебник / Н. Д. Угринович. - 3-е изд. испр. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008, стр. 125-128

Практическая работа 2
Измерение количества информации

Цель занятия

Изучение мер и единиц количества и объема информации.

Задачи занятия

Научиться определять объем информации, представленной в различном виде (текстовая, графическая, числовая).

1 Общие сведения

1.1 Алфавитный подход к измерению информации

Алфавитный (объёмный) подход к измерению информации позволяет определить количество информации, заключенной в тексте, записанном с помощью некоторого алфавита.

Алфавит - множество используемых символов в языке.

Обычно под алфавитом понимают не только буквы, но и цифры, знаки препинания и пробел.

Мощность алфавита (N) - количество символов, используемых в алфавите.

Например, мощность алфавита из русских букв равна 32 (буква ё обычно не используется).

Если допустить, что все символы алфавита встречаются в тексте с одинаковой частотой (равновероятно), то количество информации, которое несет каждый символ, вычисляется **по формуле Хартли**:

$i = \log_2 N$, где N – мощность алфавита.

Формула Хартли задает связь между количеством возможных событий N и количеством информации i:

$$N = 2^i$$

Для двоичного представления текстов в компьютере чаще всего используется равномерный восьмиразрядный код. С его помощью можно закодировать алфавит из 256 символов, поскольку $256=2^8$.

В стандартную кодовую таблицу (например, ASCII) помещаются все необходимые символы: английские и русские прописные и строчные буквы, цифры, знаки препинания, знаки арифметических операций, всевозможные скобки и пр.

В двоичном коде один двоичный разряд несет одну единицу информации, которая называется 1 бит.

Например, в 2-символьном алфавите каждый символ «весит» 1 бит ($\log_2 2=1$); в 4-символьном алфавите каждый символ несет 2 бита информации ($\log_2 4=2$); в 8-символьном - 3 бита ($\log_2 8=3$) и т. д.

Один символ из алфавита мощностью 256 (2^8) несет в тексте 8 битов информации. Такое количество информации называется *байтом*.

1 байт =8 битов

Информационный объем текста в памяти компьютера измеряется в байтах. Он равен количеству знаков в записи текста.

Для измерения информации используются и более крупные единицы:

Название единицы измерения	Численная величина в байтах	Точное количество байтов
Килобайт (Кбайт)	2^{10}	1024 байт
Мегабайт (Мбайт)	2^{20}	1024 килобайт
Гигабайт (Гбайт)	2^{30}	1024 мегабайт
Терабайт (Тбайт)	2^{40}	1024 гигабайт
Петабайт (Пбайт)	2^{50}	1024 терабайт
Эксабайт (Эбайт)	2^{60}	1024 петабайт
Зеттабайт (Збайт)	2^{70}	1024 эксабайт
Йоттабайт (Йбайт)	2^{80}	1024 зеттабайт

Единицы измерения количества информации, в названии которых есть приставки «кило», «мега» и т. д., с точки зрения теории измерений не являются корректными, поскольку эти приставки используются в метрической системе мер, в которой в качестве множителей кратных единиц используется коэффициент 10, где n=3,6,9 и т. д.

Если весь текст состоит из K символов, то при алфавитном подходе объём V содержащейся в нем информации равен:

$V = K \times i$, где i – информационный вес одного символа в используемом алфавите.

Зная, что $i = \log_2 N$, данную выше формулу можно представить в другом виде: если количество символов алфавита равно N, а количество символов в записи сообщения – K, то информационный объем V данного сообщения вычисляется по формуле:

$$V = K \times \log_2 N$$

При алфавитном подходе к измерению информации информационный объем текста зависит только от размера текста и от мощности алфавита, а не от содержания. Поэтому нельзя сравнивать информационные объемы текстов, написанных на разных языках, по размеру текста.

Пример:

Объем сообщения равен 11 Кбайт. Сообщение содержит 11264 символа. Какова мощность алфавита?

Решение.

Выясним, какое количество бит выделено на 1 символ. Для этого переведем объем сообщения в биты:

11 Кбайт=$11 \cdot 2^{10}$ байт=$11 \cdot 2^{10} \cdot 2^3$ бит=$11 \cdot 2^{13}$ бит и разделим его на число символов.

На 1 символ приходится: $11 \cdot 2^{13}/11264=8$ бит.

Мощность алфавита определяем из формулы Хартли: $N=2^8=256$ символов.

1.2 Содержательный подход к измерению информации

В содержательном подходе количество информации, заключенное в сообщении, определяется объемом знаний, который это сообщение несет получающему его человеку.

С «человеческой» точки зрения *информация* – это знания, которые мы получаем из внешнего мира. Количество информации, заключенное в сообщении, должно быть тем больше, чем больше оно пополняет наши знания.

1 бит – минимальная единица измерения количества информации.

Проблема измерения информации исследована в теории информации, основатель которой - *Клод Шеннон*.

В теории информации для бита дается следующее определение:

Сообщение, уменьшающее неопределенность знания в два раза, несет 1 бит информации.

Что такое неопределенность знания, поясним на примерах.

Допустим, вы бросаете монету, загадывая, что выпадет: орел или решка. Есть всего два возможных результата бросания монеты. Причем ни один из этих результатов не имеет преимущества перед другим. В таком случае говорят, что они *равновероятны*.

В случае с монетой перед ее подбрасыванием неопределенность знания о результате равна двум.

Игральный же кубик с шестью гранями может с равной вероятностью упасть на любую из них. Значит, неопределенность знания о результате бросания кубика равна шести.

Таким образом, неопределенность знания о результате некоторого события (бросание монеты или игрального кубика, вытаскивание жребия и др.) – это количество возможных результатов.

Сообщение об одном из двух *равновероятных* результатов некоторого события несет 1 бит информации.

Пусть в некотором сообщении содержатся сведения о том, что произошло одно из *N* равновероятных событий.

Тогда количество информации i, содержащееся в сообщении о том, что произошло одно из N равновероятных событий, можно определить из **формулы Хартли:**

$$N = 2^i$$

Данная формула является показательным уравнением относительно неизвестного i.

Пример 1:

Шахматная доска состоит из 64 полей: 8 столбцов на 8 строк.

Какое количество бит несет сообщение о выборе одного шахматного поля?

Решение.

Поскольку выбор любой из 64 клеток равновероятен, то количество бит находится из формулы:

$2^i=64$,

$i=\log_2 64=6$.

Следовательно, i=6 бит.

В противном случае количество информации становится нецелой величиной, и для решения задачи придется воспользоваться таблицей двоичных логарифмов.

Пример2: При игре в кости используется кубик с шестью гранями. Сколько битов информации получает игрок при каждом бросании кубика?

Решение.

Выпадение каждой грани кубика равновероятно. Поэтому количество информации от одного результата бросания находится из уравнения:2i=6.

Решение этого уравнения: $i=\log_2 6$

Из таблицы двоичных логарифмов следует (с точностью до 3-х знаков после запятой): i=2,585 бита.

Данную задачу также можно решить округлением i в большую сторону: $2^i=6<8=2^3$, i=3бита.

1.3 Вероятностный подход к измерению информации

В реальной жизни существует множество ситуаций с различными вероятностями. Например, если у монеты одна сторона тяжелей другой, то при ее бросании вероятность выпадения «орла» и «решки» будет различной.

Введем следующие понятия:

испытание – любой эксперимент;

единичное испытание – испытание, в котором совершается одно действие с одним предметом (например, подбрасывается монетка, или из корзины извлекается шар);

исходы испытаний – результаты испытания (например, при подбрасывании монеты выпал «орел», или из корзины извлекли белый шар);

множество исходов испытания – множество всех возможных исходов испытания;

случайное событие – событие, которое может произойти или не произойти (например, выигрыш билета в лотерее, извлечение карты определенной масти из колоды карт).

Вероятностью случайного события p называется отношение числа благоприятствующих событию исходов m к общему числу исходов n:

$$p = \frac{m}{n}$$

Вероятность случайного события может изменяться от 0 до 1.

Пример 1. В беспроигрышной лотерее разыгрывается 3 книги, 2 альбома, 10 наборов маркеров, 10блокнотов. Какова вероятность выиграть книгу?

Решение.

Общее число исходов 2+3+10+10=25; число благоприятствующих исходу событий равно 3. Вероятность выигрыша книги вычисляется по формуле: p=3/25=0,12.

Заметим, что во многих случаях события происходят с разной вероятностью, а значит формула $N = 2^i$ не всегда применима.

Вероятностный подход предполагает, что возможные события имеют различные вероятности реализации.

В этом случае, зная **вероятность** p событий, можно определить **количество информации** i в сообщении о каждом из них из формулы:

$$2^i = \frac{1}{p}$$

Количество информации будет определяться *по формуле Шеннона*, предложенной им в 1948 г. для различных вероятностных событий:

$$I = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i$$

или

$$I = -(p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + p_N \log_2 p_N)$$

где I –количество информации;

N – количество возможных событий;

p_i – вероятность i-го события.

Качественная связь между вероятностью события и количеством информации в сообщении состоит в следующем: <u>чем меньше вероятность некоторого события, тем больше информации содержит сообщение об этом событии.</u>

Пример 2. В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

Решение.

Общее число исходов:8+24=32, число благоприятствующих исходу событий равно 8.

Вероятность выбора черного шара определяется как p=8/32=1/4=0,25

Количество информации вычисляем из соотношения 2^i=1/0,25=4, значит, i=2 бита.

2 Содержание работы

4.1 Вычислить количество информации:

1 В библиотеке 16 стеллажей с книгами. На каждом стеллаже 6 полок. Библиотекарь сообщил, что нужная книга находится на 5 стеллаже на 3 сверху полке. Какое количество информации передал библиотекарь?

2 Была получена телеграмма: «Встречайте вагон 7 поезд №32». Какое количество информации получил адресат, если известно, что в этот город приходят 4 поезда, а в каждом поезде в среднем 16 вагонов?

3 В анкете предлагаются следующие варианты ответа на вопрос о степени владения английским языком: «не владею», «читаю со словарём», «могу объясняться», «владею хорошо», «могу переводить синхронно». Какое количество информации несёт ответ на данный пункт анкеты?

4 В рулетке общее количество лунок равно 128. Какое количество информации мы получим при остановке шарика в одной из лунок?

5 Происходит выбор одной карты из колоды в 32 карты. Какое количество информации будет получено при выборе одной карты?

6 При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 6 бит информации. Сколько чисел содержит этот диапазон?

7 В непрозрачном пакете хранятся 25 белых, 25 красных, 25 синих и 25 зеленых шаров? Какое количество информации будет получено о цвете вынутого шара?

8 Группа студентов пришла в бассейн, в котором 4 дорожки для плавания. Тренер сообщил, что группа будет плавать на дорожке номер 3. Сколько информации получили студенты из этого сообщения?

9 Загадано число из промежутка от 321 до 1344. Какое количество информации несёт сообщение об угадывании числа из этого промежутка.

10В ящике лежат перчатки (белые и черные). Среди них – 2 пары черных. Сообщение о том, что из ящика достали пару черных перчаток, несет 4 бита информации. Сколько пар белых перчаток было в ящике?

11На остановке останавливаются троллейбусы с разными номерами. Сообщение о том, что к остановке подошел троллейбус с номером N1 несет 4 бита информации. Вероятность появления на остановке троллейбуса с номером N2 в два раза меньше, чем вероятность появления троллейбуса с номером N1. Сколько информации несет сообщение о появлении на остановке троллейбуса с N2?

12Ученик читает текст со скоростью 250 символов в минуту. При записи текста использовался алфавит, содержащий 64 символа. Какой объем информации получит ученик, если будет непрерывно читать 20 минут?

13В корзине лежат 4 красных и 8 черных клубков шерсти. Какое количество информации несёт сообщение о том, что достали красный или черный клубок?

4.2 Решить задачи на представление текстовой информации

1 Мощность алфавита, используемого в компьютере, равна 256. Подсчитайте количество информации, приходящейся на один символ, в следующем тексте экономического содержания:

Организационно-правовые формы предприятий в своей основе определяют форму их собственности, то есть, кому принадлежит предприятие, его основные фонды, оборотные средства, материальные и денежные ресурсы. В зависимости от формы собственности в России в настоящее время различают три основные формы предпринимательской деятельности: частную, коллективную и контрактную.

2 В языке некоторого племени всего 16 различных букв. Все слова состоят из 5 букв, всего различных слов в языке 8000. Сколько компьютерной памяти заведомо потребуется для хранения всех слов этого языка?

3 Для записи сообщения использовался 64-х символьный алфавит. Каждая страница содержит 30 строк. Всё сообщение содержит 8775 байт информации и занимает 6 страниц. Сколько символов в строке?

4 Пользователь компьютера, хорошо владеющий навыками ввода информации с клавиатуры, может вводить в минуту 100 знаков. Мощность алфавита, используемого в компьютере, равна 256. Какое количество информации в байтах может ввести пользователь за 1 минуту.

5 Скорость чтения ученика 10 класса составляет приблизительно 250 символов в минуту. Приняв мощность используемого алфавита за 64, определите, какой объем информации в килобайтах получит ученик, если он будет непрерывно читать в течение 40 минут.

6 При составлении сообщения использовали 64-символьный алфавит. Каким будет информационный объем такого сообщения, если оно содержит 3072 символа?

7 Информационное сообщение имеет объем 3 Кбайт. Сколько в нем символов, если размер алфавита, с помощью которого оно было составлено, равен 16.

8 Сколько килобайтов составляет сообщение из 512 символов 16-символьного алфавита?

9 Сколько символов содержит сообщение, записанное с помощью 256-символьного алфавита, если объем его составил 1/32 часть Мбайт?

10 Сообщение, записанное буквами из 128-символьного алфавита, содержит 30 символов. Какой объем информации оно несет?

4.3 Решить задачи на представление графической информации

1 Какой объем видеопамяти необходим для хранения двух страниц изображения при условии, что разрешающая способность дисплея равна 640х350 пикселей, а количество используемых цветов – 16?

2 Какой объем видеопамяти необходим для хранения четырех страниц изображения, если битовая глубина равна 24, а разрешающая способность дисплея – 800х600 пикселей?

3 Объем видеопамяти равен 2 Мб, битовая глубина 24, разрешающая способность дисплея – 640х480. Какое максимальное количество страниц можно использовать при этих условиях?

4 На экране дисплея необходимо отображать 2^{24} (16 777 216) различных цветов. Вычислить необходимый объем одной страницы видеопамяти при различных значениях разрешающей способности дисплея: 1024х768, 1240х240, 640х480, 800х600.

5 Битовая глубина равна 24. Сколько различных оттенков красного, зелёного и синего используется для формирования цвета?

6 Битовая глубина равна 32, видеопамять делится на две страницы, разрешающая способность дисплея – 800х600. Вычислить объем видеопамяти.

7 Видеопамять имеет объем, в котором может хранится 4-х цветное изображение размером 640х480. Какого размера изображение можно хранить в том же объеме видеопамяти, если использовать 256-цветную палитру?

8 На экране может быть отображено 256 цветов. Сколько различных уровней яркости принимает красная, зеленая и синяя составляющие?

9 Объем видеопамяти равен 512 Кб, разрешающая способность дисплея - 320х200. Сколько различных уровней яркости принимает красная, зеленая и синяя составляющие, при условии что видео память делится на две страницы?

10 Какой объем видеопамяти необходим для сохранения изображения всего экрана с разрешающей способностью дисплея 1024х768 и глубиной цвета 24 бит.

4.4 Решить задачи на представление звуковой информации

1 Определить объем памяти для хранения цифрового аудиофайла, время звучания которого составляет две минуты при частоте дискретизации 44,1 кГц и разрешении 16 бит.

2 В распоряжении пользователя имеется память объемом 2,6 Мб. Необходимо записать цифровой аудиофайл с длительностью звучания 1 мин. Какой должна быть частота дискретизации и разрядность?

3 Объем свободной памяти на диске – 5,25 Мб, разрядность звуковой платы – 16. Какова длительность звучания цифрового аудиофайла с частотой дискретизации 22,05.

4 Объем свободной памяти на диске – 0,01 Гб, разрядность звуковой платы – 16. Какова длительность звучания цифрового аудиофайла, записанного с частотой дискретизации 44100 Гц?

5 Одна минута записи записи цифрового аудиофайла занимает на диске 1,3 Мб, разрядность звуковой платы – 8. С какой частотой дискретизации записан звук?

6 Две минуты записи цифрового аудиофайла занимают на диске 5,1 Мб. Частота дискретизации – 22050 Гц. Какова разрядность аудиоадаптера?

5 Контрольные вопросы

1 Какая форма представления информации – непрерывная или дискретная – приемлема для компьютеров и почему?

2 В чем состоит процедура дискретизации непрерывной информации?

3 Какие определения понятия «информация» вы знаете?

4 Назовите основные свойства информации.

5 Каким образом возникает, хранится, обрабатывается и передается информация?

6 Какая форма представления информации используется в информатике?

7 В чем преимущества дискретного представления информации?

8 Что такое количество информации?

9 Какой принцип положен в основу измерения количества информации?

10 Как определяется количество информации в знаковых сообщениях?

11 Каковы основные единицы измерения количества информации?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Каймин, В. А. Информатика [Текст]: учебник / В. А. Каймин. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 284 с.– 304 с.

2. Могилев, А. В. Практикум по информатике [Текст]: учеб. пособие / А.В. Могилев; под ред. Е. К. Хеннера. - 4-е изд., стер. - М.: Академия, 2008. - 607 с.

3. Матюшка, В.М. Информатика для экономистов [Текст] учебник/ под ред. В. М. Матюшка; Российский ун-т дружбы народов. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 880 с.

4. Симонович, С.В. Информатика. Базовый курс [Текст]: учебное пособие/ ред. С. В. Симонович. - М.; СПб.; Нижний Новгород: Питер, 2011. - 637 с.

5. Акулов, О. А. Информатика: базовый курс [Текст]: учебник/ О.А. Акулов, Н. В. Медведев. - 6-е изд. - М.: Омега-Л, 2009. - 574 с.

6. Семакин И. Г. Информатика и ИКТ. Базовый уровень : учебник для 10-11 классов / И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер. - 8-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012, стр. 21-24

7. Информатика и ИКТ. Задачник-практикум : в 2т. Т. 1 / Л. А. Залогова [и др.] ; под ред. И. Г. Семакина, Е. К. Хеннера. - 3-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011, стр. 15-16

Практическая работа 3
Логические основы ЭВМ. Таблицы истинности

Цель занятия

Изучение элементарных логических операций.

1 Основные положения

1.1 Логика высказываний. Основные логические операции

Логика (от греч. logos – слово, рассуждение, разум) – наука о законах и операциях правильного мышления.

История логики начинается с трудов Аристотеля (384-322 г.г. до н. э.). Традиционная логика опиралась на естественный язык. Во второй половине XIX века ей на смену пришла математическая (или символическая) логика, использующая метод построения специальных формализованных языков (исчислений). Это позволяет избежать двусмысленности и логической неясности естественного языка.

Для описания логики функционирования аппаратных и программных средств компьютера используется **алгебра логики** или булева алгебра (по имени создателя – Джорджа Буля).

Алгеброй Буля называется аппарат, который позволяет выполнять действия над логическими высказываниями. Существуют три основные операции действия с высказываниями: одноместная, называемая инверсией (НЕ) и две двуместные, называемые по аналогии с арифметикой чисел, сложением (ИЛИ) и умножением (И). Основой цифровой техники также служат три логические операции. Иногда эти операции И, ИЛИ, НЕ называют «тремя китами машинной логики». Все операции булевой алгебры определяются таблицами истинности значений. Обозначаются логические высказывания обычно заглавными буквами латинского алфавита. Истинные высказывания для удобства будем обозначать «1», а ложные – «0».

1.2 Законы алгебры логики

Логические выражения, истинные при любых значениях истинности входящих в них переменных, называют **тавтологиями.**

Свойства конъюнкции и дизъюнкции:

$a \vee 0 = a$; $a \wedge 0 = 0$; $a \vee 1 = 1$; $a \wedge 1 = a$.

Законы коммутативности: $a \wedge b = b \wedge a$; $a \vee b = b \vee a$.

Законы ассоциативности:

$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$; $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$.

Законы дистрибутивности:

$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$; $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.

Законы де Моргана: $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$; $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$.

Закон двойного отрицания: $\bar{\bar{a}} = a$.

Закон противоречия: $a \wedge \bar{a} = 0$.

Закон исключенного третьего: $a \vee \bar{a} = 1$.

Законы идемпотентности (исключения повторений): $a \vee a = a$; $a \wedge a = a$.
Законы поглощения: $a \wedge (a \vee b) = a$; $a \vee (a \wedge b) = a$.

1.3 Примеры решения задач

Пример 1 Для формулы $A \wedge (B \vee \overline{B} \wedge \overline{C})$ построить таблицу истинности.

Решение. Количество логических переменных 3, следовательно, количество строк в таблице истинности должно быть $2^3=8$.

Количество логических операций в формуле 5, следовательно, количество столбцов в таблице истинности (таблица 2) должно быть 3+5=8.

Таблица 2 – Таблица истинности

A	B	C	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{B} \wedge \overline{C}$	$B \vee (\overline{B} \wedge \overline{C})$	$A \wedge (B \vee \overline{B} \wedge \overline{C})$
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

Пример 2 По заданной логической схеме (рисунок 4) составить логическое выражение и заполнить для него таблицу истинности.

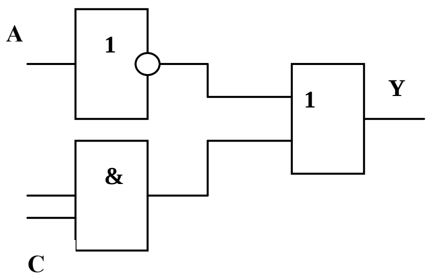


Рисунок 4 – логическая схема

Решение. $Y = \overline{A} \vee (B \wedge C)$.

Таблица 3 –Таблица истинности

A	B	C	$\overline{A}$	$B \wedge C$	$\overline{A} \vee (B \wedge C)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Пример 3 Докажите, что высказывание $A \vee B \wedge C$ эквивалентно высказыванию $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$.

Решение.

Таблица 4 –Таблица истинности

A	B	C	B C	$A \vee B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Сравнивая 5-ю и 8-ю колонки можно убедиться, что все значения, получаемые по формуле $A \vee B \wedge C$, совпадают со значениями, получаемыми по формуле $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$, т.е. высказывания эквивалентны (равносильны). Одно может заменить другое.

Пример 5 Докажите тавтологию $(X \wedge Y)$□$(X \vee Y)$.

Решение. Для решения необходимо составить таблицу истинности (таблица 10).

Таблица 5 –Таблица истинности

X	Y	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$(X \wedge Y)$□$(X \vee Y)$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

Т.к. высказывание $(X \wedge Y)$□$(X \vee Y)$ всегда истинно, то оно является тавтологией.

2 Содержание работы

2.1 По заданному логическому выражению составить логическую схему и построить таблицу истинности:

а) $A \wedge B$;

б) $\overline{A \vee B} \wedge (C \vee B)$;

в) $A \vee B$;

г) $A \vee B \wedge C$;

д) $\overline{\overline{A} \vee B \wedge \overline{C}}$.

е) $A \wedge B \vee C$;

ж) $\overline{A} \vee B \wedge C$;

з) $\overline{A \wedge B \wedge C}$;

и) $(A \vee B) \wedge (C \vee B)$;

к) $\overline{A} \vee B$;

2.2 Найти значения следующих сложных высказываний, если известно, что p=Ложь, q=Истина, r=Истина:

а) $p \wedge (q \wedge r)$;

б) $p \vee q \leftrightarrow \overline{q} \wedge r$;

в) $(p \vee q) \wedge (q \vee r)$;

г) $\overline{p} \vee q \wedge r$;

д) $\overline{p} \vee q$;

е) $p \wedge q \vee r$;

ж) $p \vee q \wedge r$; и) $p \vee q$;

з) $\overline{p \vee q} \wedge (r \wedge q)$; к) $\overline{p} \vee q \wedge r$.

2.3 Установить истинность высказываний:

а) $(\overline{X} \to Y) \vee \overline{X \wedge Y}$;

б) $((X \vee \overline{Y}) \to Y) \wedge (\overline{X} \vee Y)$;

в) $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow \overline{X} \vee Y$;

г) $(X \to Y) \to (\overline{X} \vee Y)$;

д) $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\overline{X} \vee \overline{Y})$;

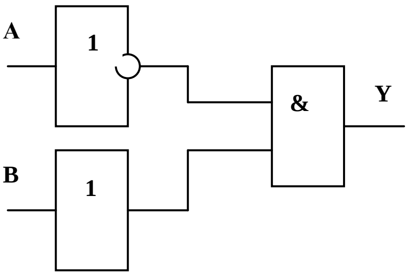
е) $((Z \vee Y) \to Y) \wedge (X \wedge Y) \to Y$;

ж) $((Z \vee Y) \to Y) \wedge (X \vee Y) \to Y$;

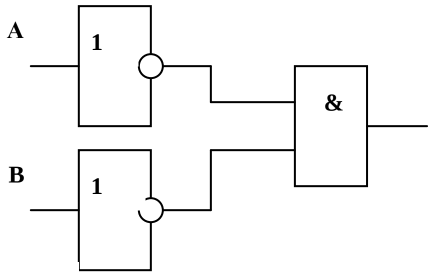
з) $\overline{X \vee Y} \to (X \leftrightarrow \overline{Z})$.

2.4 По заданной логической схеме составить логическое выражение и заполнить для него таблицу истинности:

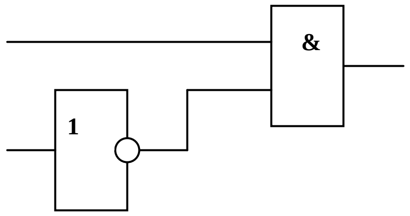
а)



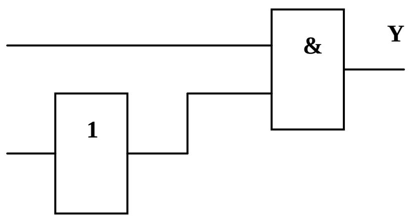
б)



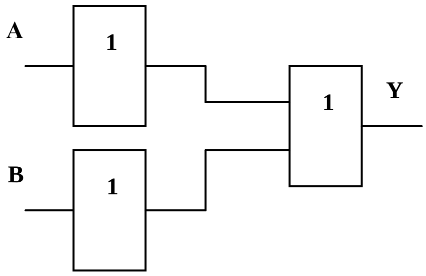
в)



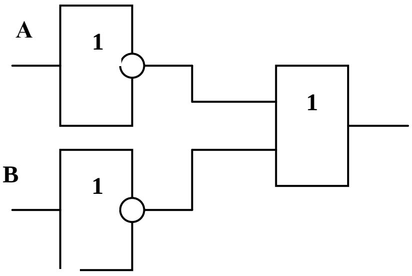
г)



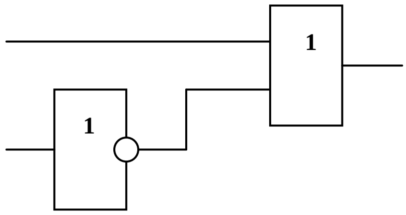
д)



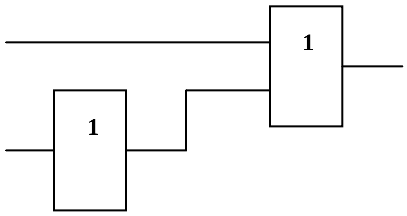
е)



ж)



З)



2.5 Установить истинность высказываний:

а) $X1 = \overline{A} \vee \overline{B}$, $X2 = \overline{\overline{A}} \vee \overline{\overline{B}}$, $X3 = \overline{A \wedge B}$;

б) $X1 = \overline{A \wedge \overline{B} \vee C}$, $X2 = \overline{A \wedge \overline{\overline{B}}} \vee \overline{C}$, $X3 = (\overline{A} \vee B) \wedge \overline{C}$;

в) $X1 = \overline{X \wedge Y}$, $X2 = \overline{X \vee Y}$, $X3 = \overline{X} \vee \overline{Y}$;

г) $a = X \wedge \overline{Y}$, $b = \overline{\overline{X} \vee Y}$, $c = \overline{X \vee \overline{Y}}$.

3 Контрольные вопросы

3.1 Дайте определение понятию «логика».

3.2 Дайте определение высказыванию, приведите примеры истинных и ложных, простых и сложных высказываний.

3.3 Что такое тавтология?

3.4 Заполните таблицы истинности для следующих логических операций: логического отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации, эквивалентности.

3.5 Сформулируйте алгоритм заполнения таблицы истинности для сложного высказывания.

3.6 Объясните назначение и принципы работы логических элементов И, ИЛИ, НЕ. Изобразите соответствующие схемы.

3.7 Где применяются таблицы истинности?

3.8 Перечислите законы алгебры логики.

3.9 Что такое сумматор?

3.10 Что такое умозаключение?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Каймин, В. А. Информатика [Текст]: учебник / В. А. Каймин. - М.: ИНФРА-М, 2010. - 284 с.– 304 с.
2. Могилев, А. В. Практикум по информатике [Текст]: учеб. пособие / А.В. Могилев; под ред. Е. К. Хеннера. - 4-е изд., стер. - М.: Академия, 2008. - 607 с.
3. Матюшка, В.М. Информатика для экономистов [Текст] учебник/ под ред. В. М. Матюшка; Российский ун-т дружбы народов. - М.: ИНФРА-М, 2009. - 880 с.
4. Симонович, С.В. Информатика. Базовый курс [Текст]: учебное пособие/ ред. С. В. Симонович. - М.; СПб.; Нижний Новгород: Питер, 2011. - 637 с.
5. Акулов, О. А. Информатика: базовый курс [Текст]: учебник/ О.А. Акулов, Н. В. Медведев. - 6-е изд. - М.: Омега-Л, 2009. - 574 с.
6. Семакин И. Г. Информатика и ИКТ. Базовый уровень : учебник для 10-11 классов / И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер. - 8-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012, стр. 21-24

Информатика и ИКТ. Задачник-практикум : в 2т. Т. 1 / Л. А. Залогова [и др.] ; под ред. И. Г. Семакина, Е. К. Хеннера. - 3-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011, стр. 15-16