


| | | |
|---|---|-----------------------|
|  | Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный аграрный университет» | Приложение к ОПОП ВО |
| | | Методические указания |

Кафедра бухгалтерского учета, статистики и
информационных систем в экономике

Б1.О.14 Теория вероятностей и математическая статистика

СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ Очно-заочное обучение

Направление подготовки 38.03.01 Экономика
Профиль подготовки Финансы и кредит

Квалификация выпускника Бакалавр

Уфа 2022

Рекомендовано к изданию методической комиссией экономического факультета (протокол № 8 от 24 марта 2022г.)

Составитель: к.э.н., доцент Т.Н. Лубова

Ответственный за выпуск:

Зав. кафедрой бухгалтерского учета, статистики и информационных систем в экономике к.э.н., доцент Г.Р. Нигматуллина

г. Уфа, ФГБОУ Башкирский ГАУ, кафедра кафедр бухгалтерского учета, статистики и информационных систем в экономике

ВВЕДЕНИЕ

Указания содержат варианты задач для выполнения расчетно-графической работы № 1 и № 2 по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов заочной формы обучения по направлению подготовки бакалавров 38.03.01 Экономика.

Перед выполнением расчетно-графической работы необходимо изучить соответствующий теоретический материал и выбрать индивидуальный вариант задания.

Перед тем как приступить к решению задач, необходимо переписать ее текст вместе с числовыми данными, соответствующими конкретному варианту. При выполнении задания должны быть представлены все результаты расчетов с выводом промежуточных результатов.

Расчетно-графическая работа №1 «Теория вероятностей»

Выбор номера варианта

| Первая буква фамилии | Последняя цифра номера зачетной книжки | | Первая буква фамилии | Последняя цифра номера зачетной книжки | |
|----------------------|--|----------|----------------------|--|----------|
| | четная | нечетная | | четная | нечетная |
| А | 1 | 2 | П | 28 | 27 |
| Б | 3 | 4 | Р | 26 | 25 |
| В | 5 | 6 | С | 24 | 23 |
| Г | 7 | 8 | Т | 22 | 21 |
| Д | 9 | 10 | У | 20 | 19 |
| Е | 11 | 12 | Ф | 18 | 17 |
| Ж | 13 | 14 | Х | 16 | 15 |
| З | 15 | 16 | Ц | 14 | 13 |
| И | 17 | 18 | Ч | 12 | 11 |
| К | 19 | 20 | Ш | 10 | 9 |
| Л | 21 | 22 | Щ | 8 | 7 |
| М | 23 | 24 | Э | 6 | 5 |
| Н | 25 | 26 | Ю | 4 | 3 |
| О | 27 | 28 | Я | 2 | 1 |

Задача 1. Классическое определение вероятности

1. Восемь книг наудачу расставляются на книжной полке. Найти вероятность того, что три определенные книги окажутся стоящими рядом.

2. Пятитомное собрание сочинений расставляется на полке в произвольном порядке. Найти вероятность того, что тома окажутся в возрастающем или убывающем порядке.

3. На книжной полке наудачу расставляются 7 книг. Найти вероятность того, что 2 определенные книги не окажутся рядом.

4. Буквенный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 6 секторов, отмеченных определенными буквами. Замок открыва-

ется только в том случае, когда буквы образуют определенную комбинацию. Какова вероятность открыть замок, установив произвольную комбинацию букв?

5. В коробке содержатся 5 одинаковых карточек с написанными на них буквами ш, к, о, л, а. Найти вероятность того, что в порядке извлечения карточек образуется слово «школа».

6. В коробке шесть одинаковых, занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем или убывающем порядке.

7. В случайном порядке расставлены на полке тома четырехтомника. Найти вероятность того, что хотя бы один том не стоит на своем месте.

8. Восемь книг расставлены наудачу на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.

9. Пять книг на одной полке расставляются наудачу. Определить вероятность того, что две определенные книги окажутся: 1) поставленными рядом; 2) поставленными рядом с правого края.

10. С помощью шести карточек, на которых написано по одной букве, составлено слово «каре́та». Карточки перемешиваются, а затем наугад извлекаются по одной. Какова вероятность, что в порядке поступления букв будет слово «раке́та»?

11. На книжной полке в случайном порядке стоит энциклопедический справочник, состоящий из шести томов. Какова вероятность того, что хотя бы один из томов этого справочника не стоит на своем месте?

12. Пятизначное число образовано при помощи перестановки цифр 44433. Все размещения равновозможны. Найти вероятность того, что все тройки стоят рядом при условии, что полученное число четное.

13. Ребенок играет с четырьмя буквами разрезной азбуки а, а, м, м. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд он получит слово «мама»?

14. Из пяти карточек с буквами а, б, в, г, д наугад одна за другой выбираются три и располагаются в ряд в порядке появления. Какова вероятность, что получится слово «два»?

15. Общество из 10 человек садится за круглый стол. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом.

16. Из 10 лотерейных билетов, имеющих порядковые номера от 1 до 10, покупатель берет наудачу один за другим три билета. Определить вероятность того, что он выберет билеты с номерами 5, 6 и 7: 1) в порядке возрастания номеров; 2) в любом порядке.

17. Группа из 10 человек занимает места с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом.

18. Группа из 10 человек занимает места с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом, если всего имеется 12 мест.

19. Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероят-

ность того, что числа будут записаны в порядке возрастания.

20. Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что числа 1 и 2 будут стоять рядом в порядке возрастания.

21. Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что числа 3, 6 и 9 будут следовать друг за другом в произвольном порядке.

22. Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что на четных местах будут стоять четные числа.

23. Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что на нечетных местах будут стоять нечетные числа.

24. В коробке содержится 6 занумерованных кубиков. По одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера кубиков появятся в возрастающем порядке.

25. В урне находятся 3 белых и 7 черных шаров. Из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что среди них: 1) один белый шар; 2) хотя бы один белый шар.

26. В урне 5 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут два шара. Найти вероятность того, что будут извлечены шары разного цвета.

27. В группе 25 студентов. Из них 5 человек получили на экзаменах отличные оценки, 12 - хорошие, 6 - удовлетворительные и 2 - неудовлетворительные. Определить вероятность того, что произвольно выбранный студент получил: 1) удовлетворительную оценку; 2) оценку не ниже хорошей.

28. В ящике 12 деталей, из них 10 - стандартные. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что они окажутся стандартными.

29. В студенческой группе 15 юношей и 10 девушек. На концерт группа получила пять пригласительных билетов, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на концерт пойдут: 1) 3 юноши и 2 девушки; 2) не менее 3 юношей?

30. В ящике содержится 15 деталей, из них 4 бракованных. Найти вероятность того, что среди 4 наудачу извлеченных деталей не окажется бракованных.

Задача 2. Геометрическое определение вероятности

1. Какова вероятность того, что наудачу поставленная в данном круге точка окажется внутри вписанного в него квадрата.

2. Какова вероятность того, что наудачу поставленная в данном квадрате точка окажется внутри вписанного в него круга.

3. В отрезке единичной длины наудачу ставится точка. Найти вероятность того, что расстояние от этой точки до концов отрезка превосходит 0,1.

4. Два теплохода должны подходить к одному причалу. Время прихода для обоих теплоходов равновозможно и независимо в течение суток. Время стоянки первого теплохода - 1 час, второго - 2 часа. Найти вероятность того, что одному из теплоходов придется ожидать освобождения причала.

5. После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошел обрыв провода. Найти вероятность того, что расстояние от

точки разрыва до концов участка превосходит длину, равную $1/5$ от общей длины участка.

6. Два лица условились встретиться в определенном месте между двумя и тремя часами дня. Пришедший первым ждет другого в течение 10 мин., после чего уходит. Найти вероятность встречи этих лиц, если приход каждого из них в течение указанного часа может произойти в любое время.

7. Найти вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных правильных дробей не больше единицы, а их произведение не больше $3/16$.

8. На отрезок АВ длиной 12 см наудачу бросают точку М. Какова вероятность того, что площадь квадрата, построенного на АМ, будет больше 36 см^2 и меньше 81 см^2 ?

9. На бесконечную шахматную доску, сторона каждой клетки которой равна 4 см, бросают случайно монету радиуса 0,7 см. Найти вероятность того, что монета попадет целиком внутрь одного квадрата.

10. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает 2. Найти вероятность того, что произведение xy будет не больше 1, а частное y/x не больше 2.

11. Производится стрельба по плоской прямоугольной мишени: $-2 < x < 2$, $-1 < y < 1$. Наблюдаемый результат - координаты точки попадания в декартовой системе координат. По условиям стрельбы непопадание в указанный прямоугольник исключено. Найти вероятность того, что абсцисса точки попадания не меньше ординаты.

12. Производится стрельба по плоской прямоугольной мишени: $-2 < x < 2$, $-1 < y < 1$. Наблюдаемый результат - координаты точки попадания в декартовой системе координат. По условиям стрельбы непопадание в указанный прямоугольник исключено. Найти вероятность того, что произведение координат точки неотрицательно.

13. Производится стрельба по плоской прямоугольной мишени: $-2 < x < 2$, $-1 < y < 1$. Наблюдаемый результат - координаты точки попадания в декартовой системе координат. По условиям стрельбы непопадание в указанный прямоугольник исключено. Найти вероятность того, что сумма абсолютных величин координат точки превышает единицу.

14. Производится стрельба по плоской прямоугольной мишени: $-2 < x < 2$, $-1 < y < 1$. Наблюдаемый результат - координаты точки попадания в декартовой системе координат. По условиям стрельбы непопадание в указанный прямоугольник исключено. Найти вероятность того, что расстояние от точки попадания до центра мишени превосходит 1.

15. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что Петр пришел после Ивана.

16. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не бо-

лее 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что Петр ждал Ивана все обусловленное время и не дождался.

17. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоялась после 11 ч. 30 мин.

18. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что Ивану не пришлось ждать Петра.

19. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что тот, кто пришел первым, пришел до 11 ч 30 мин.

20. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что Иван опоздал на встречу.

21. Иван и Петр договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоялась, когда до истечения часа оставалось меньше пяти минут.

22. На плиточный пол со стороной плитки 10 см кидают монету радиуса 1 см. Какова вероятность того, что монета попадет целиком внутрь одного квадрата?

23. На плиточный пол со стороной плитки 10 см кидают монету радиуса 1 см. Какова вероятность того, что монета пересечет не более одной стороны квадрата?

24. На плиточный пол со стороной плитки 10 см кидают монету радиуса 1 см. Какова вероятность того, что монета пересечет хотя бы одну сторону квадрата?

25. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ наудачу выбирается точка $M(x,y)$. Найти вероятность того, что наибольшая из координат не превосходит 0,7.

26. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ наудачу выбирается точка $M(x,y)$. Найти вероятность того, что наименьшая из координат не превосходит 0,5.

27. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ наудачу выбирается точка $M(x,y)$. Найти вероятность того, что расстояние от точки M до начала координат не превосходит 0,5.

28. Внутри квадрата с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$ наудачу выбирается точка $M(x,y)$. Найти вероятность того, что произведение координат $xу$ не превосходит $0,5$.

29. Производится выстрел в быстро вращающийся диск, разделенный на 12 равных секторов, окрашенных попеременно в черный и белый цвета. Определить вероятность того, что пуля попадет в один из белых секторов.

30. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает двух. Найти вероятность того, что произведение $xу$ будет не больше единицы, а частное y/x не больше двух.

Задача 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей

1. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 4 белых, 5 черных и 1 красный, а во второй урне - 3, 5, 2 соответственно. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара одного цвета?

2. Изготовлено 12 изделий, из которых 8 отличного качества. Наудачу отобрано 9 изделий. Найти вероятность того, что среди них не менее 5, но не более 7 отличного качества.

3. Три спортсмена участвуют в отборочных соревнованиях. Вероятность того, что спортсмен будет зачислен в сборную команду, равна соответственно $0,8$; $0,7$; $0,6$. Найти вероятность того, что: 1) два спортсмена будут зачислены в сборную команду; 2) не менее двух спортсменов будут зачислены в сборную команду.

4. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает ее наудачу. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более трех раз.

5. Партия из 100 деталей подвергается выборочному контролю. Условием непригодности всей партии является наличие хотя бы одной бракованной детали среди пяти взятых для проверки. Какова вероятность для данной партии быть не принятой, если она содержит 5 неисправных деталей?

6. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна $0,95$ для первого и $0,9$ для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает: 1) только один сигнализатор; 2) хотя бы один сигнализатор.

7. На отдельных карточках написаны буквы t , t , c , y , d , e , n . Карточки перемешаны. Какова вероятность получить слово «студент» в порядке появления карточек при их произвольном выборе?

8. В урне 4 белых и 6 черных шаров. Из урны вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. После этого из урны берется еще один шар. Найти вероятность того, что оба вынутых шара одного цвета.

9. Ведется стрельба по самолету, уязвимыми агрегатами которого являются два двигателя и кабина пилота. Для того, чтобы вывести из строя самолет, достаточно поразить оба двигателя вместе или кабину пилота. При данных условиях стрельбы вероятность поражения первого двигателя равна $0,5$, второго двигателя - $0,6$, кабины пилота - $0,3$. Агрегаты самолета поражаются незави-

симо друг от друга. Найти вероятность того, что самолет будет поражен.

10. В читальном зале имеются шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу берет учебники один за другим до появления учебника в переплете. Найти вероятность того, что он возьмет не более трех учебников.

11. При конвейерной сборке точного механизма рабочий должен устанавливать в него определенную деталь. Деталь эту в некоторых случаях приходится подгонять путем дополнительной обработки. Вероятность того, что деталь будет установлена без подгонки с первой пробы, равна 0,38, с подгонкой при второй пробе - 0,26, при третьей - 0,20, при четвертой - 0,14, при пятой - 0,02. Какова вероятность того, что для подгонки этой детали потребуется: 1) более двух проб; 2) четыре или пять проб; 3) нечетное количество проб?

12. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

13. Из урны, содержащей 2 белых и 4 черных шара, двое поочередно извлекают шар. Найти вероятность извлечения первым белого шара каждому из участников.

14. Вероятность наступления событий в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты производятся последовательно до наступления события. Определить вероятность того, что придется производить не более трех опытов.

15. Вероятность наступления события в каждом опыте одинакова и равна 0,2. Опыты проводятся последовательно до наступления события. Найти вероятность того, что придется производить пятый опыт.

16. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделия стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий: 1) лишь одно стандартное; 2) не менее двух стандартных.

17. Предприятие изготавливает 95% изделий стандартных, причем из них 86% - первого сорта. Найти вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделие первого сорта; 2) из двух взятых наудачу изделий хотя бы одно первого сорта.

18. В двух урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне - 4 белых и 6 черных шаров, во второй урне - 6 белых и 4 черных шара. Из обеих урн наудачу извлекаются по два шара. Найти вероятность того, что среди извлеченных шаров будут два черных шара.

19. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что: 1) только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность; 2) хотя бы в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

20. Известно, что 4% всей продукции являются браком, а 75% небракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта. Найти вероятность того, что: 1) взятое наудачу изделия является первосортным; 2) среди двух взятых наудачу изделий не более чем одно первосортное изделие.

21. Определить вероятность того, что партия из ста изделий, среди кото-

рых пять бракованных, будет принята при испытании наудачу выбранной половины всей партии, если условиями приема допускается бракованных изделий не более одного из пятидесяти.

22. Вероятность попадания мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью, меньшей 0,4, можно было ожидать, что: 1) не будет ни одного промаха; 2) будет хотя бы одно попадание.

23. В урне имеется два шара - белый и черный. Производится извлечение по одному шару до тех пор, пока не появится черный, причем при извлечении белого шара в урну возвращается этот шар, и добавляются еще два белых шара. Определить вероятность того, что при первых пятидесяти опытах черный шар не будет извлечен.

24. Игрок А поочередно играет по две партии с игроками В и С. Вероятности выигрыша первой партии для В и С равны 0,1 и 0,2 соответственно, вероятность выиграть во второй партии для В равна 0,3, для С равна 0,4. Определить вероятность того, что первым выиграет В.

25. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,1; 0,15 и 0,2. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет.

26. Из полного набора домино наудачу извлекаются кости одна за другой до появления дубля. Найти вероятность того, что будет извлечено не более трех костей.

27. Игрок А поочередно играет с игроками В и С с вероятностями выигрыша в каждой партии 0,25 и прекращает игру после первого проигрыша или после двух партий, выигранных с каждым игроком. Определить вероятность выигрыша В.

28. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

29. В кошельке находятся 6 монет по 20 коп. и 3 монеты по 3 коп. Из кошелька извлекаются монеты одна за другой до появления монеты в 20 коп. Найти вероятность того, что будет извлечено не более трех монет.

30. Вероятность получить очко, не теряя подачи, при игре равносильных волейбольных команд равна 0,5. Определить вероятность получения одного очка для подающей команды.

Задача 4. Формула полной вероятности

1. Каждая из двух урн содержит по 4 белых и 6 черных шаров. Из первой урны наудачу извлекается один шар и перекладывается во вторую урну, после чего из второй урны извлекается один шар. Найти вероятность того, что из второй урны будет извлечен белый шар.

2. На двух станках обрабатываются однотипные детали, вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, а для станка № 2 - 0,02. Обработанные

детали складываются в одном месте, причем станок № 1 обрабатывает вдвое больше деталей, чем станок № 2. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь будет доброкачественной.

3. Партия электрических лампочек изготовлена заводом № 1 на 20%, заводом № 2 на 30% и заводом № 3 на 50%. Для завода № 1 вероятность выпуска бракованных лампочек равна 0,01, для завода № 2 - 0,005 и для завода № 3 - 0,006. Найти вероятность того, что взятая наудачу из партии лампочка окажется бракованной.

4. Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40% продукции, второй - 45%, третий - 15%. В продукции первого завода спешат 20% часов, второго - 30% и третьего - 10%. Найти вероятность того, что купленные часы спешат.

5. На сборку поступило 1000 деталей от первого автомата, 2000 - от второго и 2500 - от третьего. Известно, что первый автомат дает брака 0,3%, второй - 0,2% и третий - 0,4%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали.

6. Детали от трех станков поступают в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго - 0,02 и для третьего - 0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Найти вероятность того, что взятая наудачу из бункера деталь будет бракованной.

7. По самолету производится три выстрела. Вероятности попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором - 0,6, при третьем - 0,8. При одном попадании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух - с вероятностью 0,6, при трех выстрелах самолет будет сбит наверняка. Найти вероятность того, что самолет будет сбит.

8. Заготовки на сборку поступают из двух бункеров: 70% из первого и 30% из второго. При этом заготовки первого бункера имеют плюсовые допуски в 10% случаев, а второго - в 20%. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь имеет плюсовой допуск.

9. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70% из первого цеха и 30% из второго. При этом материал первого цеха имеет 10% брака, а второго - 20%. Найти вероятность того, что взятая наудачу болванка не имеет брака.

10. Клапаны, изготавливаемые в цехе, проверяются двумя контролерами. Вероятность того, что клапан попадает на проверку первому контролеру, равна 0,6, а ко второму - 0,4. Вероятность того, что годный клапан будет забракован, для первого контролера равна 0,06, а для второго - 0,02. Найти вероятность того, что взятый наудачу годный клапан будет признан годным.

11. Из 10 деталей 4 окрашены. Вероятность того, что окрашенная деталь тяжелее нормы, равна 0,3, а для неокрашенной детали эта вероятность равна 0,1. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется тяжелее нормы.

12. В собранной электрической цепи может быть поставлен предохрани-

тель первого типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,8, или предохранитель второго типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,9. Предохранитель первого типа может быть поставлен в цепь с вероятностью 0,6, а второго - с вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что поставленный предохранитель сработает при перегрузке цепи.

13. В спартакиаде участвуют: из первой группы 4 студента, из второй группы - 6 и из третьей - 5. Студент первой группы попадает в сборную института с вероятностью 0,9, для студента второй группы эта вероятность равна 0,7, а для студента третьей группы - 0,8. Найти вероятность того, что выбранный наудачу студент попадет в сборную института.

14. В пирамиде установлено 10 винтовок, 4 из которых имеют оптический прицел. Вероятность поражения мишени из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела - 0,8. Найти вероятность того, что стрелок поразит цель из наудачу взятой винтовки.

15. Мимо бензоколонки проезжают легковые и грузовые машины. Среди них грузовых машин 60%. Вероятность того, что проезжающая машина подъедет на заправку, для грузовых машин равна 0,1, а для легковых - 0,2. Найти вероятность того, что проезжающая машина подъедет к бензоколонке на заправку.

16. Изделие может поступить для обработки на первый станок с вероятностью 0,2, на второй станок - с вероятностью 0,3 и на третий станок - с вероятностью 0,5. При обработке на первом станке вероятность брака равна 0,02, на втором - 0,03, на третьем - 0,05. Найти вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется бракованным.

17. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй - 45% и третьей - 35%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй - 2%, а для третьей - 1%. Найти вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется стандартным.

18. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, трое подготовлены отлично, четверо - хорошо, двое - посредственно и один плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо - на 16, посредственно - на 10, плохо - на 5. Найти вероятность того, что вызванный наудачу студент ответит на три вопроса.

19. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на 4 группы. К зернам первой группы принадлежит 96%, ко второй - 2%, к третьей - 1% и к четвертой - 1% всех зерен. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен, для семян первой группы равна 0,5, для семян второй группы - 0,2, для семян третьей группы - 0,18 и для семян четвертой группы - 0,02. Найти вероятность того, что из взятого наудачу зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен.

20. На распределительной базе находятся электрические лампочки, произведенные двумя заводами. Среди них 70% изготовлены первым заводом и 30% - вторым. Известно, что из каждых 100 лампочек, произведенных первым

заводом, 90 шт. удовлетворяют стандарту, и из 100 шт., произведенных вторым заводом, удовлетворяют стандарту 80 шт. Найти вероятность того, что взятая наудачу с базы лампочка будет удовлетворять требованиям стандарта.

21. В цехе 3 типа автоматических станков производят одни и те же детали. Производительность их одинакова, но качество работы различно. Известно, что станки первого типа производят 0,9 деталей отличного качества, второго - 0,85 и третьего - 0,8. Все произведенные в цехе за смену детали в нерассортированном виде сложены на складе. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется высшего качества, если станков первого типа 10 шт., второго - 8 шт. и третьего - 2 шт.

22. В вычислительной лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95, для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производит расчет на наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.

23. Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен.

24. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй - 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по 2 шара, а затем из этих 4 шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

25. В больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием L, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7, L - 0,8, и болезни М - 0,9. Найти вероятность того, что больной, поступивший в больницу, будет выписан здоровым.

26. Три группы студентов сдавали экзамен по математике. В первой группе успешно сдали 80 % студентов, во второй - 75 %, третьей - 90 %. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент из этих групп сдал успешно экзамен, если численность первой группы в 1,5 раза больше численности второй и в 1,2 раза больше численности третьей группы.

27. В магазин поступили радиоприемники с трех заводов. Среди 50 приемников с первого завода 10 приемников первого класса, из 60 со второго завода 15 первого класса. Найти вероятность того, что наудачу взятый радиоприемник будет первого класса, если из 40 приемников с третьего завода 10 первого класса.

28. При передаче сообщений “точка” и “тире” эти сигналы встречаются в отношении 5:3. Статистические свойства помех таковы, что искажаются в среднем 0,4 сообщений “точка” и 1/3 сообщений “тире”. Найти вероятность того, что произвольный из принятых сигналов не искажен.

29. Нормальный режим функционирования робота зарегистрирован в 60% случаях работы, форсированный в 30% и недогруженный - в 10%. Его надеж-

ность при нормальном режиме 0,8, при форсированном - 0,6, при недогруженном - 0,9. Найти полную надежность работы.

30. В продажу поступили телевизоры от трех фирм. Продукция первой фирмы содержит 20% телевизоров со скрытым дефектом, второй - 10% и третьей - 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров от первой фирмы, 20% от второй и 50% от третьей.

Задача 5. Формулы Байеса

1. Имеются две партии изделий по 10 и 12 штук соответственно, причем в каждой партии ровно одно изделие бракованное. Изделие, взятое наудачу из первой партии, переложено во вторую, после чего выбирается наудачу одно изделие из второй партии, оказавшееся бракованным. Найти вероятность того, что из первой партии во вторую было переложено доброкачественное изделие.

2. В пирамиде установлено 10 винтовок, 4 из которых имеют оптический прицел. Вероятность поражения мишени из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела - 0,8. Из наудачу взятой винтовки стрелок сделал промах. Найти вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом.

3. Мимо бензоколонки проезжают легковые и грузовые машины. Среди них 60% грузовых машин. Вероятность того, что проезжающая машина подъедет на заправку, для грузовых машин равна 0,1, а для легковых - 0,2. Проезжающая машина подъехала к бензоколонке на заправку. Найти вероятность того, что это легковая машина.

4. Изделие может поступить для обработки на первый станок с вероятностью 0,2, на второй станок - с вероятностью 0,3 и на третий станок - с вероятностью 0,5. При обработке на первом станке вероятность брака равна 0,02, на втором - 0,03, на третьем - 0,05. Взятое наудачу изделие оказалось доброкачественным. Найти вероятность того, что оно обрабатывалось на третьем станке.

5. На склад поступает продукция трех фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй - 46% и третьей - 34%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй - 2%, а для третьей - 1%. Взятое наудачу изделие оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на первой фабрике.

6. В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, трое подготовлены отлично, четверо - хорошо, двое - посредственно и один - плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный - на 16, посредственно - на 10, плохо - на 5. Вызванный наудачу студент ответил на три вопроса. Найти вероятность того, что он подготовлен плохо.

7. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на 4 группы. К зернам первой группы принадлежит 96%, ко второй 2%, к третьей 1%, к четвертой 1% всех зерен. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, содержащий не менее 50 зерен, для семян первой группы равна 0,5, для второй - 0,2, для третьей - 0,8, и для семян четвертой

группы - 0,02. Из взятого наудачу зерна вырос колос, содержащий не менее 50 зерен. Найти вероятность того, что он вырос из зерна четвертой группы.

8. На распределительной базе находятся электрические лампочки, произведенные двумя заводами. Среди них 70% изготовлены первым заводом и 30% вторым. Известно, что из каждых 100 лампочек, произведенных первым заводом, 90 шт. удовлетворяет стандарту, а из 100 шт., произведенных вторым заводом, удовлетворяют стандарту 80 шт. Взятая наудачу лампочка оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она произведена на первом заводе.

9. В цехе три типа автоматических станков производят одни и те же детали. Производительность их одинакова, но качество работы различно. Известно, что станки первого типа производят 0,9 деталей отличного качества, второго - 0,85 и третьего - 0,8. Все произведенные в цехе за смену детали в нерассортированном виде сложены на складе. Взятая наудачу со склада деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что она произведена на станке первого типа, если станков первого типа 10 шт., второго - 8 шт., и третьего - 2 шт.

10. В вычислительной лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0,95, для полуавтомата эта вероятность равна 0,8. Студент производил расчет на наудачу выбранной машине, и она вышла из строя до окончания расчета. Найти вероятность того, что это был автомат.

11. Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как 3:2:5. Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,9. Возникший в машине сбой обнаружен. Найти вероятность того, что сбой произошел в арифметическом устройстве.

12. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 8 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по два шара, а затем из этих четырех шаров наудачу взяли один шар. Извлеченный шар оказался черным. Найти вероятность того, что из первой урны были извлечены шары разного цвета.

13. В больницу поступает в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием Z, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7, болезни Z - 0,8 и болезни М - 0,9. Поступивший в больницу больной был выписан здоровым. Найти вероятность того, что он поступил в больницу с заболеванием Z.

14. На двух станках обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для станка № 1 составляет 0,03, а для станка № 2 - 0,02. Обработанные детали складываются в одном месте, причем станок № 1 обрабатывает вдвое больше деталей, чем станок № 2. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она обрабатывалась на станке № 1.

15. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена заводом № 1, на 30% - заводом № 2 и на 50% - заводом № 3. Для завода № 1 вероятность выпус-

ка бракованной лампочки равна 0,01, для завода № 2 - 0,005 и для завода № 3 - 0,006. Взятая наудачу лампочка оказалась доброкачественной. Найти вероятность того, что она изготовлена заводом № 2.

16. Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40% продукции, второй - 45% и третий - 15%. В продукции первого завода спешат 80 % часов, у второго - 70%, у третьего - 90%. Купленные наудачу часы отстают. Найти вероятность того, что они изготовлены на первом заводе.

17. На сборку поступили 1000 деталей от первого автомата, 2000 - от второго и 2500 от третьего. Известно, что первый автомат дает брака 0,3%, второй - 0,2% и третий - 0,4%. Взятая наудачу деталь оказалась доброкачественной. Найти вероятность того, что она изготовлена на втором автомате.

18. Детали от трех станков поступают в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго - 0,02, и для третьего - 0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два раза больше производительности второго. Взятая наудачу деталь оказалась доброкачественной. Найти вероятность того, что она изготовлена на втором станке.

19. По самолету производится три выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором - 0,6 и при третьем - 0,8. При одном попадании самолет будет сбит с вероятностью 0,3, при двух - с вероятностью 0,6, при трех самолет будет сбит наверняка. В результате этих выстрелов самолет оказался сбитым. Найти вероятность того, что при этом было три попадания в самолет.

20. Заготовки на сборку поступают из двух бункеров: 70% из первого и 30% из второго. При этом заготовки первого бункера имеют плюсовые допуски в 10% случаев, а второго - в 20%. Взятая наудачу заготовка имеет плюсовой допуск. Найти вероятность того, что она поступила из первого бункера.

21. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70% из первого и 30% из второго. При этом материал первого цеха имеет 10% брака, а второго - 20%. Взятая наудачу болванка оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она поступила из второго цеха.

22. Клапаны, изготавливаемые в цехе, проверяются двумя контролерами. Вероятность того, что клапан попадает на проверку первому контролеру, равна 0,6, а ко второму - 0,4. Вероятность того, что годный клапан будет забракован, для первого контроллера будет равна 0,06, а для второго - 0,02. Наудачу взятый после проверки годный клапан забракован. Найти вероятность того, что его проверял второй контролер.

23. Из 10 деталей 4 окрашены. Вероятность того, что окрашенная деталь тяжелее нормы, равна 0,3, а для неокрашенной детали эта вероятность равна 0,1. Взятая наудачу деталь оказалась легче нормы. Найти вероятность того, что она окрашена.

24. В собранной электрической цепи может быть поставлен предохранитель первого типа, который при перегрузке срабатывает с вероятностью 0,9. Предохранитель первого типа может быть поставлен в цепь с вероятностью 0,6,

а второго типа - с вероятностью 0,4. Поставленный наудачу в цепь предохранитель не сработал при ее перегрузке. Найти вероятность того, что это было предохранитель второго типа.

25. В спартакиаде участвуют: из первой группы 4 студента, из второй - 6, из третьей – 5. Студент первой группы попадает в сборную института с вероятностью 0,9, для студента второй группы эта вероятность равна 0,7, а для студента третьей группы – 0,8. Выбранный наудачу студент не попал в сборную института. Найти вероятность того, что он был из третьей группы.

26. В магазин поступают плащи с трех фабрик. Производительности фабрик относятся 2:5:3. Комбинированные плащи среди продукции составляют в среднем 97%, 96%, 98% соответственно. Наудачу выбранный плащ оказался комбинированным. С какой фабрики вероятнее всего он поступил?

27. На склад поступила продукция трех фирм, выпускающих телефонные аппараты. Объемы продукции первой, второй и третьей фирм относятся как 3:5:4. Известно, что кнопочные аппараты среди продукции первой фирмы составляют в среднем 92%, второй - 90%, третьей - 85%. Найти вероятность того, что наудачу взятый аппарат, оказавшийся кнопочным, изготовлен второй фирмой.

28. Среди реализуемых магазином магнитофонов 35% изготовлены на первом заводе, 25% на втором и остальные на третьем. Доля двухкассетных магнитофонов в продукции этих заводов составляет соответственно 85%, 75%, 90%. Найти вероятность того, что у случайного покупателя этого магазина купленный им двухкассетный магнитофон изготовлен на третьем заводе.

29. На первом станке изготовлено 20 деталей, из них 7 с дефектом, на втором 30 деталей, из них 4 с дефектом, на третьем - 50 деталей, из них 10 с дефектом. С общего конвейера взята наудачу деталь, оказавшаяся без дефекта. Найти вероятность того, что она изготовлена на третьем станке.

30. По результатам проверки контрольных работ оказалось, что в первой группе получили положительные оценки 20 из 30 студентов, во второй группе 15 из 25. Найти вероятность того, что наудачу выбранная работа, имеющая положительную оценку, написана студентом первой группы.

Задача 6. Формула Бернулли

1. Предприятие выпускает 80% изделий первого сорта. Случайным образом отобраны 4 изделия. Какова вероятность того, что среди них: 1) ровно два изделия первого сорта; 2) не более двух изделий первого сорта.

2. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что среди 5 случайно отобранных деталей будут: 1) ровно 3 стандартные детали; 2) от 2 до 4 стандартных деталей.

3. При установившемся технологическом процессе станок-автомат производит $\frac{2}{3}$ числа изделий первого сорта и $\frac{1}{3}$ - второго сорта. Установить, что является более вероятным - получить 2 первосортных изделия среди 5 наудачу отобранных или 5 первосортных среди 10 наудачу отобранных.

4. Известно, что в среднем 90% числа производимых цехом изделий не имеют дефектов. Наудачу отобраны 5 изделий. Найти вероятность того, что

среди них: 1) ровно 2 изделия с дефектом; 2) не менее 4 изделий без дефекта.

5. В библиотеке имеются книги только по технике и математике. Вероятности того, что любой читатель возьмет книгу по технике и по математике, равны соответственно 0,7 и 0,3. Найти вероятность того, что из пяти читателей, каждый из которых берет по одной книге: 1) два человека возьмут книги по технике; 2) не менее трех человек возьмут книги по математике.

6. Вероятность хотя бы одного появления события при четырех независимых опытах равна 0,59. Какова вероятность появления события: 1) при одном опыте; 2) при двух опытах, если при каждом опыте эта вероятность одинакова.

7. Всхожесть ржи составляет 90%. Посеяны 7 зерен. Найти вероятность того, что: 1) взойдут 5 зерен; 2) взойдут от 2 до 4 зерен.

8. Среди волокон хлопка определенного сорта в среднем 75% имеют длину, меньшую, чем 45 мм, и 25% - длину большую (или равную) 45 мм. Наудачу отобрано 6 волокон. Найти вероятность того, что: 1) 3 волокна имеют длину меньшую, чем 45 мм; 2) от 2 до 4 волокон имеют длину, большую 45 мм.

9. В результате многолетних наблюдений для некоторой местности было выяснено, что вероятность того, что в течение 1 июля выпадет дождь, равна $\frac{4}{17}$. Рассматриваются ближайшие 50 лет. Найти: 1) наивероятнейшее число дождливых дней 1 июля; 2) вероятность хотя бы одного дождливого дня 1 июля.

10. При въезде в новую квартиру в осветительную сеть было включено 10 новых электролампочек. Каждая электролампочка в течение года перегорает с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что в течение года: 1) перегорит ровно 7 лампочек; 2) перегорит не менее 8 лампочек.

11. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует к себе внимания рабочего в течение промежутка времени t , равна $\frac{1}{3}$. Найти вероятность того, что: 1) за время t 4 станка потребуют к себе внимания рабочего; 2) за время t от 3 до 6 станков потребуют внимания рабочего.

12. В камере хранения ручного багажа 80% всей клади составляют чемоданы, которые вперемешку с другими вещами хранятся на стеллажах. Через окно выдачи были получены все вещи с одного из стеллажей в количестве 20 мест. Найти вероятность того, что среди них: 1) было 3 чемодана; 2) не более 3 чемоданов.

13. Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: 1) выиграть одну партию из двух или две партии из четырех; 2) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти.

14. Рабочий обслуживает 4 станка. Каждый станок в течение 6 ч работы несколько раз останавливается и всего в сумме стоит 0,5 ч, причем остановки их в любой момент времени равновероятны. Определить вероятность того, что в данный момент времени 1) будет работать один станок; 2) будут работать не менее трех станков.

15. На складе находится партия пряжи. Известно, что партия содержит 40% пряжи второго сорта, остальная пряжа первого сорта. Для контроля качества пряжи берут 25 мотков. Найти: 1) наивероятнейшее число мотков пряжи

первого сорта; 2) вероятность того, что среди них не более 2 мотков пряжи второго сорта.

16. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна 0,8. Сколько нужно произвести выстрелов, чтобы наивероятнейшее число попаданий было равно 20?

17. Производится четыре независимых опыта, в каждом из которых событие А происходит с вероятностью 0,3. Событие В наступает с вероятностью, равной 1, если событие А произошло не менее двух раз; не может наступить, если событие А не имело места, и наступает с вероятностью 0,6, если событие А имело место один раз. Определить вероятность появления события В.

18. В мастерской работает 6 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. Найти вероятность того, что к обеденному перерыву: 1) перегреются 4 мотора; 2) перегреются не более 2 моторов.

19. Если известно, что на лотерейный билет выпал выигрыш, то вероятности того, что выигрышем будет велосипед или стиральная машина, равны соответственно 0,03 и 0,2. На 10 билетов из разных серий выпали выигрыши. Найти вероятность выигрыша хотя бы одного из этих предметов: 1) на 3 лотерейных билета; 2) на число лотерейных билетов от 3 до 5.

20. Вероятность того, что расход воды на некотором предприятии окажется нормальным (не больше определенного числа литров в сутки), равна $\frac{3}{4}$. Найти вероятность того, что в течение 6 ближайших дней расход воды будет нормальным: 1) в течение 4 дней; 2) в течение не менее 3 дней.

21. Прибор состоит из 10 узлов. Надежность (вероятность безотказной работы в течение времени t) для каждого узла равна 0,9. Узлы выходят из строя независимо один от другого. Найти вероятность того, что за время t : 1) откажут 2 узла; 2) не более 2 узлов.

22. Вероятность попадания в цель бомбы равна 0,3. Сбрасывается одиночно 6 бомб. Найти вероятность того, что в цель попадут: 1) ровно 3 бомбы; 2) от 2 до 4 бомб.

23. Батарея дала 10 выстрелов по военному объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти: 1) наивероятнейшее число попаданий и его вероятность; 2) вероятность разрушения объекта, если для его разрушения требуется не менее 4 попаданий.

24. Сорт «смесь» содержит поровну конфеты четырех наименований «а», «б», «в», «г». Большое количество конфет «смесь» расфасовывается в кульки по 8 конфет в каждый для подарков на детский праздник. Найти вероятность того, что из 15 подарков: 1) в 5 окажется по одной конфете сорта «а»; 2) не более чем в 3 окажется по одной конфете сорта «а».

25. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу изделий: 1) окажется два бракованных изделия; 2) окажется не менее 3 бракованных изделий.

26. Изделия, изготавливаемые на станке - автомате, в среднем имеют 20% изделий первого сорта. Найти вероятность того, что среди 5 изделий будет: 1) 4 изделия первого сорта; 2) хотя бы 4 изделия первого сорта.

27. В большой серии испытаний 70% проб указывают на наличие и 30% на отсутствие загрязнения. Найти вероятность того, что при взятии 8 проб пять из них будут указывать на загрязнение.

28. Передается код из 6 импульсов. Найти вероятность того, что не менее двух импульсов будут искажены, если искажения независимы и появляются с вероятностью 0,25.

29. Среди деталей, изготавливаемых в цехе, в среднем 4% брака. Найти вероятность того, что среди 6 деталей, взятых на контроль: 1) две детали будут бракованными; 2) не более двух деталей будут бракованными; 3) бракованными окажутся от 2 до 4 деталей.

30. Для данного баскетболиста вероятность забросить мяч в корзину при одном броске равна 0,4. Сколько нужно произвести бросков, чтобы их наивероятнейшее число попаданий оказалось равным 12?

Задача 7. Формулы Муавра-Лапласа и Пуассона

1. Известно, что $\frac{3}{5}$ всего числа изготовленных заводом телефонных аппаратов выпускается первым сортом. Изготовленные аппараты расположены одни возле другого случайным образом и приемщик берет первые попавшиеся 600 штук. Найти: 1) наивероятнейшее число телефонных аппаратов первого сорта среди отобранных; 2) вероятность того, что среди отобранных находятся от 200 до 500 аппаратов первого сорта.

2. Рабочие цеха обслуживают 200 станков. Каждый станок в течение 6 ч работы несколько раз останавливается и всего в сумме стоит 0,5 ч, причем остановки их в любой момент времени равновероятны. В данный момент найти: 1) наивероятнейшее число неработающих станков; 2) вероятность того, что работают ровно 150 станков; 3) вероятность того, что работают не менее 150 станков.

3. На складе находится партия пряжи. Известно, что партия содержит 40% пряжи второго сорта, остальная пряжа первого сорта. Для контроля качества пряжи наудачу отобрано 300 мотков. Найти: 1) наивероятнейшее число мотков пряжи второго сорта; 2) вероятность того, что среди них ровно 200 мотков пряжи первого сорта; 3) вероятность того, что среди них от 150 до 200 мотков пряжи первого сорта.

4. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из орудия равна 0,8. Произведено 150 выстрелов. Найти: 1) наивероятнейшее число промахов; 2) вероятность ровно 100 попаданий; 3) вероятность не менее 100 попаданий.

5. По данным технического контроля в среднем два процента изготавливаемых на заводе часов нуждаются в дополнительной регулировке. Изготовлено 400 часов. Найти: 1) наивероятнейшее число часов, требующих регулировки; 2) вероятность того, что триста часов не потребуют регулировки; 3) вероятность того, что не более трехсот часов потребуют регулировки.

6. В цехе работает 300 моторов. Для каждого мотора вероятность перегрева к обеденному перерыву равна 0,8. найти: 1) наивероятнейшее число перегревшихся моторов; 2) вероятность того, что перегреются 150 моторов; 3) вероятность того, что перегреются от 150 до 250 моторов.

7. Вероятность выигрыша на каждый из лотерейных билетов равна 0,02. Имеются 100 билетов из разных серий. Найти: 1) наиболее вероятное число выигрышных билетов; 2) вероятность того, что выигрыш выпадет на 80 билетов; 3) вероятность того, что выигрыш выпадет на число билетов от 50 до 90.

8. Вероятность того, что расход воды на некотором предприятии окажется нормальным (не больше определенного числа литров в сутки), равна $\frac{3}{4}$. Рассматриваются 200 рабочих дней предприятия. Найти: 1) наиболее вероятное число дней, в которые расход воды превышает норму; 2) вероятность того, что за 150 дней расход воды будет нормальным; 3) вероятность того, что за число дней от 50 до 150 расход воды будет нормальным.

9. Радиотелеграфная станция принимает цифровой текст. В силу помех вероятность ошибочного приема любой цифры не изменяется в течение всего приема и равна 0,01. Считая приемы отдельных цифр независимыми событиями, найти для текста, содержащего 1100 цифр: 1) наиболее вероятное число верных цифр; 2) вероятность того, что в тексте будет ровно 7 ошибок; 3) вероятность того, что в тексте будет меньше 20 ошибок.

10. Вероятность попадания в цель бомбы равна 0,3. С группы самолетов одиночно сбрасывается 200 бомб. Найти: 1) наиболее вероятное число попаданий в цель; 2) вероятность попадания ровно 70 бомб; 3) вероятность попадания не менее 50 бомб.

11. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости (брак) равна 0,02. Сверла укладываются в коробки по 100 штук. Найти: 1) наиболее вероятное число доброкачественных сверл в коробке; 2) вероятность того, что в коробке окажется 3 бракованных сверла; 3) вероятность того, что в коробке окажется не более 10 бракованных сверл.

12. При данном технологическом процессе 75% всей произведенной продукции оказывается продукцией высшего сорта. Наудачу отобрана партия из 150 изделий. Найти: 1) наиболее вероятное число изделий высшего сорта; 2) вероятность того, что в этой партии окажется наиболее вероятное число изделий высшего сорта; 3) вероятность того, что в партии окажется от 50 до 120 изделий высшего сорта.

13. В некоторой местности имеются 3% больных малярией. Производится обследование 500 человек. Найти: 1) наиболее вероятное число лиц, не больных малярией; 2) вероятность того, что среди обследуемых 15 человек больны малярией; 3) вероятность того, что среди обследуемых от 100 до 300 человек больны малярией.

14. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,9. Случайным образом отобраны 500 деталей. Найти: 1) наиболее вероятное число стандартных деталей; 2) вероятность того, что среди них ровно 440 деталей стандартных; 3) вероятность того, что среди них не более чем 300 стандартных деталей.

15. При установившемся технологическом процессе станок-автомат производит $\frac{2}{3}$ числа изделий первого сорта и $\frac{1}{3}$ - второго сорта. Найти вероятность того, что среди 300 случайно отобранных изделий будет: 1) ровно 220 изделий первого сорта; 2) не менее 200 изделий первого сорта.

16. Известно, что в среднем 90% числа производимых цехом изделий не имеют дефектов. Найти вероятность: 1) что среди наудачу отобранных 4 изделий ровно 2 изделия с дефектом; 2) среди наудачу отобранных 300 изделий 260 изделий без дефектов; 3) среди наудачу отобранных 300 изделий не более 250 изделий без дефектов.

17. В библиотеке имеются книги только по технике и математике. Вероятности того, что любой читатель возьмет книгу по технике и по математике, равны соответственно 0,7 и 0,3. Библиотеку посетили 300 читателей, каждый из которых взял по одной книге. Найти: 1) наивероятнейшее число взятых книг по математике; 2) вероятность того, что было взято 200 книг по технике; 3) вероятность того, что было взято не менее 200 книг по технике.

18. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. Произведено 5000 выстрелов. Найти: 1) наивероятнейшее число промахов; 2) вероятность не менее 10 попаданий.

19. Всхожесть ржи составляет 90%. Посеяно 1000 зерен ржи. Найти: 1) наивероятнейшее число взошедших зерен; 2) вероятность того, что взойдут ровно 800 зерен; 3) вероятность того, что взойдут от 500 до 900 зерен.

20. Среди волокон хлопка определенного сорта в среднем 75% имеют длину, меньшую, чем 45 мм, 25% - длину, большую (или равную) 45 мм. Наудачу отобрано 500 волокон. Найти: 1) наивероятнейшее число волокон, имеющих длину больше 45 мм; 2) вероятность того, что от 200 до 400 волокон имеют длину, меньшую, чем 45 мм.

21. Известно, что одна четвертая часть рабочих некоторой отрасли промышленности имеет среднее образование. Для обследования выбрано наудачу 2000 рабочих. Найти: 1) наивероятнейшее число рабочих со средним образованием; 2) вероятность того, что 1500 рабочих имеют среднее образование; 3) вероятность того, что от 1000 до 1500 рабочих имеют среднее образование.

22. При установившемся технологическом процессе происходит 10 обрывов нити на 100 веретен в час. Рассматривается 500 веретен. Найти: 1) наивероятнейшее число обрывов нити в час; 2) вероятность того, что произойдет 300 обрывов нити в час; 3) вероятность того, что произойдет от 200 до 400 обрывов нити в час.

23. В некоторой местности в среднем на каждые 100 выращиваемых арбузов приходится один весом не менее 10 кг. Найти вероятность того, что в партии арбузов из этой местности, содержащей 4000 штук, будет: 1) ровно 3 арбуза весом не менее 10 кг; 2) не менее 2 таких арбузов.

24. Установлено, что в среднем 0,5% шариков, изготовленных для подшипников, оказываются бракованными. На контроль поступили 10000 шариков. Найти: 1) наивероятнейшее число доброкачественных шариков; 2) вероятность того, что бракованными окажутся 60 шариков; 3) вероятность того, что бракованными окажутся не более 60 шариков.

25. В среднем левши составляют 1%. Случайным образом отобраны 200 человек. Найти: 1) наивероятнейшее число лиц, не являющихся левшами; 2) вероятность того, что окажется ровно четверо левшей; 3) вероятность того, что окажется не более 4 левшей.

26. При штамповке 70% деталей выходит первым сортом, 20% - вторым и 10% - третьим. Определить: 1) сколько нужно взять отштампованных деталей, чтобы с вероятностью, равной 0,9973, можно было утверждать, что доля первосортных среди них будет отличаться от вероятности изготовления первосортной детали по абсолютной величине не более чем на 0,05; 2) вероятность того, что в партии из 100 деталей будет более 10 деталей третьего сорта.

27. При установившемся технологическом процессе 75% продукции станка-автомата высшего качества. Найти вероятность того, что в партии из 150 изделий окажется: 1) наименьшее число изделий высшего качества; 2) от 100 до 120 изделий высшего качества.

28. По техническим условиям диаметр валиков, изготавливаемых на автоматическом станке, должен быть не менее 37,8 мм и не более 37,9 мм. Настроенный станок производит в среднем 98% валиков, удовлетворяющих предъявляемым требованиям. Определить вероятность того, что среди 900 изготовленных валиков будет бракованных: а) от 3% и более; б) менее 2%.

29. Настроенный станок производит в среднем 80% валиков, диаметр которых укладывается в поле допуска. Найти вероятность того, что среди 100 валиков: 1) будет не менее 75 валиков, диаметр которых укладывается в поле допуска; 2) ровно 75 валиков, диаметр которых укладывается в поле допуска.

30. Вероятность допущения дефекта при производстве механизма равна 0,4. Отобрано для контроля 500 механизмов. Найти: 1) величину наибольшего отклонения частоты изготовления механизмов с дефектами от вероятности 0,4, которую можно гарантировать с вероятностью 0,9973; 2) вероятность того, что дефектных механизмов будет более 50.

Задача 8. Дискретные случайные величины

1. В партии из 10 изделий имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.

2. В поисках книги студент решил обойти в городе 4 имеющихся библиотеки. Составить закон распределения числа посещенных библиотек, предполагая вероятность наличия книги в библиотеке равной 0,4.

3. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов в одном опыте.

4. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 4 детали. Найти ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных.

5. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны 4 детали. Найти ряд распределения числа нестандартных деталей среди отобранных.

6. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Найти ряд распределения числа выданных патронов.

7. Имеется n лампочек, каждая из которых с вероятностью p имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток; при включении тока дефектная лампочка сразу же перегорает, после чего заменяется другой. Найти

ряд распределения числа испробованных лампочек.

8. Вероятность того, что изделие, изготовленное на автоматическом станке, окажется не ниже второго сорта, равна 0,8. Для контроля качества регулировки станка рабочий периодически проверяет одно за другим производимые изделия, но не более 5 шт. каждый раз. При обнаружении изделия ниже второго сорта станок останавливается для регулировки. Найти ряд распределения числа проверяемых изделий, производимых рабочими при одной серии испытаний.

9. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 шт. нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя такие часы, прекращает дальнейший просмотр. Найти ряд распределения числа просмотренных часов.

10. При установившемся технологическом процессе $2/3$ всей производимой продукции станок-автомат выпускает первым сортом и $1/3$ - вторым сортом. Найти закон распределения числа изделий первого сорта среди 5 шт., отобранных случайным образом.

11. Десять изделий испытываются при перегрузочных режимах. Вероятности для каждого изделия пройти испытания равны $4/5$ и независимы. Испытания заканчиваются после первого же изделия, не выдержавшего испытания. Найти ряд распределения числа испытаний.

12. На пути движения автомашины четыре светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает автомашине дальнейшее движение. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных автомашиной до первой остановки.

13. Найти ряд распределения числа попаданий мячом в корзину при 5 бросаниях мяча, если вероятность попадания при одном броске равна 0,3.

14. Производятся последовательные испытания пяти приборов на надежность; каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Найти ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытания для каждого из них равна 0,9.

15. Два баскетболиста поочередно забрасывают мяч в корзину до тех пор, пока один из них не попадет. Найти ряд распределения числа бросков для второго баскетболиста, если вероятность попадания для первого равна 0,4, а для второго 0,6.

16. Опыт производится с помощью серии одинаковых приборов, которые включаются один за другим через 5 с. Время срабатывания прибора 16 с. Опыт прекращается сразу же после того, как сработает очередной включенный прибор. Найти ряд распределения случайного числа включенных приборов, если вероятность сработать для каждого прибора равна $1/2$.

17. Имеется n заготовок для одной и той же детали. Вероятность изготовления годной детали из каждой заготовки равна p . Найти ряд распределения числа заготовок, оставшихся после изготовления первой годной детали.

18. Производятся испытания 5 изделий на надежность, причем вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна 0,7. Найти ряд распре-

деления случайного числа изделий, выдержавших испытания.

19. Мишень состоит из круга № 1 и двух колец - № 2 и № 3. Попадание в круг № 1 дает 10 очков, в кольцо № 2 - 5 очков, в кольцо № 3 - 1 очко. Вероятности попадания соответственно равны 0,2; 0,3; 0,5. Найти ряд распределения для случайной суммы выбитых очков в результате трех попаданий.

20. В партии из 10 изделий 7 изделий первого сорта. Наудачу выбираются 3 изделия. Найти ряд распределения числа изделий первого сорта среди выбранных изделий.

21. В двух урнах находятся шары, отличающиеся лишь по цвету: в первой урне 3 белых и 2 черных шара, во второй - 2 белых и 3 черных. Наудачу из каждой урны извлекаются по 2 шара. Найти ряд распределения числа белых шаров среди извлеченных шаров.

22. Из урны, в которой 3 белых и 7 черных шаров, вынимают 3 шара. Найти ряд распределения числа вынутых черных шаров.

23. Два бомбардировщика поочередно сбрасывают бомбы на цель до первого попадания. Вероятность попадания в цель для первого бомбардировщика равна 0,7, для второго - 0,8. Найти ряд распределения числа сброшенных бомб обоими бомбардировщиками, если первый из них имеет три бомбы, а второй - 2 бомбы и первым сбрасывает бомбы первый бомбардировщик.

24. Вероятность нарушения стандартности изделия при некотором технологическом процессе равна 0,06. В ОТК из каждой партии берут по одному 5 изделий и проверяют качество каждого из них. Если при этом обнаружится нестандартное изделие, дальнейшие испытания прекращаются и вся партия задерживается. Найти закон распределения числа изделий, подвергаемых проверке.

25. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель для первого орудия равна 0,3, для второго - 0,7. Найти закон распределения числа израсходованных снарядов обоими орудиями, если каждое из них имеет по 3 снаряда, и стрельбу начинает первое орудие.

26. Вероятность приема позывного сигнала одной радиостанцией равна 0,2 при каждой посылке. Позывные подаются каждые 5 с до тех пор пока не будет получен ответный сигнал. Общее время прохождения позывного и ответного сигналов равно 16 с. Найти ряд распределения числа подаваемых сигналов до установления двусторонней связи.

27. Имеются четыре лампочки, каждая из них с вероятностью 0,2 имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон, включается ток, при включении тока дефектная лампочка сразу перегорает, после чего она заменяется другой. Найти ряд распределения случайной величины X - числа лампочек, которое будет испытано.

28. Составить закон распределения числа попаданий в цель при шести выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4.

29. На заводе работают четыре автоматические линии. Вероятность того, что в течение смены первая линия не потребует регулировки, равна 0,9; вторая - 0,8; третья - 0,75; четвертая - 0,7. Найти закон распределения числа линий, ко-

торые в течение смены не потребуют регулировки.

30. Найти закон распределения числа появлений события A в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления события A в каждом испытании равна 0,2.

Задача 9. Числовые характеристики дискретных случайных величин

1. Производятся три независимых опыта, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина X - число появлений события A в трех опытах. Найти функцию распределения случайной величины X и построить ее график. Найти ее математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

2. Рабочий у конвейера при сборке механизм устанавливает в него определенную деталь. В некоторых случаях деталь приходится подгонять и проверять качество подгонки пробной установкой ее в механизм. Закон распределения числа пробных установок детали X задается таблицей:

| | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| p | 0,38 | 0,26 | 0,20 | 0,14 | 0,02 |

Определить математическое ожидание и дисперсию рассматриваемой случайной величины. Найти функцию распределения случайной величины X и построить ее график.

3. В лотерее на каждые 100 билетов приходится 15 выигрышных. Количество и размер выигрышей даны в таблице:

| | | | |
|----------------------|----|---|----|
| Размер выигрыша | 20 | 5 | 1 |
| Количество выигрышей | 1 | 4 | 10 |

1) найти ряд распределения случайного выигрыша на один лотерейный билет; 2) определить математическое ожидание и дисперсию рассматриваемой случайной величины; 3) найти функцию распределения и построить ее график.

4. В результате систематических испытаний мотков оцинкованной проволоки диаметром 0,6 мм, предназначенной для изготовления канатов, установлено теоретическое распределение по прочностям:

| | | | | | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Разрывное усилие | 430 | 440 | 450 | 460 | 470 | 480 | 490 | 500 | 510 |
| Вероятность | 0,04 | 0,02 | 0,07 | 0,18 | 0,27 | 0,29 | 0,03 | 0,06 | 0,04 |

Найти математическое ожидание разрывного усилия проволоки (СВ X) и математическое ожидание разрывного усилия 60 проволок, из которых будет свит канат. Найти дисперсию СВ X , функцию распределения и построить ее график.

5. Число α -частиц, достигающих счетчика в некотором опыте, является случайной величиной, распределенной по следующему закону:

| | | | | | | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| α | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $p(\alpha)$ | 0,021 | 0,081 | 0,156 | 0,210 | 0,195 | 0,151 | 0,097 | 0,054 | 0,026 | 0,011 | 0,007 |

Найти математическое ожидание и дисперсию числа частиц, достигающих счетчика. Найти вероятность того, что число частиц, достигших счетчика, будет не меньше 4. Найти функцию распределения и построить ее график.

6. В лотерее разыгрывается мотоцикл стоимостью 250 руб., велосипед стоимостью 50 руб. и часы ценой 40 руб. Найти математическое ожидание вы-

игрыша для лица, имеющего один билет, если общее число билетов равно 100. Найти дисперсию выигрыша. Найти функцию распределения и построить ее график.

7. Из урны, содержащей 3 белых и 4 черных шара, извлекается по одному шару без возвращения до первого появления белого шара. Найти математическое ожидание числа вынутых шаров и дисперсию. Найти функцию распределения и построить ее график.

8. В результате испытаний двух приборов (А и В) установлена вероятность наблюдения помех, оцениваемых по трехбалльной системе:

| Уровень помех | | 1 | 2 | 3 |
|---|----------|------|------|------|
| Вероятность наблюдения помех данного уровня | Прибор А | 0,40 | 0,35 | 0,25 |
| | Прибор В | 0,35 | 0,45 | 0,20 |

По приведенным данным выбрать лучший прибор, если лучшим является тот, который в среднем имеет меньший уровень помех. Для прибора А найти также дисперсию уровня помех, функцию распределения и построить ее график.

9. Испытуемый прибор состоит из четырех элементов. Вероятность отказа для элемента с номером i равна $p_i = 0,2 + 0,1(i-1)$. Определить математическое ожидание и дисперсию числа отказавших элементов, если отказы элементов независимы. Найти дисперсию и функцию распределения, построить ее график.

10. Автоматическая линия при нормальной настройке может выпускать бракованное изделие с вероятностью p . Переналадка линии производится сразу после первого же бракованного изделия. Найти среднее число всех изделий, изготовленных между двумя переналадками линии, и дисперсию.

11. Вероятность приема позывного сигнала одной радиостанции другой радиостанцией равна 0,2 при каждой посылке. Позывные подаются каждые 5 с. до тех пор, пока не будет получен ответный сигнал. Общее время прохождения позывного и ответного сигналов равно 16 с. Найти среднее число подаваемых позывных сигналов до установления двусторонней связи и дисперсию.

12. Независимые испытания аппаратуры повторяются до тех пор, пока она не даст отказ. Вероятность отказа от испытания к испытанию не меняется и равна p . Найти математическое ожидание и дисперсию числа безотказных испытаний.

13. Дискретная случайная величина X принимает три возможных значения: $x_1=4$ с вероятностью $p_1=0,5$, $x_2=6$ с вероятностью $p_2=0,3$, x_3 с вероятностью p_3 . Зная, что $M(X) = 8$, найти x_3 , p_3 и дисперсию данной величины. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

14. В партии из 10 деталей содержится три нестандартных. Наудачу отобраны две детали. Найти математическое ожидание и дисперсию числа нестандартных деталей среди двух отобранных. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

15. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 шт. нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя такие часы, прекращает дальнейший просмотр. Найти математи-

ческое ожидание количества просмотренных часов, дисперсию, функцию распределения и постройте ее график.

16. При установившемся технологическом процессе $2/3$ всей производимой продукции станок-автомат выпускает первым сортом и $1/3$ - вторым. Найти математическое ожидание и дисперсию числа изделий первого сорта среди 5 изделий, отобранных случайным образом. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

17. Производятся 4 выстрела с вероятностями попадания в цель $p_1=0,6$; $p_2=0,4$; $p_3=0,5$; $p_4=0,7$. Найти математическое ожидание и дисперсию общего числа попаданий.

18. В результате систематической проверки качества валиков, изготавливаемых на отрегулированном автоматическом станке, было установлено следующее теоретическое распределение их по диаметру:

| | | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|
| Диаметр валиков, мм | 9,77 | 9,78 | 9,79 | 9,80 | 9,81 | 9,82 |
| Вероятность | 0,05 | 0,09 | 0,18 | 0,32 | 0,21 | 0,15 |

Найти математическое ожидание и дисперсию диаметра валиков, изготавливаемых на отрегулированном станке. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

19. Монету бросают до первого выпадения герба. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бросаний монеты.

20. Две игральные кости бросают 5 раз подряд. Найти математическое ожидание и дисперсию числа бросаний, при которых на каждой из 2 костей появляется нечетное число очков. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

21. В лотерее продано 100 билетов стоимостью 10 руб. каждый. Разыгрывается 4 денежных приза в 1000, 500, 200 и 50 руб. Каково математическое ожидание и дисперсия чистого выигрыша человека, купившего два билета? Найдите функцию распределения и постройте ее график.

22. Четыре одинаковые электрические лампочки временно выворачивают из патронов и кладут в ящик. Затем их случайным образом вынимают из него и вворачивают в патроны. Каково математическое ожидание и дисперсия числа лампочек, попавших в тот патрон, из которого они были вывернуты? Найдите функцию распределения и постройте ее график.

23. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы очков, выпавших при одновременном бросании двух игровых костей.

24. Выборка, состоящая из четырех шаров, производится из урны, содержащей три красных и пять белых шаров. Если в выборке не менее двух красных шаров, то игрок получает один доллар; в противном случае он теряет 50 центов. Каково математическое ожидание и дисперсия выигрыша этого игрока? Найдите функцию распределения и постройте ее график.

25. Возможные значения случайной величины X являются натуральные числа 1, 2, 3, ..., 10, и $P(X=k)=ck$, где c есть некоторая константа. Найдите c , математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию.

26. Найти математическое ожидание и дисперсию числа делителей X произвольного наугад выбранного натурального числа, заключающегося в пре-

делах от 1 до 10. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

27. Закон распределения случайной величины X имеет вид

| X | x_1 | x_2 | x_3 |
|-----|-------|-------|-------|
| P | 0,5 | 0,3 | 0,2 |

Найти x_1, x_2, x_3 , если известно, что они представляют возрастающую арифметическую прогрессию, а $M(X) = 1,7$, $D(X) = 0,61$. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

28. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Найти закон распределения случайной величины X , если известны вероятность $p_1 = 0,2$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(X) = 3,8$ и дисперсия $D(X) = 0,16$. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

29. Испытывается устройство, состоящее из трех независимых приборов, вероятности отказа которых 0,3; 0,5 и 0,6. Найти математическое ожидание и дисперсию СВ X — числа отказавших приборов. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

30. Обрыв связи произошел на одном из пяти звеньев телефонного кабеля. Монтер последовательно проверяет звенья для обнаружения места разрыва, вероятность обрыва связи для всех звеньев одинакова. Найти математическое ожидание и дисперсию СВ X — числа обследованных звеньев. Найдите функцию распределения и постройте ее график.

Задача 10. Функция распределения непрерывных случайных величин

1. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ A + \frac{B}{x^3} & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < 3)$.

2. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ A + B \arcsin x & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 0)$.

3. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B e^{-2x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(1 < X < 3)$.

4. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B \operatorname{arctg} x & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$,

$D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1)$.

5. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + Bx^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(1 < X < 4)$.

6. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B \cos x & \text{при } 0 \leq x \leq \pi \\ 1 & \text{при } x \geq \pi \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1)$.

7. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2 \\ Ax^2 + B & \text{при } 2 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(1 < X < 3)$.

8. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ A + \frac{B}{1+x^2} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 0)$.

9. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A + B \sin x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{при } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < \pi/4)$.

10. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ A + \frac{B}{x} & \text{при } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(2 < X < 5)$.

11. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ A + B \ln x & \text{при } 1 \leq x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x \geq 5 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(2 < X < 4)$.

12. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} A + B e^{3x} & \text{при } x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1)$.

13. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} A + \frac{B}{x^4} & \text{при } x \leq -1 \\ 1 & \text{при } x \geq -1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-2 < X < 0)$.

14. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{Ax + B}{x + 2} & \text{при } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-3 < X < 3)$.

15. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ A + B \arctg \frac{x+1}{2} & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < 3)$.

16. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ A + B \ln(1 + x^2) & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1)$.

17. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ A + B e^x & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < 2)$.

18. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B\sqrt{x} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(1 < X < 6)$.

19. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A + B \sin^2 x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-\pi/4 < X < \pi/4)$.

20. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{Ax^2 + B}{x^2 + 4} & \text{при } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < 2)$.

21. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ A + B\sqrt{1 + x^2} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 1 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1)$.

22. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + \frac{B}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-2 < X < 1)$.

23. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B \arcsin x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{при } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-1 < X < 1/4)$.

24. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ A + \frac{B}{\sqrt{x}} & \text{при } 1 \leq x \leq 9 \\ 1 & \text{при } x \geq 9 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(0 < X < 4)$.

25. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A + B \sin^2 \frac{x}{3} & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \\ 1 & \text{при } x \geq \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметров A и B ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-\pi/2 < X < \pi/2)$.

26. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2}(\sin x + 1) & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq a \\ 1 & \text{при } x \geq a \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра a ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(-\pi/4 < X < 0)$.

27. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{1}{9}(x-1)^2 & \text{при } 1 \leq x \leq a \\ 1 & \text{при } x \geq a \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра a ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(2 < X < 3)$.

28. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 5 \\ \frac{1}{5}(x-5) & \text{при } 5 \leq x \leq a \\ 1 & \text{при } x \geq a \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра a ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(6 < X < 7)$.

29. Функция распределения величин¹ X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x) & \text{при } 0 \leq x \leq a \\ 1 & \text{при } x \geq a \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра a ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(\pi/4 < X < \pi/3)$.

30. Функция распределения величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 2\ln x & \text{при } 1 \leq x \leq a \\ 1 & \text{при } x \geq a \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра a ; 2) плотность вероятностей $f(x)$; 3) $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) вероятность $P(1 < X < 1,5)$.

Задача 11. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины

1. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{A}{\sqrt{9-x^2}} & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

2. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{A}{(1+x^2)^2} & \text{при } -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

3. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{A}{x^2 + 2x + 5} & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

4. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{Ax}{1+x^2} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

5. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| \geq 2 \\ Ae^x & \text{при } |x| < 2 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

6. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{A}{\sqrt{x}} & \text{при } 0 \leq x \leq 9 \\ 0 & \text{при } x \geq 9 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

7. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\frac{\pi}{2} \\ A \sin 2x & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

8. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{Ax}{\sqrt{1+x^2}} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

9. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{A}{(3+x)^3} & \text{при } -2 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

10. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{Ax}{\sqrt{(x^2+4)^3}} & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

11. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{A}{\sqrt{1-4x^2}} & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{1}{4} \\ 0 & \text{при } x \geq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

12. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{A}{\sqrt{x^3}} & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

13. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -\pi \\ A \cos^2 \frac{x}{2} & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

14. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ \frac{A}{\sqrt{4-x^2}} & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

15. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{A}{e^{3x}} & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

16. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{Ax}{x^2 + 9} & \text{при } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

17. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1 \\ Ax^2 & \text{при } -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

18. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A \sin \frac{x}{2} & \text{при } 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0 & \text{при } x \geq 2\pi \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

19. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| \geq 1 \\ \frac{A}{\sqrt{2+x}} & \text{при } |x| < 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

20. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| \geq \frac{\pi}{2} \\ A \sin^2 x & \text{при } |x| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

21. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{A}{(x^2 + 1)^2} & \text{при } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

22. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } |x| \geq 1 \\ \frac{A}{e^{|x|}} & \text{при } |x| < 1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

23. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{Ax}{1+x} & \text{при } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

24. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{2x} & \text{при } x \leq 0 \\ 0 & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

25. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{x^4} & \text{при } x < -1 \\ 0 & \text{при } x > -1 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

26. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A(3x + 1) & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ 0 & \text{при } x \geq \frac{1}{3} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

27. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{A}{\sqrt{x}} & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{при } x \geq 4 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

28. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \frac{3\pi}{4} \\ A \sin 2x & \text{при } \frac{3\pi}{4} \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{при } x \geq \pi \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

29. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ A \sin x & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \\ 0 & \text{при } x \geq \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

30. Плотность вероятностей величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{A}{\sqrt[3]{x}} & \text{при } 1 \leq x \leq 8 \\ 0 & \text{при } x \geq 8 \end{cases}$$

Найти: 1) значение параметра A ; 2) функцию распределения $F(x)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

Задача 12. Задачи на разные распределения случайных величин

1. Поезда данного маршрута городского трамвая идут с интервалом 5 мин. Пассажир подходит к трамвайной остановке в некоторый момент времени. Считая момент прихода пассажира распределенным равномерно, найти вероятность появления пассажира не ранее, чем через минуту после ухода предыдущего поезда, но не позднее, чем за две минуты до отхода следующего поезда.

2. При измерении детали получаются случайные ошибки, подчиненные нормальному закону с $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей 20 мм.

3. При взвешивании получается ошибка, подчиненная нормальному закону с $\sigma = 20$ г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей 30 г.

4. Автомат изготавливает подшипники, которые считаются годными, если отклонение X от проектного размера по модулю не превосходит 0,77 мм. Каково наиболее вероятное число годных подшипников из 100, если X распределено нормально с $\sigma = 0,4$ мм?

5. Станок-автомат изготавливает валики, контролируя их диаметры X . Считая, что X распределено нормально, $\sigma = 10$ мм, $\sigma = 0,1$ мм, найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

6. Цена деления шкалы амперметра равна 0,1 А. Показания округляют до ближайшего целого деления. Считая ошибку округления распределенной равномерно, найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая 0,02 А.

7. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию с интервалом движения 7 мин. Считая момент прихода пассажира распределенным равномерно, найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 мин.

8. Минутная стрелка электрических часов перемещается скачком в конце каждой минуты. Найти вероятность того, что в данное мгновение часы покажут время, которое отличается от истинного не более чем на 20 с, если использовать равномерное распределение.

9. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали X , которая распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина), равным 50 мм. Фактическая вероятность того, что длина наудачу взятой детали больше 55 мм, равна 0,05. Найти среднее квадратическое отклонение проектной длины деталей.

10. Автомат штампует детали. Длина изготовленной детали является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием, равным 50 мм. Фактически длина изготовленных деталей не менее 32 мм и не более 68 мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали будет более 55 мм.

11. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения X подчинены нормальному

закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.

12. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону с математическим ожиданием $a = 0$ и со средним квадратическим отклонением $\sigma = 5$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

13. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону с математическим ожиданием $a = 0$ и со средним квадратическим отклонением $\sigma = 5$ мм. Сколько нужно изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее 0,95 среди них оказалась хотя бы одна бракованная деталь?

14. Длительность времени безотказной работы элемента имеет показательное распределение

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 - e^{-0.03t} & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что за время длительностью $t = 100$ ч 1) элемент откажет; 2) элемент не откажет.

15. Считается, что отклонение длины изготавливаемых деталей от стандарта является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Если стандартная длина $m = 40$ см и среднее квадратическое отклонения $\sigma = 0,4$ см, то какую точность длины изделия можно гарантировать с вероятностью 0,8?

16. Электронная лампа работает исправно в течение случайного времени T , распределенного по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \mu e^{-\mu t} & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

По истечении времени T лампа выходит из строя, после чего ее немедленно заменяют новой. Найти вероятность того, что за время t : 1) лампу не придется заменять; 2) лампу придется заменять.

17. При работе некоторого прибора в случайные моменты времени возникают неисправности. Время T работы прибора от его включения до возникновения неисправности распределено по показательному закону

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \frac{1}{3} e^{-\frac{t}{3}} & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

Найти: 1) $M(T)$, $\sigma(T)$; 2) вероятность безотказной работы прибора за время (t_1, t_2) .

18. На автомате изготавливаются заклепки. Диаметр их головок, представляющий собой случайную величину, имеет среднее значение, равное 2 мм, и дисперсию, равную 0,01. Какие размеры диаметра головок заклепки можно гарантировать с вероятностью 0,95?

19. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в минуту, равно 120.

Найти вероятность того, что за две секунды на АТС поступит менее двух вызовов.

20. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону, и имеет среднее значение 20 см и дисперсию, равную $0,2 \text{ см}^2$. Найти вероятность того, что длина детали будет заключена между 19,7 и 20,3 см.

21. Размер диаметра втулок, изготавливаемых цехом, является случайной величиной, распределенной нормально с параметрами: математическое ожидание $a = 2,5 \text{ см}$ и дисперсией $\sigma^2 = 0,0001 \text{ см}^2$. В каких границах можно практически гарантировать размер диаметра втулки, если за вероятность практической достоверности принимается 0,997?

22. Длина болтов, изготавливаемых на станке, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметром $a = 5,6 \text{ см}$. Вероятность того, что наудачу взятый болт имеет размер от 5,65 до 5,67, равна 0,2. Чему равна вероятность того, что размер наудачу взятого болта будет от 5,53 до 5,55 см?

23. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 1 \text{ мм}$ и математическим ожиданием $a = 0$. Найти вероятность того, что у двух независимых наблюдений ошибка хотя бы одного из них не превзойдет по абсолютной величине 1,28 мм.

24. Стрельба ведется из точки О вдоль прямой Ох. Средняя дальность полета снаряда равна a . Предполагая, что дальность полета X распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 80 \text{ м}$, найти, какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 120 м до 160 м.

25. Диаметр круга x измерен приближенно, причем $a < x < b$. Рассматривая диаметр как случайную величину X , распределенную равномерно в интервале (a, b) , найти вероятность того, что диаметр X отклоняется от среднего значения не более чем на пятую часть длины отрезка $[a, b]$ в ту или другую сторону.

26. Шкала секундомера имеет цену делений 0,2 с. Какова вероятность сделать по этому секундомеру отсчет времени с ошибкой более 0,05 с, если отсчет делается с точностью до целого деления с округлением в ближайшую сторону и время считается распределенным равномерно.

27. Самолет производит одиночное бомбометание по плотине, ширина которой 15 м. Направление захода - поперек плотины. Прицеливание производится по краю плотины. Среднее квадратическое отклонение по линии полета равно 50 м. Систематические ошибки отсутствуют. Для разрушения плотины достаточно одного попадания. Самолет сбрасывает две бомбы. Найти вероятность того, что плотина будет разрушена.

28. Ошибка измерительного прибора распределена по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 3 мк. Систематическая ошибка отсутствует. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы 1 раз окажется в интервале $(0; 2,4)$.

29. Случайная величина X имеет равномерное распределение с математическим ожиданием $M(X) = 1$ и дисперсией $D(X) = 3$. Найти плотность вероятности

сти случайной величины X .

30. Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с математическим ожиданием $M(X) = 0$ и средним квадратическим отклонением $\sigma = 5$ мк. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не более 0,027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска?

Расчетно-графическая работа № 2 «Математическая статистика»

Выбор номера варианта

| Последняя цифра номера зачетной книжки | Вариант РГР | Последняя цифра номера зачетной книжки | Вариант РГР |
|--|-------------|--|-------------|
| 1 | 1 | 6 | 6 |
| 2 | 2 | 7 | 7 |
| 3 | 3 | 8 | 8 |
| 4 | 4 | 9 | 9 |
| 5 | 5 | 10 | 0 |

Задача 1. Дана выборка значений признака X . Требуется:

- 1) построить статическую совокупность;
- 2) построить гистограмму относительных частот;
- 3) найти точечные оценки генеральной средней, генеральной дисперсии и генерального среднего квадратического отклонения;
- 4) найти доверительный интервал для неизвестного математического ожидания;
- 5) проверить нулевую гипотезу о нормальном законе распределения количественного признака X генеральной совокупности.

1.

38, 51, 57, 64, 76, 92, 89, 19, 35, 60, 22, 41, 44, 48, 60, 44, 67, 80, 86, 57, 25, 83, 73, 70, 70, 70, 64, 60, 60, 64, 57, 54, 57, 54, 32, 86, 86, 80, 76, 60, 76, 70, 70, 67, 67, 64, 64, 60, 28, 67, 41, 41, 51, 48, 44, 80, 80, 76, 73, 51, 67, 60, 32, 41, 41, 54, 57, 60, 67, 73, 73, 76, 57, 67, 73, 73, 64, 60, 54, 57.

2.

46, 46, 14, 46, 51, 17, 71, 41, 63, 49, 46, 19, 68, 51, 24, 41, 49, 51, 61, 51, 49, 53, 22, 53, 29, 58, 33, 53, 58, 56, 46, 41, 49, 51, 26, 41, 56, 41, 46, 66, 51, 53, 31, 39, 36, 46, 34, 53, 51, 36, 36, 39, 46, 53, 44, 53, 49, 56, 36, 49, 51, 53, 49, 41, 39, 49, 46, 51, 58, 46, 44, 49, 51, 46, 44, 41, 53, 41, 49.

3.

9, 52, 30, 46, 12, 30, 28, 36, 36, 34, 23, 14, 30, 25, 32, 37, 43, 37, 45, 39, 30, 32, 32, 16, 28, 36, 30, 30, 39, 28, 37, 37, 32, 34, 18, 38, 50, 32, 41, 34, 41, 46, 30, 43, 28, 48, 34, 27, 19, 41, 21, 32, 30, 39, 32, 36, 27, 39, 36, 32, 51, 41, 30, 21, 25, 36, 41, 23, 34, 50, 25, 34, 30, 28, 30, 34, 27, 27, 39, 25, 30, 32, 32, 41, 34, 43, 34, 23, 43, 39.

4.

36, 35, 7, 8, 18, 20, 12, 31, 26, 22, 13, 17, 10, 22, 23, 25, 18, 30, 15, 27, 16, 25, 27, 11, 25, 27, 21, 21, 28, 20, 26, 20, 22, 16, 22, 26, 23, 21, 16, 25, 22, 18, 23, 28, 20, 21, 17, 22, 20, 21, 27, 26, 20, 21, 28, 26, 21, 31, 23, 22, 23, 25, 22, 22, 21, 32, 35, 22, 26, 25, 23, 23, 21, 27, 23, 33, 22, 23, 25, 21.

5.

24, 99, 28, 68, 72, 81, 85, 93, 29, 36, 32, 48, 72, 52, 62, 60, 40, 85, 68, 76, 64, 52, 60, 76, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 72, 68, 72, 85, 68, 72, 73, 98, 44, 51, 48, 52, 97, 56, 84, 81, 97, 62, 64, 56, 93, 86, 69, 89, 64, 81, 56, 72, 72, 81, 68, 76, 85, 70, 81, 72, 68, 71, 72, 93, 76, 92, 72, 93, 65, 55, 84, 36, 48, 52.

6.

43, 122, 201, 100, 86, 93, 194, 151, 50, 172, 122, 108, 115, 115, 93, 136, 122, 108, 115, 129, 136, 122, 144, 108, 129, 136, 86, 129, 122, 93, 144, 158, 122, 144, 100, 158, 122, 144, 100, 172, 122, 151, 165, 100, 108, 122, 115, 115, 136, 64, 165, 57, 172, 180, 115, 151, 129, 201, 129, 100, 72, 108, 187, 107, 194, 172, 180, 129, 158, 108, 151, 187, 136, 136, 129, 79, 115, 165, 100.

7.

76, 24, 72, 68, 60, 76, 64, 28, 81, 85, 81, 76, 68, 68, 72, 60, 85, 64, 46, 44, 72, 65, 64, 40, 54, 40, 81, 64, 93, 89, 81, 60, 72, 76, 93, 48, 65, 89, 72, 48, 32, 65, 97, 64, 61, 93, 59, 85, 56, 60, 73, 72, 93, 98, 60, 62, 76, 81, 58, 67, 76, 70, 85, 68, 68, 64, 72, 44, 45, 52, 39, 66, 36, 76, 49, 88, 57, 72, 71, 70, 73, 70, 73, 65, 81, 80, 70, 73, 69, 57.

8.

102, 36, 96, 90, 98, 121, 27, 84, 42, 169, 114, 127, 108, 107, 106, 139, 114, 108, 108, 127, 121, 121, 105, 107, 106, 105, 96, 114, 102, 78, 96, 109, 96, 127, 102, 108, 121, 126, 124, 114, 66, 106, 117, 96, 88, 72, 103, 90, 108, 106, 133, 115, 104, 100, 84, 90, 84, 75, 111, 151, 96, 78, 96, 101, 102, 131, 48, 90, 109, 107, 125, 176, 96, 127, 88, 114, 152, 108, 168, 137, 111, 105, 106, 35, 44, 57, 59, 87, 99, 106, 114, 128, 135, 144, 152, 163, 107, 128, 99, 118.

9.

185, 50, 177, 160, 101, 185, 177, 202, 219, 194, 109, 143, 59, 61, 75, 145, 92, 143, 118, 109, 160, 143, 142, 67, 152, 76, 169, 126, 169, 143, 84, 126, 160, 161, 139, 148, 155, 167, 173, 181, 195, 128, 108, 117, 81, 140, 54, 67, 91, 155, 163, 141, 174, 181, 215, 135, 191, 66, 200, 177, 84, 142, 155, 121, 173, 135, 124, 100, 71, 95, 108, 214, 88, 77, 140, 132, 140, 159, 122, 132, 205, 195, 195, 138, 156, 146, 236, 125, 66, 142, 144, 188, 195, 201, 215, 224, 97, 124, 127.

10.

243, 294, 75, 281, 89, 210, 200, 207, 215, 102, 115, 256, 243, 204, 195, 209, 211, 215, 225, 237, 200, 97, 194, 188, 175, 184, 160, 206, 200, 291, 345, 333, 79, 87, 104, 118, 145, 231, 220, 211, 289, 300, 200, 105, 94, 217, 205, 188, 299, 201, 224, 199,

175, 145, 317, 158, 228, 14, 209, 187, 195, 84, 187, 210, 177, 186, 128, 294, 221, 207, 241, 292, 201, 137, 76, 86, 196, 209, 214, 241, 194, 202, 215, 305, 206, 187, 211, 192, 255, 212.

Задача 2. Для установления корреляционной зависимости между величинами X и Y (где Y - случайная величина, X - неслучайная величина) проведены эксперименты, результаты которых представлены в таблице. Требуется:

1. Найти условные средние y и построить эмпирическую линию регрессии Y по X (ломаную).

2. Найти уравнение регрессии Y по X методом наименьших квадратов, принимая в качестве сглаживающей линии параболу $y_x = ax^2 + vx + c$, затем построить ее на одном чертеже с эмпирической линией регрессии.

3. Оценить тесноту корреляционной зависимости Y по X .

4. Проверить адекватность уравнения регрессии Y по X .

1.

| X_i | 0 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Y_{ij} | 212 | 258 | 282 | 316 | 370 |
| | 220 | 258 | 290 | 330 | 330 |
| | 251 | 285 | 325 | 334 | 350 |
| | 270 | 314 | 326 | 361 | 375 |
| | 292 | 325 | 343 | 370 | 380 |

2.

| X_i | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Y_{ij} | 187 | 208 | 225 | 255 | 295 |
| | 150 | 192 | 225 | 245 | 288 |
| | 162 | 208 | 234 | 265 | 270 |
| | 210 | 238 | 266 | 295 | 320 |
| | 234 | 278 | 300 | 332 | 321 |

3.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|----|-------|-------|-------|
| Y_{ij} | 30.6 | 55 | 10.89 | 11.39 | 11.39 |
| | 49.2 | 55 | 11.43 | 12.62 | 14.19 |
| | 30.6 | 55 | 9.65 | 11.06 | 14.80 |
| | 49.2 | 55 | 9.65 | 10.16 | 15.01 |
| | 30.6 | 35 | 10.94 | 12.35 | 15.07 |
| | 49.6 | 35 | 11.23 | 13.53 | 14.01 |

4.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|----|-------|------|-------|
| Y_{ij} | 30.6 | 55 | 11.06 | 9.65 | 8.01 |
| | 49.2 | 55 | 10.16 | 9.65 | 18.10 |

| | | | | | |
|--|------|----|-------|-------|-------|
| | 30.6 | 35 | 12.35 | 10.94 | 9.13 |
| | 49.2 | 35 | 13.53 | 11.23 | 10.90 |
| | 30.6 | 35 | 10.79 | 9.40 | 8.70 |
| | 49.2 | 35 | 10.24 | 9.13 | 8.10 |

5.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Y_{ij} | 0.27 | 0.23 | 0.31 | 0.32 | 0.81 |
| | 0.25 | 0.25 | 0.27 | 0.29 | 0.65 |
| | 0.21 | 0.30 | 0.26 | 0.33 | 0.50 |
| | 0.33 | 0.31 | 0.24 | 0.32 | 0.63 |
| | 0.24 | 0.37 | 0.22 | 0.33 | 0.60 |

6.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Y_{ij} | 0.23 | 0.25 | 0.33 | 0.81 | 1.33 |
| | 0.25 | 0.30 | 0.32 | 0.65 | 1.40 |
| | 0.28 | 0.31 | 0.32 | 0.50 | 0.95 |
| | 0.28 | 0.27 | 0.32 | 0.63 | 1.42 |
| | 0.29 | 0.27 | 0.28 | 0.62 | 0.96 |

7.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----|----|---|---|----|----|
| Y_{ij} | 12 | 11 | 6 | 6 | 11 | 15 |
| | 12 | 11 | 8 | 4 | 12 | 13 |
| | 10 | 12 | 6 | 6 | 10 | 16 |
| | 14 | 12 | 6 | 3 | 10 | 14 |
| | 13 | 9 | 7 | 6 | 11 | 14 |

8.

| X_i | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 |
|----------|------|----|----|------|------|
| Y_{ij} | 92.7 | 53 | 42 | 81 | 92.7 |
| | 91.5 | 62 | 51 | 82.3 | 81.8 |
| | 88.7 | 32 | 64 | 75 | 88.7 |
| | 88.4 | 37 | 97 | 71 | 93.4 |

9.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|------|------|------|------|------|
| Y_{ij} | 9.83 | 4.16 | 9.16 | 7.5 | 9.16 |
| | 5.0 | 5.83 | 3.33 | 9.16 | 10.0 |
| | 3.33 | 6.33 | 10.0 | 4.16 | 7.5 |
| | 3.16 | 6.66 | 8.33 | 8.33 | 8.4 |
| | 1.83 | 4.5 | 8.33 | 5.83 | 7.8 |

10.

| X_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|--------|-------|-------|-------|-------|
| Y_{ij} | 146.9 | 98.44 | 43.55 | 27.78 | 16.82 |
| | 129.59 | 67.53 | 67.53 | 16.82 | 13.38 |
| | 132.57 | 84.0 | 50.02 | 13.38 | 18.33 |
| | 169.18 | 86.75 | 33.80 | 13.14 | 13.14 |

Задача 3. Найти выборочное уравнение прямой регрессии Y по X по данной корреляционной таблице.

1.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|----|----|----|----|----|-------|
| | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 29 | n_Y |
| 10 | 2 | 3 | | | | | 5 |
| 20 | | 7 | 3 | | | | 10 |
| 30 | | | 2 | 50 | 2 | | 54 |
| 40 | | | 1 | 10 | 6 | | 17 |
| 50 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 2 | 10 | 6 | 64 | 15 | 3 | n=100 |

2.

| Y | X | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|-------|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | n_Y |
| 30 | 2 | 6 | | | | | 8 |
| 40 | | 4 | 4 | | | | 8 |
| 50 | | | 7 | 35 | 8 | | 50 |
| 60 | | | 2 | 10 | 8 | | 20 |
| 70 | | | | 5 | 6 | 3 | 14 |
| n_X | 2 | 10 | 13 | 50 | 22 | 3 | n=100 |

3.

| Y | X | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|-------|
| | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | n_Y |
| 5 | 4 | 2 | | | | | 6 |
| 10 | | 6 | 4 | | | | 10 |
| 15 | | | 6 | 45 | 2 | | 53 |
| 20 | | | 2 | 8 | 6 | | 16 |
| 25 | | | | 4 | 7 | 4 | 15 |
| n_X | 4 | 8 | 12 | 57 | 15 | 4 | n=100 |

4.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|----|----|----|----|----|-------|
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | n_Y |
| 20 | 1 | 5 | | | | | 6 |
| 30 | | 5 | 3 | | | | 8 |
| 40 | | | 9 | 40 | 2 | | 51 |
| 50 | | | 4 | 11 | 6 | | 21 |
| 60 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 1 | 10 | 16 | 55 | 15 | 3 | n=100 |

5.

| Y | X | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|-------|
| | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | n_Y |
| 6 | 4 | 2 | | | | | 6 |
| 12 | | 6 | 2 | | | | 8 |
| 18 | | | 5 | 40 | 5 | | 50 |
| 24 | | | 2 | 8 | 7 | | 17 |
| 30 | | | | 4 | 7 | 8 | 19 |
| n_X | 4 | 8 | 9 | 52 | 19 | 8 | n=100 |

6.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|----|----|----|----|----|-------|
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | n_Y |
| 8 | 2 | 4 | | | | | 6 |
| 12 | | 3 | 7 | | | | 10 |
| 16 | | | 5 | 30 | 10 | | 45 |
| 20 | | | 7 | 10 | 8 | | 25 |
| 24 | | | | 5 | 6 | 3 | 14 |
| n_X | 2 | 7 | 19 | 45 | 24 | 3 | n=100 |

7.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|----|----|----|----|----|-------|
| | 2 | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | n_Y |
| 10 | 2 | 4 | | | | | 6 |
| 20 | | 6 | 2 | | | | 8 |
| 30 | | | 3 | 50 | 2 | | 55 |
| 40 | | | 1 | 10 | 6 | | 17 |
| 50 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 2 | 10 | 6 | 64 | 15 | 3 | n=100 |

8.

| Y | X | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|-------|
| | 11 | 16 | 21 | 26 | 31 | 36 | n_Y |
| 10 | 2 | 4 | | | | | 6 |
| 20 | | 6 | 3 | | | | 9 |
| 30 | | | 6 | 45 | 4 | | 55 |
| 40 | | | 2 | 8 | 6 | | 16 |
| 50 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 2 | 10 | 11 | 57 | 17 | 3 | n=100 |

9.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|---|----|----|----|----|-------|
| | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 29 | n_Y |
| 8 | 3 | 3 | | | | | 6 |
| 18 | | 5 | 4 | | | | 10 |
| 28 | | | 20 | 2 | 8 | | 50 |
| 38 | | | 5 | 10 | 6 | | 21 |
| 48 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 3 | 8 | 49 | 16 | 21 | 3 | n=100 |

10.

| Y | X | | | | | | |
|-------|---|---|----|----|----|----|-------|
| | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 29 | n_Y |
| 8 | 3 | 3 | | | | | 6 |
| 18 | | 5 | 4 | | | | 10 |
| 28 | | | 20 | 2 | 8 | | 50 |
| 38 | | | 5 | 10 | 6 | | 21 |
| 48 | | | | 4 | 7 | 3 | 14 |
| n_X | 3 | 8 | 49 | 16 | 21 | 3 | n=100 |

Задача 4. Матрица P - матрица вероятностей перехода цепи Маркова. Распределение по состояниям в момент времени $t=0$ определяется вектором . Найти распределение по состояниям в момент времени $t=2$.

$$P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,7 \quad 0,2 \quad 0,1)$$

$$P = \begin{pmatrix} 2. \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,6 \quad 0,3 \quad 0,1)$$

$$P = \begin{pmatrix} 3. \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,5 \quad 0,1 \quad 0,4)$$

$$P = \begin{pmatrix} 4. \\ 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,4 \quad 0,2 \quad 0,4)$$

$$P = \begin{pmatrix} 5. \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,3 \quad 0,2 \quad 0,5)$$

$$P = \begin{pmatrix} 6. \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,7 \quad 0,2 \quad 0,1)$$

$$P = \begin{pmatrix} 7. \\ 0,7 & 0,1 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,1 & 0,5 & 0,4 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,1 \quad 0,2 \quad 0,7)$$

$$P = \begin{pmatrix} 8. \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,5 & 0,4 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,8 \quad 0,1 \quad 0,1)$$

$$P = \begin{pmatrix} 9. \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,1 \quad 0,3 \quad 0,6)$$

$$P = \begin{pmatrix} 10. \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \bar{a} = (0,1 \quad 0,2 \quad 0,7)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) Основная литература:

1 Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2013. - 479 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/21138.pdf>

2 Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва : Юрайт, 2015. - 479 с.

3 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2015. - 404 с.

4 Лубова, Т. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. Н. Лубова ; М-во сел. хоз-ва РФ, Башкирский ГАУ. - [Уфа : Изд-во БашГАУ, 2015. - 163 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/32169.pdf>

5 Мхитарян, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебник / В. С. Мхитарян, В. Ф. Шишов, А. Ю. Козлов. - М. : Издательский центр Академия, 2012. - 416 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/12612.djvu>

б) Дополнительная литература:

1 Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. для студ. вузов, обуч. по экон. спец. / Н. Ш. Кремер. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002. - 544 с.

2 Лубова, Т. Н. Многомерные статистические методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Т. Н. Лубова ; М-во сел. хоз-ва РФ, Башкирский ГАУ. - Уфа: Изд-во БГАУ, 2015. - 64 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/32170.pdf>

3 Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам [Текст] / Д. Т. Письменный . - 4-е изд., испр. - М. : Айрис Пресс, 2008. - 287 с.

4 Карлов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов, обучающихся по специальностям "Финансы и кредит", "Бухгалтерский учет, анализ и аудит" / А. М. Карлов. - М. : Кнорус, 2011. - 260 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/22857.pdf>

5 Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 1997, 2007

6 Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 10-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 1997, 1999, 2005