МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Башкирский государственный аграрный университет»

Кафедра информатики и информационных технологий

Дисциплина

Б1.О.10 МОДЕЛИРОВАНИЕ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ

Практические занятия. Решение оптимизационных задач в среде Microsoft Excel

Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе

Направление подготовки
38.04.01 Экономика

Программа магистратуры
Экономика, управление и право

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Уфа 2022

Рекомендовано к изданию методической комиссией экономического факультета (протокол № 6 от «24» марта 2022 г.)

Составитель: к.с.н., доцент Г.Г. Исламова

Рецензент: ст. преп. Г.Р. Иванова

Ответственный за выпуск: заведующий кафедрой цифровых технологий и прикладной информатики, д.т.н., доц. А.С. Беляева

г. Уфа, БГАУ, Кафедра цифровых технологий и прикладной информатики

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа №1
«Решение задач линейного программирования методом оптимизации с помощью надстройки Поиск решения»

Цель работы: Овладеть приемами работы с надстройкой **Поиск решения** при решении задач линейного программирования. Научиться:

- ✓ находить оптимальное решение задачи с помощью надстройки **Поиск решения** при решении задач линейной оптимизации;
- ✓ создавать отчеты по результатам поиска решения;
- ✓ сохранять параметры модели.

1 Общие сведения

1.1 Оптимизационное моделирование в экономике

В сфере управления сложными системами (например, в экономике) применяется оптимизационное моделирование, в процессе которого осуществляется поиск наиболее оптимального пути развития системы.

Критерием оптимальности могут быть различные параметры. Например, в экономике можно стремиться к максимальному количеству выпускаемой продукции, а можно – к ее низкой себестоимости. Оптимальное развитие соответствует экстремальному (максимальному или минимальному) значению выбранного целевого параметра.

Развитие сложных систем зависит от множества факторов, следовательно, значение целевого параметра зависит от множества параметров. Выражением такой зависимости является целевая функция (или функционал качества):

$$K = F(X_1, X_2,...,X_n),$$

где K – значение целевого параметра,

$X_1, X_2,..., X_n$ – параметры, влияющие на развитие системы.

Цель исследования состоит в нахождении экстремума этой функции и определении значений параметров, при которых этот экстремум достигается. Если целевая функция нелинейна, то она имеет экстремумы, которые находятся определенными методами. Однако часто целевая функция линейна и, соответственно, экстремумов не имеет. Задача поиска оптимального режима при линейной зависимости приобретает смысл только при наличии определенных ограничений на параметры. Если ограничения на параметры (система неравенств) также имеют линейный характер, то такие задачи являются задачами линейного программирования. Термин «линейное программирование» в имитационном моделировании понимается как поиск экстремумов линейной функции, на которую наложены ограничения.

Различные аспекты оптимизации занимают очень важное место в бизнесе и деятельности современных организаций и предприятий. Проблемы оптимизации присутствуют в самых различных процессах, которые можно условно разделить на следующие категории:

- ✓ оптимизация перевозок грузов;
- ✓ оптимизация распределения ресурсов;
- ✓ оптимизация расхода/раскроя материалов.

Основным (наиболее часто используемым) способом решения задач оптимизации является, так называемый, симплекс-метод. Универсальность применения симплекс-метода в том, что оптимизация заключается в максимизации или минимизации значения какой-либо целевой функции (например, максимизации прибыли/дохода или минимизации затрат) в условиях выполнения различных ограничений (например, по количеству или стоимости доступных ресурсов).

1.2 Надстройка Поиск решения

Решение задач оптимизации может быть существенно облегчено с помощью надстройки электронной таблицы Excel **Поиск решения**. Поиск решений является частью блока задач, который иногда называют анализом «что-если». Это процесс изменения значений ячеек на листе и анализа влияния этих изменений на результат вычисления формул, например, изменение процентной ставки, используемой в таблице амортизации для определения сумм платежей.

Процедура поиска решения позволяет найти оптимальное значение формулы, содержащейся в ячейке, которая называется целевой.

Формулировка таких задач может представлять собой систему уравнений с несколькими неизвестными и набор ограничений на решения, поэтому задачи необходимо начинать с построения соответствующей модели.

1.2.1 Назначение надстройки Поиск решения

Задачами, решаемыми с помощью надстройки **Поиск решения**, являются:

- ✓ ассортимент продукции: максимизация выпуска товаров при ограничениях на сырье (или другие ресурсы) для производства изделий;
- ✓ штатное расписание: составление штатного расписания для достижения наилучших результатов при наименьших расходах;
- ✓ планирование перевозок: минимизация затрат на транспортировку;
- ✓ составление смеси: получение заданного количества смеси при наименьших расходах;
- ✓ оптимальный раскрой материалов (ограничения – количество деталей различной формы и размеров);
- ✓ оптимизация финансовых показателей (например, максимизация доходов за счет оптимизации средств на разные инвестиционные проекты).

Задачи, лучше всего решаемые данным средством, имеют три свойства:

- ✓ имеется единственная максимизируемая или минимизируемая цель;
- ✓ имеются ограничения, выражающиеся, как правило, в виде неравенств;
- ✓ имеется набор входных значений-переменных, прямо или косвенно влияющих на ограничения и на оптимизируемые величины.

1.2.2 Ограничения в задачах

Под ограничениями понимаются соотношения типа A1>=B1, A1=A2, A3>=0. По крайней мере, одна из ячеек в соотношении, определяющем ограничение, должна зависеть от переменных задачи, в противном случае это ограничение не может влиять на процесс решения.

Часто ограничения записываются сразу для групп ячеек, например: A1:A10<=B1:B10 или A1:E1>=0.

Иногда простановка ограничений очень проста, но бывают случаи, когда ограничения менее очевидны и могут быть указаны неверно или даже могут оказаться пропущенными.

Примеры ограничений такого типа:

- ✓ в модели с несколькими периодами времени величина материального ресурса на начало следующего периода должна равняться величине этого ресурса на конец предыдущего периода;
- ✓ в модели поставок величина запаса на начало периода плюс количество полученного должна равняться величине запаса на конец периода плюс количество отправленного;
- ✓ многие величины в модели по своему физическому смыслу не могут быть отрицательными, например, количество полученных единиц товара.

Ограничения и логические формулы воспринимаются надстройкой **Поиск решения** по-разному. В найденном решении логические формулы будут выполнены точно, а ограничения – с некоторой возможной погрешностью. Величина этой погрешности задается параметром «Относительная погрешность», по умолчанию значение этого параметра равно 0,000001.

1.2.3 Виды математических моделей

При решении оптимизационных задач с помощью надстройки «Поиск решения» целесообразно различать линейные и нелинейные модели. Общий вид линейной функции:

$$X = A*Y1 + B*Y2 + C*Y3\ldots,$$

где A, B и C – константы, Y1, Y2, Y3 – переменные, X – результирующее значение.

Надстройка **Поиск решения** может решать и оптимизационные задачи, содержащие нелинейные зависимости и ограничения. Нелинейные зависимости могут встречаться довольно часто.

Например, оптимизация графика поставок часто сталкивается с нелинейностью зависимости стоимости одного изделия от объема партии.

1.2.4 Установка надстройки Поиск решения

Для того чтобы установить надстройку **Поиск решения** необходимо:

1) выбрать команду **Сервис - Надстройки**;
2) в диалоговом окне (рисунок 1.1) установить флажок напротив строки **Поиск решения** и нажать 
.

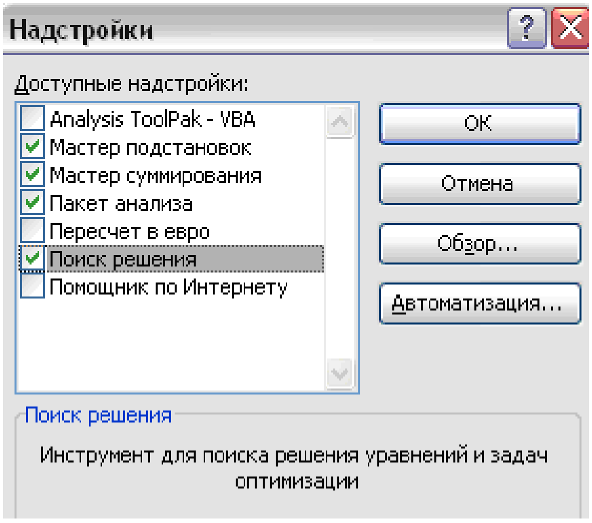


Рисунок 1.1 Подключение надстройки **Поиск решения**

1.3 Нахождение оптимального решения с помощью надстройки Поиск решения

1.3.1 Последовательность работы с надстройкой Поиск решения

При решении задачи оптимизации для нахождения наилучшего решения необходимо представить модель задачи в виде таблицы на рабочем листе Excel (см. п. 3) и выполнить следующие действия:

1) Выделить оптимизируемую ячейку, например, B20.

2) Выбрать команду **Сервис – Поиск решения**. При этом появляется диалоговое окно **Поиск решения** (рисунок 1.2).

3) В поле **Установить целевую ячейку** уже находится ссылка на выделенную на первом шаге ячейку. При необходимости ссылку можно изменить.

4) Установить тип взаимосвязи между целевой ячейкой и решением путем выбора переключателя (таблица 1.1) в группе **Равной** (рисунок 1.2).

5) В поле **Изменяя ячейки** указать ячейки-параметры, которые могут изменяться в процессе поиска решения. Например, $C$8:$G$10.

Кнопка Предположить служит для автоматического поиска ячеек-параметров. При этом в поле **Изменяя ячейки** попадут все ячейки, не содержащие формулы и влияющие на формулу.

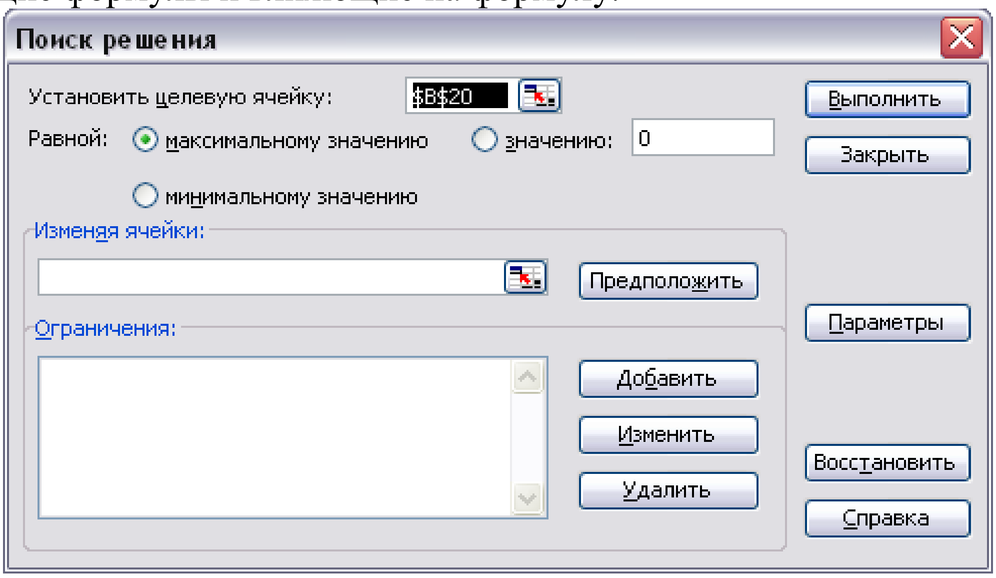


Рисунок 1.2 Диалоговое окно **Поиск решения**

Таблица 1.1 Переключатели группы **Равной**

Переключатель	Описание
Максимальному значению	Поиск максимального значения для целевой функции
Минимальному значению	Поиск минимального значения для целевой функции
Значению	Поиск заданного (фиксированного, рассчитываемого по формуле) значения для целевой ячейки

6) Нажать на кнопку Добавить для открытия диалогового окна **Добавление ограничения**, в котором ввести ограничения для задачи (рисунок 1.3).

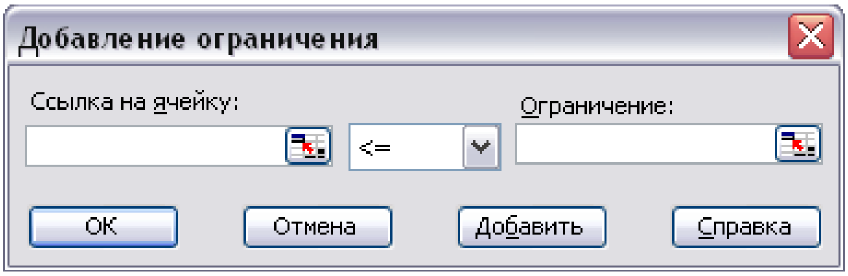


Рисунок 1.3 Диалоговое окно **Добавление ограничения**

В окне **Добавление ограничения** можно ввести ограничения следующим образом: в поле **Ссылка на ячейку** указать соответствующую ячейку или диапазон ячеек, например, $B$8:$B$10, а в поле **Ограничения** ввести необходимое значение (см. рисунок 1.4). Знак отношения <=, установленный по умолчанию, можно заменить на другой. Помимо ограничений, представимых в виде равенств и неравенств (с помощью знаков >=, <=, =), можно использовать условие целочисленности (Цел). Для ввода нескольких ограничений следует нажать кнопку Добавить.

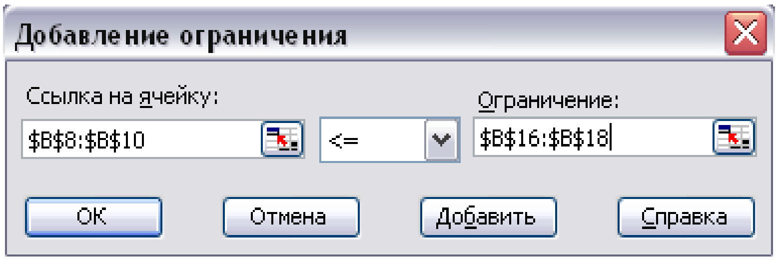


Рисунок 1.4 Заполненное диалоговое окно **Добавление ограничения**

7) После введения всех ограничений и нажатия на кнопку OK, появится заполненное диалоговое окно **Поиск решения** (рисунок 1.5).

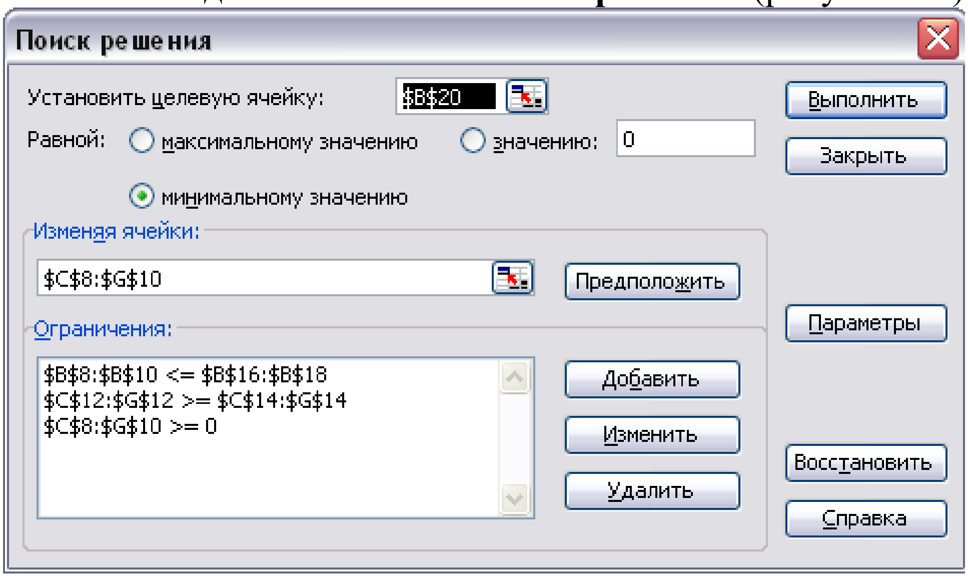


Рисунок 1.5 Пример заполненного окна **Поиск решения**

Поиск решения позволяет экспериментировать с различными параметрами задачи для определения наилучшего варианта решения. Для изменения ограничений необходимо в диалоговом окне **Поиск решения** в списке нужное ограничение и нажать кнопку Изменить, произвести изменения и нажать кнопку OK.

Для удаления ограничений можно воспользоваться кнопкой Удалить, а кнопка Восстановить позволяет сбросить все параметры в диалоговом окне **Поиск решения**.

8) Нажать кнопку Выполнить, после чего появиться диалоговое окно **Результаты поиска решения** (рисунок 1.6).

9) В окне Результаты поиска решения выбрать один из переключателей **Сохранить найденное решение** либо **Восстановить исходные значения**.

В первом случае параметры модели сохраняются на рабочем листе в указываемых пользователем ячейках, во втором – остаются значения, которые были ранее на рабочем листе. Чтобы позднее запустить процесс решения с другими ограничениями, нужно отредактировать необходимые неравенства.

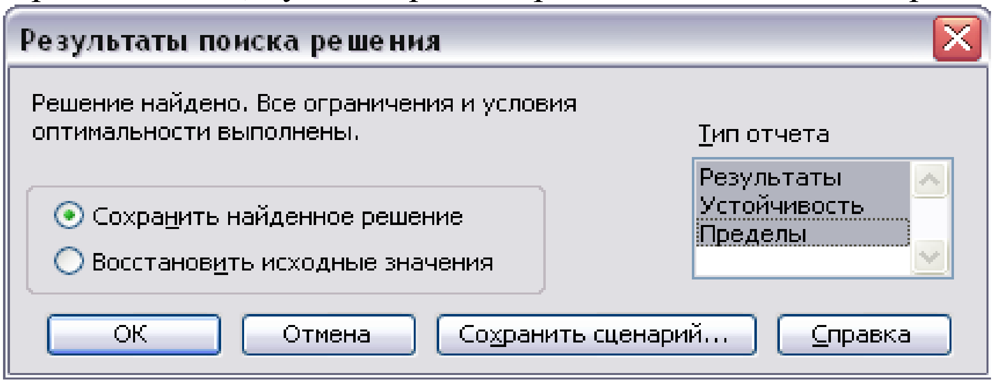


Рисунок 1.6 Диалоговое окно **Результаты поиска решения**

После того как решение найдено, можно также сохранить ссылки на изменяемые ячейки, чтобы использовать их в составе сценария. Для этого нужно нажать кнопку Сохранить сценарий... (рисунок 1.6) в диалоговом окне **Результаты поиска решения**.

В диалоговом окне **Сохранение сценария** необходимо ввести имя сценария и нажать кнопку ОК (рисунок 1.7).

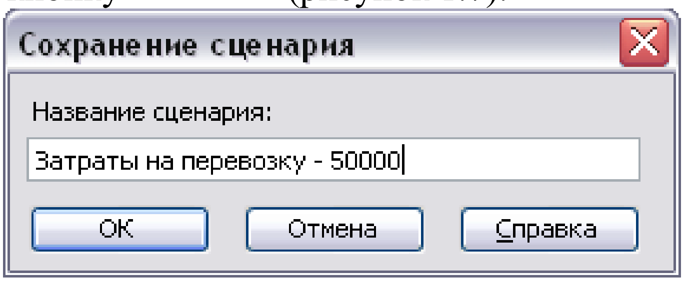


Рисунок 1.7 Диалоговое окно **Сохранение сценария**

1.3.2 Изменение параметров работы

Надстройка **Поиск решения** позволяет изменить параметры работы при поиске решения, например, поменять метод поиска ответа, ограничить время поиска, задать другую точность вычислений. При нажатии кнопки Параметры окна **Поиск решения** появляется диалоговое окно **Параметры поиска решения** (рисунок 1.8).

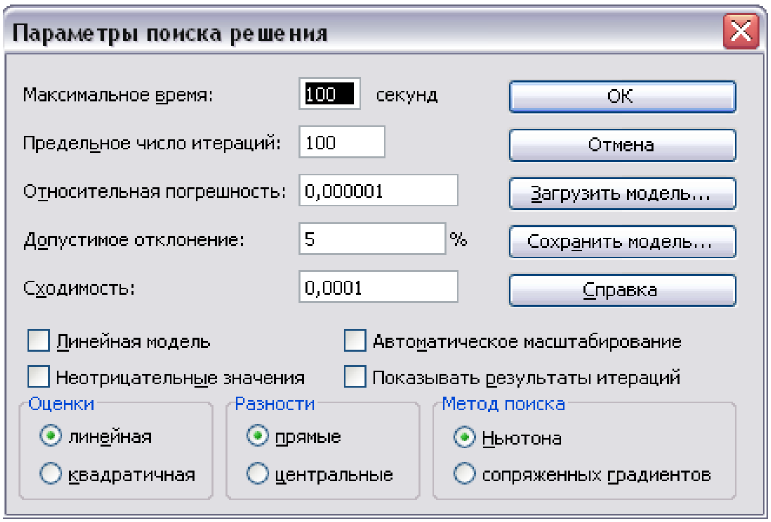


Рисунок 1.8 Диалоговое окно **Параметры поиска решения**

Установки по умолчанию подходят для решения большинства типов оптимизационных задач. Параметры надстройки **Поиск решения** и их описание приведены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 Параметры надстройки **Поиск решения**

Параметр	Описание
Максимальное время	Максимальное время в секундах (не превышающее 32767), которое может быть затрачено на поиск решения
Предельное число итераций	Максимальное число итераций, которые могут быть сделаны. Итерация – вычисление очередного значения (приближения) и проверка, насколько это значение подходит в качестве ответа
Относительная погрешность	Задает точность выполнения ограничений от 0 до 1
Допустимое отклонение	В случае целочисленных ограничений задает, насколько близок (в процентном соотношении) должен быть ответ к возможному наилучшему решению
Сходимость	Когда относительное изменение значения в целевой ячейке за последние пять итераций становится меньше числа, указанного в этом поле, поиск прекращается
Линейная модель	Ускоряет поиск решения линейной задачи оптимизации или линейной аппроксимации нелинейной задачи путем использования методов линейного программирования
Неотрицательные значения	Установление неотрицательности всех переменных, для которых не заданы явные ограничения
Показывать результаты итераций	Выводит промежуточный результат и делает паузу при каждой итерации
Автоматическое масштабирование	Включение автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по порядку следования величины
Оценки	Выбор линейного или квадратичного метода оценки

Разности	Указывает метод численного дифференцирования, который используется для вычисления частных производных целевых или ограничивающих функций
Метод поиска	Выбор алгоритма оптимизации или сопряженных градиентов для указания направления поиска

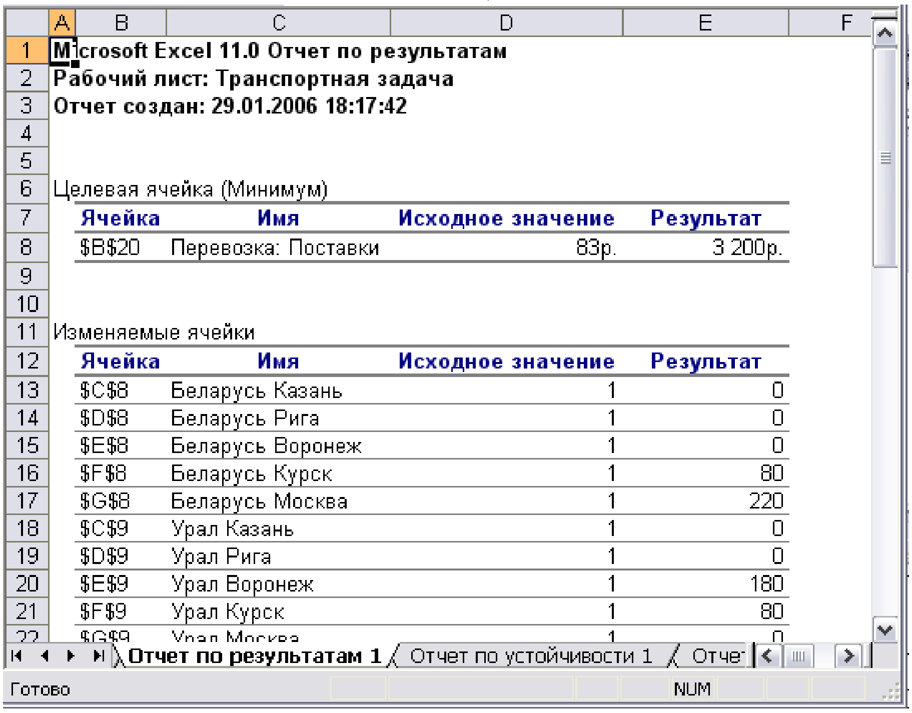
1.3.3 Создание отчетов по результатам поиска решения

По найденным результатам можно создавать отчеты. Они полезны для сравнения влияния на решение различных ограничений или исходных данных. Отчеты бывают трех типов: **Результаты**, **Устойчивость**, **Пределы**.

Тип выбирается по окончании поиска решения в диалоговом окне **Результаты поиска решения** в списке **Отчеты** (рисунок 1.6). Можно выбрать два или три типа отчета щелчком мыши или при нажатой клавише <Ctrl>.

Каждый отчет создается на отдельном листе. После выбора одного или нескольких типов отчетов в рабочей книге Excel появятся листы с соответствующими названиями.

Один из примеров отчета – **Результаты** – приведен на рисунке 1.9, а содержание отчетов всех типов – в таблице 1.3.



Microsoft Excel 11.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: Транспортная задача
Отчет создан: 29.01.2006 18:17:42

Целевая ячейка (Минимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$B$20	Перевозка: Поставки	83р.	3 200р.

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$C$8	Беларусь Казань	1	0
$D$8	Беларусь Рига	1	0
$E$8	Беларусь Воронеж	1	0
$F$8	Беларусь Курск	1	80
$G$8	Беларусь Москва	1	220
$C$9	Урал Казань	1	0
$D$9	Урал Рига	1	0
$E$9	Урал Воронеж	1	180
$F$9	Урал Курск	1	80
$G$9	Урал Москва	1	0

Отчет по результатам 1 / Отчет по устойчивости 1 / Отче
Готово NUM

Рисунок 1.9 Пример отчета по решению оптимизационной задачи

Таблица 1.3 Содержание отчетов

Тип отчета	Содержание
Результаты	Состоит из целевой ячейки и списка влияющих ячеек модели, их исходных и конечных значений, а также формул ограничений и дополнительных сведений о наложенных ограничениях
Устойчивость	Содержит сведения о чувствительности решения к малым изменениям в формуле модели или в формулах ограничений.
Пределы	Состоит из целевой ячейки и списка влияющих ячеек модели, их

	значений, а также нижних и верхних границ.

1.3.4 Сохранение параметров модели

Последние использованные параметры модели сохраняются на рабочем листе.

В некоторых случаях желательно иметь несколько наборов параметров. Например, для рассмотрения разных решений при различных ограничениях можно хранить в ячейках рабочего листа и быстро загружать необходимые установки.

Сохранение параметров модели осуществляется с помощью кнопки Сохранить модель... в окне **Параметры поиска решения**.

После нажатия этой кнопки в диалоговом окне **Сохранить модель** необходимо указать диапазон ячеек (рисунок 1.10), в которых будут находиться параметры модели. Число выделенных ячеек должно равняться числу ограничений модели плюс три.

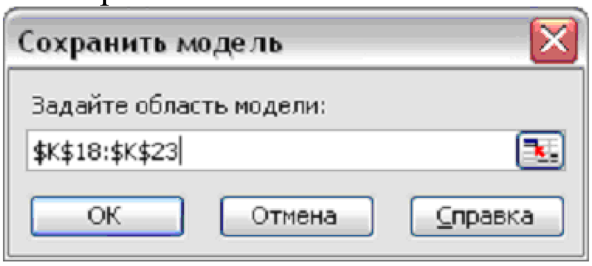


Рисунок 1.10 Диалоговое окно **Сохранить модель** с указанием диапазона ячеек для сохранения параметров решения

Приняв предлагаемый диапазон или изменив его на другой (например, $K$18:$K$23), необходимо нажать кнопку OK.

То же самое нужно сделать во вновь появившемся диалоговом окне **Параметры поиска решения**.

Для получения окончательного результата необходимо нажать кнопку Закрыть в диалоговом окне **Поиск решения**.

Выбранный диапазон ячеек будет заполнен параметрами модели.

1.3.5 Загрузка параметров модели

При последующем открытии рабочего листа и запуске средства **Поиск решения** появится диалоговое окно с теми же параметрами, которые были установлены при предыдущем запуске.

Для загрузки сохраненных параметров модели необходимо выполнить следующие действия:

1) выбрать команду **Сервис** – **Поиск решения;**
2) нажать кнопку Параметры, затем кнопку Загрузить модель...;
3) выделить диапазон ячеек, содержащий параметры модели и нажать кнопку OK;
4) в диалоговом окне **Параметры поиска решения** нажать кнопку OK;

чтобы запустить процесс поиска, необходимо нажать кнопку Выполнить или кнопку Закрыть, чтобы запустить этот процесс позднее с выбранными параметрами.

1.1 Линейная оптимизация

Линейное программирование – это раздел математического программирования, посвященный нахождению экстремума линейных функций нескольких переменных при дополнительных линейных ограничениях, которые налагаются на переменные. Методы, с помощью которых решаются задачи, подразделяются на универсальные (например, симплексный метод) и специальные. С помощью универсальных методов решаются любые задачи линейного программирования. Особенностью задач линейного программирования является то, что экстремум целевой функции достигается на границе области допустимых решений.

Большую часть задач оптимизации представляют собой задачи линейного программирования, т. е. такие, у которых критерий оптимизации и ограничения – линейные функции. В этом случае для решения задачи следует установить флажок **Линейная модель** в окне **Параметры поиска решения.** Это обеспечит применение симплекс-метода. В противном случае даже для решения линейной задачи будут использоваться более общие (т.е. более медленные) методы.

Поиск решения может работать также и с нелинейными зависимостями и ограничениями. Это, как правило, задачи нелинейного программирования или, например, решение системы нелинейных уравнений. Для успешной работы средства **Поиск решения** следует стремиться к тому, чтобы зависимости были гладкими или, по крайней мере, непрерывными.

Решая задачи с нелинейными зависимостями, следует:

- ✓ ввести предварительно предположительные значения искомых переменных (иногда легко получить графическое представление решения и сделать приблизительные выводы о решении);
- ✓ в окне **Параметры поиска решения** снять (если установлен) флажок **Линейная модель.**

2 Содержание работы

2.1 Запустить программу MS Excel.

2.2 Создать файл аналогичный примеру 1 (Планирование производства материалов).

2.3 Рассмотреть все варианты нахождения оптимального решения в примере 1, установив надстройку **Поиск решения**.

2.4 Найти оптимальное решение с помощью надстройки **Поиск решения** задач линейного программирования в заданиях для самостоятельного решения из Приложения Б. Вариант задания выбирается по указанию преподавателя.

2.5 Создать один из видов отчетов по результатам поиска решения.

2.6 Ответить на контрольные вопросы.

2.7 Составить отчет о проделанной работе, который должен содержать название работы, постановку задачи исследования, сведения о последовательности выполнения заданий с результатами и ответы на контрольные вопросы, указанные преподавателем.

3 Методика выполнения работы. Нахождение оптимального решения линейной задачи с помощью надстройки Поиск решения на примере задачи Планирование производства материалов

Работу с надстройкой **Поиск решения** рассмотрим на примере задачи **Планирование производства материалов**.

***Пример 1.* Планирование производства материалов**

Фирма выпускает два типа строительных материалов: *А* и *В*. Продукция обоих видов поступает в продажу. Для производства материалов используются два исходных продукта: I и II. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 7 и 9 тонн соответственно. Расходы продуктов I и II на 1 тонну соответствующих материалов приведены в таблице 2.1. Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на материал *В* никогда не превышает спроса на материал *А* более чем на 1 тонну. Кроме того, спрос на материал *А* никогда не превышает 3 тонны в сутки. Оптовые цены одной тонны материалов равны: 4000 у.е. для В и 3000 у. е. для *А*. Какое количество материала каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации был максимальным?

Таблица 2.1 Расход продуктов

Исходный продукт	Расход исходных продуктов, т (на одну тонну материалов)		Максимально возможный запас, т
	материал А	материал В	
I	3	2	7
II	2	3	9

3.1 Формулировка математической модели задачи

✓ переменные для решения задачи: X_1 - суточный объем производства материала А, X_2 - суточный объем производства материала В;

✓ определение функции цели (критерия оптимизации). Суммарная суточная прибыль от производства X_1, материала А и X_2 материала В равна:

$$F = 4000X_2 +3000X_1,$$

поэтому цель фабрики - среди всех допустимых значений X_1 и X_2 найти такие, которые максимизируют суммарную прибыль от производства материалов F:

$$F = 4000X_2 + 3000\ X_1, \rightarrow max;$$

✓ ограничения на переменные:

- объем производства красок не может быть отрицательным, т. е.

$$X_2 >=0, X_1 >=0;$$

- расход исходного продукта для производства обоих видов материалов не может превосходить максимально возможного запаса данного исходного продукта, т.е.:

$$2X_2 + 3X_1 <= 7,\ 3X_2 + 2X_1 <= 9.$$

- ограничения на величину спроса на материалы:

$$X_1 - X_2 <= 1,\ X_1 <= 3.$$

Таким образом, получена следующая математическая модель задачи:

✓ необходимо найти максимум следующей функции:

$$F = 4000X_2 + 3000X_1 \rightarrow max$$

✓ при ограничениях вида:

$$2X_2 +3X_1, <= 7,\ 3X_2 + 2X_1, <= 9,$$

$X_1 - X_2 <= 1,\ X_1 <= 3,\ X_1, >= 0,\ X_2 >= 0.$

3.2 Решение задачи с помощью надстройки Поиск решения

✓ подготовку рабочего листа MS Excel для задачи необходимо осуществить в соответствии с рисунком 2.1 (нужно ввести текст, данные и формулы).

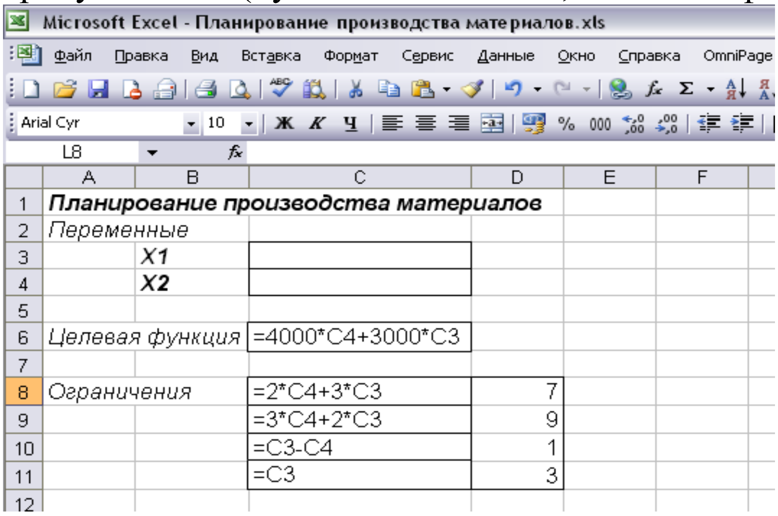


Рисунок 2.1 Рабочий лист MS Excel для решения задачи **Планирование производства материалов**

Переменные задачи X_1 и X_2 находятся, соответственно, в ячейках C3 и C4. Целевая функция находится в ячейке C6 и содержит формулу: =4000*C4+3000*C3. Ограничения на задачу учтены в ячейках C8:D11.

✓ ввод данных в окно Поиск решения необходимо произвести в соответствии с рисунком 2.2.

Воспользовавшись командой **Сервис - Поиск решения,** нужно ввести необходимые данные для рассматриваемой задачи (установка данных в окне **Поиск решения** приведена на рисунке 2.2).

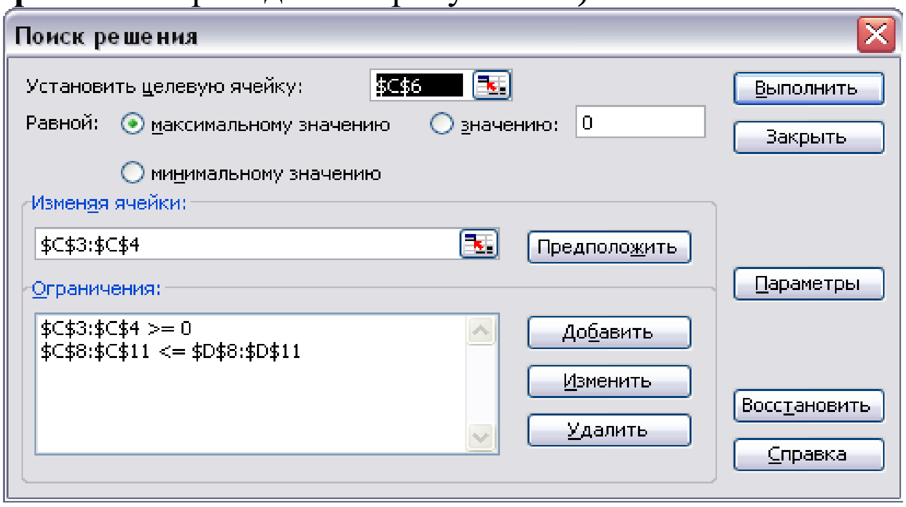


Рисунок 2.2 Установка необходимых параметров задачи планирования материалов в окне **Поиск решения**

✓ полученное оптимальное решение представлено на рисунке 2.3.

	A	B	C	D	E
1	***Планирование производства материалов***				
2	*Переменные*				
3		***X1***	0,6		
4		***X2***	2,6		
5					
6	*Целевая функция*		12200		
7					
8	*Ограничения*		7	7	
9			9	9	
10			-2	1	
11			0,6	3	

Рисунок 2.3 Результат расчета с помощью надстройки **Поиск решения**

4 Вопросы для самоконтроля знаний

4.1 Что такое линейное программирование?

4.2 Что такое задача нелинейного программирования?

4.3 Какую опцию нужно установить в окне **Параметры поиска решения** для решения задач по линейному программированию?

4.4 Назовите виды задач линейного программирования.

Лабораторная работа №2
«Решение транспортных задач методом оптимизации с помощью надстройки Поиск решения»

Цель работы: Овладеть приемами работы с надстройкой **Поиск решения** при решении транспортных задач. Научиться:

- ✓ находить оптимальное решение задачи с помощью надстройки **Поиск решения** при решении транспортных задач;
- ✓ создавать отчеты по результатам поиска решения;
- ✓ сохранять параметры модели.

1 Общие сведения

1.1 Транспортная задача

В общем виде транспортную задачу можно сформулировать следующим образом: в m пунктах отправления $A_1,\ldots,A_m$ находится однородный груз, количество которого равно соответственно $a_1,\ldots,a_m$ единиц. Данный груз необходимо доставить потребителям $B_1,\ldots,B_n$, спрос которых - $b_1,\ldots,b_n$. Стоимость перевозки единицы груза из i-го ($i = \overline{1,m}$) пункта отправления в j-й ($j = \overline{1,n}$) пункт назначения равна $C_{i,j}$. Необходимо составить план перевозок, который полностью удовлетворяет спрос потребителей в грузе, и при этом суммарные транспортные издержки минимальны.

Математически транспортную задачу можно записать так:

$$F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \rightarrow min, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_{i,}, \ i = \overline{1,m}, \ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_{j,}, \ j = \overline{1,n}, \tag{2}$$

$$x_{ij} >= 0, \ i = \overline{1,m}, \ j = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Таким образом, дана система ограничений (2) при условии (3) и линейная функция (1). Требуется среди множества решений системы (2) найти такое неотрицательное решение, которое доставляет минимум линейной функции (1).

Модель транспортной задачи называют закрытой (сбалансированной), если суммарный объем груза, имеющегося у поставщиков, равен суммарному спросу потребителей, т. в. выполняется равенство:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j .$$

Если для транспортной задачи выполняется одно из условий:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j , \ \sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j ,$$

то модель задачи называют открытой (несбалансированной).

Для разрешимости транспортную задачу с открытой моделью следует преобразовать в закрытую.

✓ Так, если выполняется условие $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$, то необходимо ввести фиктивный $(n+1)$-й пункт назначения B_{n+1}, т. е. в матрицу задачи вводится дополнительный столбец. Спрос фиктивного потребителя принимается равным $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$. Стоимость перевозок продукции полагается одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость складирования продукции), т. е. $c_{i,n+1} = 0,\ i = \overline{1,m}$.

✓ Если выполняется условие $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$, то необходимо ввести фиктивного $(m+1)$-го поставщика A_{m+1}, т. е. в матрицу задачи вводится дополнительная строка. Запас груза данного поставщика принимается равным $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$. Стоимость перевозок продукции полагается одинаковой, чаще всего равной нулю (если не задана стоимость штрафов за недопоставку продукции), т. е. $c_{m+1,j} = 0,\ j = \overline{1,n}$. При преобразовании открытой задачи в закрытую целевая функция не меняется, т. к. все слагаемые, соответствующие дополнительным перевозкам, равны нулю.

2 Содержание работы

2.1 Запустить программу MS Excel.

2.2 Создать файл аналогичный примеру 1 (Транспортные расходы).

2.3 Рассмотреть все варианты нахождения оптимального решения в примере 1, установив надстройку **Поиск решения**.

2.4 Найти оптимальное решение с помощью надстройки **Поиск решения**) в заданиях для самостоятельного решения из Приложения В. Вариант задания выбирается по указанию преподавателя.

2.5 Создать один из видов отчетов по результатам поиска решения.

2.6 Ответить на контрольные вопросы.

2.7 Составить отчет о проделанной работе, который должен содержать название работы, постановку задачи исследования, сведения о последовательности выполнения заданий с результатами и ответы на контрольные вопросы, указанные преподавателем.

3 Методика выполнения работы. Нахождение оптимального решения транспортной задачи с помощью надстройки Поиск решения на примере задачи Транспортные расходы

Работу с надстройкой **Поиск решения** рассмотрим на примере транспортной задачи.

Пример 1. **Транспортные расходы**

Производство продукции осуществляется на 4-х предприятиях, затем развозится в 5 пунктов потребления. Предприятия могут выпускать в день 235, 175, 185 и 175 единиц продукции. Пункты потребления готовы принимать ежедневно 125, 160, 60, 250 и 173 единиц продукции. Хранение на предприятии единицы продукции обходится в 2 у.е. в день, штраф за недопоставленную продукцию 3,5 у.е. в день. Стоимость перевозки единицы продукции (в у.е.) с предприятий в пункты потребления приведены в таблице 3.1.

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке продукции.

Таблица 3.1 Транспортные расходы

Предприятия	Пункты потребления				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2,35	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4
4	4	2	2,1	4,1	3,4

3.1 Проверка сбалансированности модели задачи

Модель является сбалансированной, т.к. суммарный объем производимой продукции в день равен суммарному объему потребности в ней:

$$235 + 175 + 185 + 175 = 125 + 160 + 60 + 250 + 175.$$

Поэтому при решении этой задачи не учитываются издержки, связанные со складированием и недопоставкой продукции.

3.2 Построение математической модели

Неизвестными в этой задаче являются объемы перевозок. Пусть x_{ij} - объем перевозок с i-го предприятия в j-й пункт потребления.

Суммарные транспортные расходы - это функционал качества (критерий цели)

$$F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}\ ,$$

где c_{ij} - стоимость перевозки единицы продукции с i-го предприятия в j-й пункт потребления.

Неизвестные в этой задаче должны удовлетворять следующим ограничениям:

- ✓ объемы перевозок не могут быть отрицательными;
- ✓ поскольку модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с предприятий, а потребности всех пунктов потребления должны быть полностью удовлетворены.

Итак, имеем следующую задачу:

- ✓ найти минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \ \rightarrow min,$$

- ✓ при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = b_j,\ j \in [\overline{1,5}\,],\ \sum_{j=1}^{5} x_{ij} = a_i,\ i \in [\overline{1,4}\,],$$

$$x_{ij} >= 0,\ \ i \in [\overline{1,4}\,],\ j \in [\overline{1,5}\,],$$

где a_i - объем производства на i-м предприятии, b_j - спрос в j-м пункте потребления.

3.3 Решение задачи с помощью надстройки Поиск решения

✓ подготовку рабочего листа для задачи необходимо осуществить в соответствии с рисунком 3.1, с приведенными для расчета формулами.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Транспортная задача					
2		Пункты потребления						
3		Стоимость перевозок						
4	Предприятия	1	2	3	4	5		
5	1	3,2	3	2,35	4	3,65		
6	2	3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	4	4	2	2,1	4,1	3,4		
9		Неизвестные - объемы перевозок						Объемы производ-ства
10		1	2	3	4	5	Ограничения_2	
11	1						=СУММ(B11:F11)	235
12	2						=СУММ(B12:F12)	175
13	3						=СУММ(B13:F13)	185
14	4						=СУММ(B14:F14)	175
15	Ограничения_1	=СУММ(B11:B14)	=СУММ(C11:C14)	=СУММ(D11:D14)	=СУММ(E11:E14)	=СУММ(F11:F14)		
16		Потребность в продукции						
17		125	160	60	250	175		
18								
19	Целевая функция	=СУММПРОИЗВ(B5:F8;B11:F14)						

Рисунок 3.1 Исходные данные для решения транспортной задачи

✓ ввод данных в окно Поиск решения необходимо произвести в соответствии с рисунком 3.2.

Не следует забывать также об опциях **Линейная модель, Относительная погрешность** окна **Параметры поиска решения**, вызываемого кнопкой Параметры в окне **Поиск решения** (рисунок 3.2).

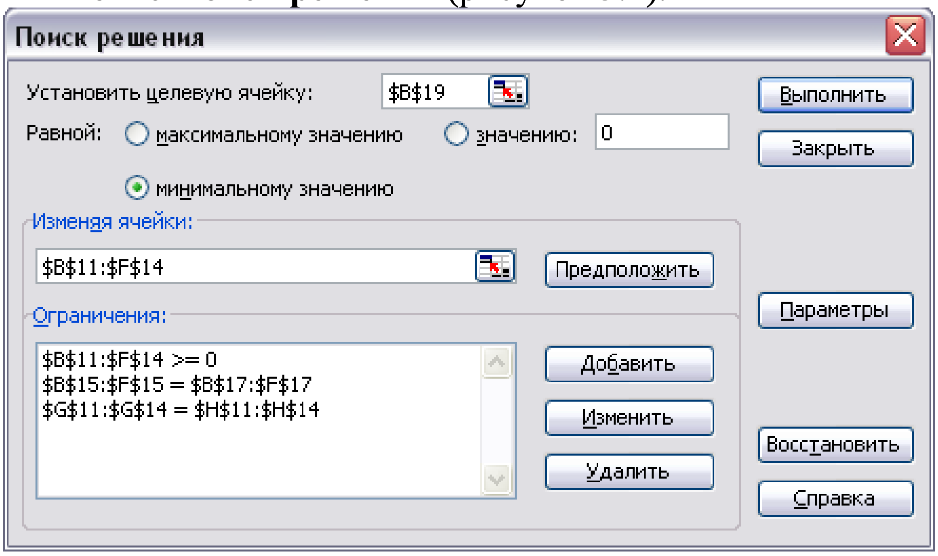


Рисунок 3.2 Ввод данных в окно Поиск решения для транспортной задачи

✓ полученное оптимальное решение представлено на рисунке 3.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2		**Пункты потребления**						
3		Стоимость перевозок						
4	**Предприятия**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		
5	**1**	3,2	3	2,35	4	3,65		
6	**2**	3	2,75	2,5	3,9	3,55		
7	**3**	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4		
8	**4**	4	2	2,1	4,1	3,4		
9		**Неизвестные - объемы перевозок**						**Объемы производ-ства**
10		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	Ограничения_2	
11	**1**	0	0	45	15	175	235	235
12	**2**	125	0	0	50	0	175	175
13	**3**	0	0	0	185	0	185	185
14	**4**	0	160	15	0	0	175	175
15	Ограничения_1	125	160	60	250	175		
16		Потребность в продукции						
17		125	160	60	250	175		
18								
19	**Целевая функция**	2373,5						

Рисунок 3.3 Оптимальное решение для транспортной задачи

4 Вопросы для самоконтроля знаний

4.1 Что такое транспортная задача?

4.2 В каком случае модель транспортной задачи называется закрытой?

4.3 Что такое несбалансированная модель транспортной задачи?

4.4 В какую модель нужно преобразовать транспортную задачу для ее разрешимости?

Лабораторная работа №3
«Решение задач дискретного программирования методом оптимизации с помощью надстройки Поиск решения»

Цель работы: Овладеть приемами работы с надстройкой **Поиск решения** при решении задач по дискретному программированию. Научиться:

- ✓ находить оптимальное решение задачи с помощью надстройки **Поиск решения** при решении задач по дискретному программированию;
- ✓ создавать отчеты по результатам поиска решения;
- ✓ сохранять параметры модели.

1 Общие сведения

1.1 Дискретное программирование

Дискретное программирование изучает экстремальные задачи, в которых на искомые переменные накладывается условие дискретности, а область допустимых решений конечна.

Это, прежде всего, задачи с физической неделимостью многих факторов и объектов расчета.

К дискретному программированию относится также ряд задач целочисленного программирования, в которых искомые переменные принимают только целочисленные значения (например, задача о планировании штатного расписания) или логические, булевы, значения - нуль или единица (например, задача о назначениях).

2 Содержание работы

2.1 Запустить программу MS Excel.

2.2 Создать файл аналогичный примеру 1 (Задача о назначениях).

2.3 Рассмотреть все варианты нахождения оптимального решения в примере 1, установив надстройку **Поиск решения**.

2.4 Найти оптимальное решение с помощью надстройки **Поиск решения**) в заданиях для самостоятельного решения из Приложения Г. Вариант задания выбирается по указанию преподавателя.

2.5 Создать один из видов отчетов по результатам поиска решения.

2.6 Ответить на контрольные вопросы.

2.7 Составить отчет о проделанной работе, который должен содержать название работы, постановку задачи исследования, сведения о последовательности выполнения заданий с результатами и ответы на контрольные вопросы, указанные преподавателем.

3 Методика выполнения работы. Нахождение оптимального решения задачи с помощью надстройки Поиск решения на примере задачи о назначениях

Работу с надстройкой **Поиск решения** рассмотрим на примере задачи о начислениях.

Пример. **Задача о назначениях**

Каждый из преподавателей может провести определенные виды занятий. Почасовая оплата c_{ij} i-му преподавателю по j-му виду занятий зависит от его квалификации и должности и приведена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 Стоимости выполнения учебных занятий

Преподаватели	Почасовая оплата занятий, руб			
	Лекционные	Лабораторные работы	Практические занятия	Прочие виды занятий
Иванов П.С.	35	42	61	20
Ткаченко В.И.	89	13	65	90
Власова Н.Н.	43	52	60	72
Бикбулатов Ф.Р.	83	61	78	47

Необходимо составить план проведения учебных занятий так, чтобы все виды занятий были проведены, каждый преподаватель проводил занятия только по одному виду, а суммарная стоимость почасовой оплаты была минимальной.

Решение.

3.1 Проверка задачи на сбалансированность

Задача является сбалансированной, т.к. количество преподавателей соответствует числу возможных видов занятий. В случае несбалансированности задачи необходимо ввести недостающее число строк или столбцов, заполненных нулями.

3.2 Построение математической модели задачи

Пусть $\boldsymbol{x_i}$ = 1 в случае выполнения $\boldsymbol{i}$-м преподавателем $\boldsymbol{j}$-го вида занятий, и $\boldsymbol{x_{ij}}$ = 0 в случае невыполнения вида занятий. Тогда математическая модель задачи примет вид – найти минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} c_{ij} x_{ij} \to min,$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1,\ j = \overline{1,4}, \quad \sum_{i=1}^{4} x_{ij} = 1,\ i = \overline{1,4},$$

$$x_{ij} \in \{0,1\},\ i = \overline{1,4},\ j = \overline{1,4}.$$

3.3 Решение задачи с помощью надстройки Поиск решения

✓ подготовку рабочего листа нужно осуществить в соответствии с рисунком 4.1, где приведены и формулы для расчета.

	B	C	D	E	F	G
1	*Задача о начислениях*					
2						
3		Почасовая оплата занятий, руб				
4	Преподаватели	Лекционные	Лабораторные	Практические	Прочие	
5	Иванов П.С.	35	42	61	20	
6	Ткаченко В.И.	89	13	65	90	
7	Власова Н.Н.	43	52	60	72	
8	Бикбулатов Ф.Р.	83	61	78	47	
9						
10	Неизвестные задачи					Ограничения
11						=СУММ(C11:F11)
12						=СУММ(C12:F12)
13						=СУММ(C13:F13)
14						=СУММ(C14:F14)
15	Ограничения	=СУММ(C11:C14)	=СУММ(D11:D14)	=СУММ(E11:E14)	=СУММ(F11:F14)	
16						
17	Функционал качества (стоимость всех занятий - min)					=СУММПРОИЗВЕД(C5:F8;C11:F14)

Рисунок 4.1 Вид рабочего листа для решения задачи «О начислениях»

✓ ограничения в окне **Поиск решения** нужно установить согласно рисунку 4.2. В окне **Параметры поиска решения** включить флажок **Линейная модель.**

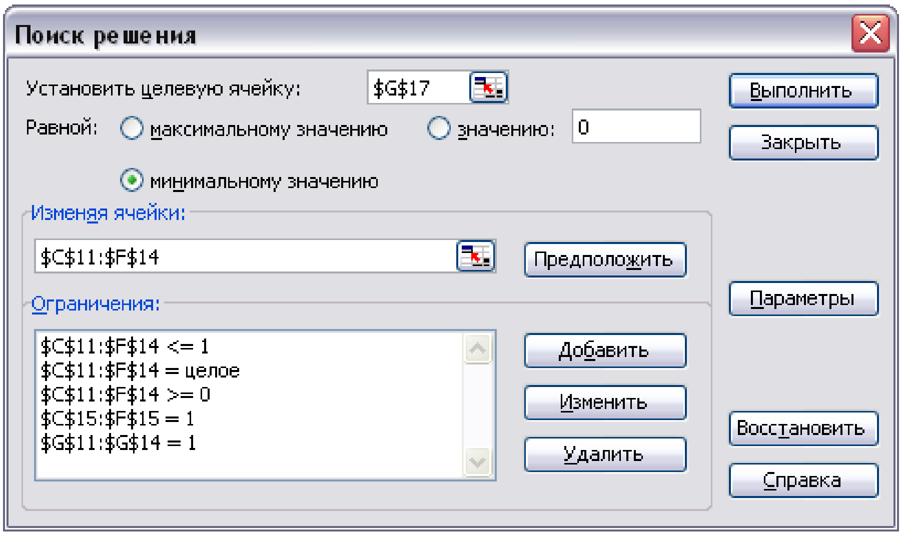
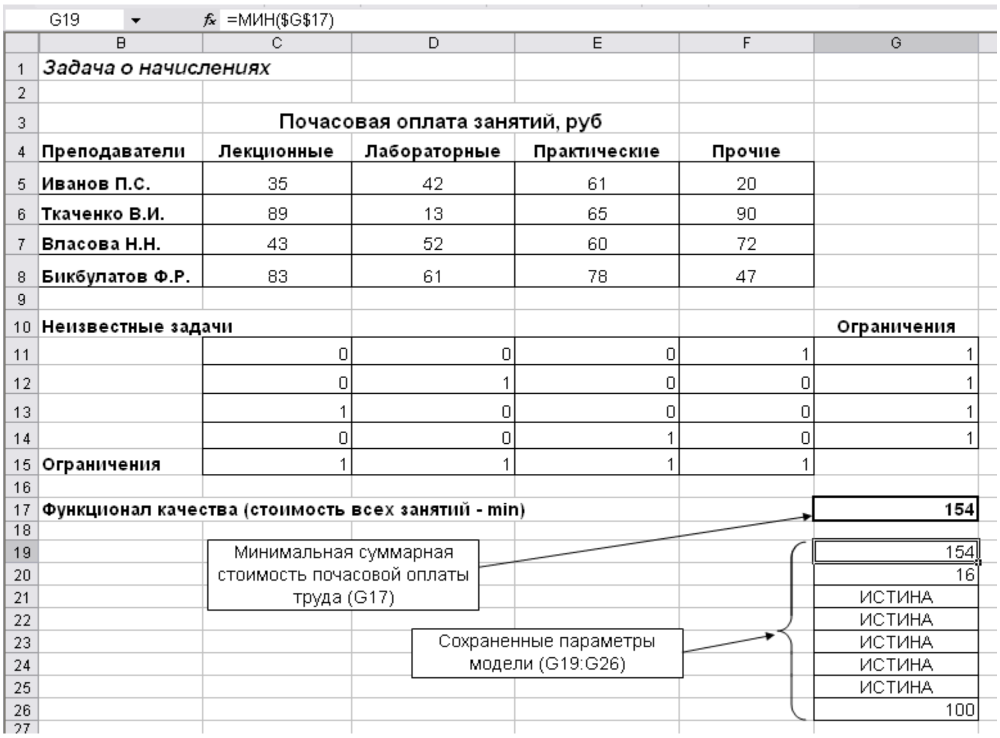


Рисунок 4.2 Установка параметров в окне **Поиск решения**

Пример полученного решения задачи с сохраненными параметрами модели представлен на рисунке 4.3.



G19 =МИН($G$17)

	B	C	D	E	F	G
1	*Задача о начислениях*					
2						
3		Почасовая оплата занятий, руб				
4	**Преподаватели**	**Лекционные**	**Лабораторные**	**Практические**	**Прочие**	
5	**Иванов П.С.**	35	42	61	20	
6	**Ткаченко В.И.**	89	13	65	90	
7	**Власова Н.Н.**	43	52	60	72	
8	**Бикбулатов Ф.Р.**	83	61	78	47	
9						
10	**Неизвестные задачи**					**Ограничения**
11		0	0	0	1	1
12		0	1	0	0	1
13		1	0	0	0	1
14		0	0	1	0	1
15	**Ограничения**	1	1	1	1	
16						
17	**Функционал качества (стоимость всех занятий - min)**					**154**
18						
19						154
20						16
21						ИСТИНА
22						ИСТИНА
23						ИСТИНА
24						ИСТИНА
25						ИСТИНА
26						100

Рисунок 4.3 Решение задачи о начислениях

В таблице 4.4 показано, в каком виде надстройка **Поиск решения** сохраняет в ячейках параметры модели.

Таблица 4.4 Содержимое и назначение ячеек, в которых сохранены параметры данной модели

Ячей-ка	Отобра-жаемое значение	Содержимое ячейки	Назначение
G19	154	=МИН($G$17)	Указана целевая ячейка и указано, что решение предназначено для достижения минимального значения
G20	16	=СЧЁТ($C$11:$F$14)	Указан диапазон изменяемых ячеек
G21	ИСТИНА	=$C$11:$F$14<=1	Указано первое ограничение
G22	ИСТИНА	=$C$11:$F$14= ЦЕЛОЕ($C$11:$F$14)	Указано второе ограничение
G23	ИСТИНА	=$C$11:$F$14>=0	Указано третье ограничение
G24	ИСТИНА	=$C$15:$F$15=1	Указано четвертое ограничение
G25	ИСТИНА	=$G$11:$G$14=1	Указано пятое ограничение
G26	100	={100:100:0,000001: 0,05:ЛОЖЬ:ЛОЖЬ: ЛОЖЬ:1:1:1:0,0001: ЛОЖЬ}	Зафиксированы параметры поиска решения, устанавливаемые в одноименном окне

В результате решения задачи в ячейках C11:F14 получен оптимальный план проведения учебных занятий. В них единицей обозначены виды занятий, распределенные между преподавателями таким образом, что каждый из них проводит занятия только одного вида, например, Власова Н.Н. читает лекции, Ткаченко В.И. проводит лабораторные работы и т.д. При этом суммарная стоимость почасовой оплаты является минимальной и составляет 154 рубля в час.

4 Вопросы для самоконтроля знаний

4.1 Что такое дискретное программирование?

4.2 Какие задачи относятся к дискретному программированию?

4.3 Что такое целочисленное программирование?

Библиографический список

1 Microsoft Excel 2000. Шаг за шагом: Практ. пособие. / Пер. с англ. – М.: Издательство ЭКОМ, 1999. – 472 с.

2 Безручко В.Т. Практикум по курсу «Информатика». Работа Windows' 2000, Word, Excel. 2-е издание. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 544 с.

3 Дубина А.Г., Орлова С.С., Шубина И.Ю., Хромов А.В.Excel для экономистов и менеджеров. - СПб.: Питер, 2004.-295 с.

4 Угринович Н.Д. Информатика и информационные технологии. М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.-512 с.

5 Угринович Н.Д., Босова Л.Л., Михайлова Н.И. М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.-394 с.

6 Лавренов С. М. Excel. Сборник примеров и задач. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 336 с.

7 Практикум по информатике / А.А. Землянский, Г.А. Кретова, Ю.Р. Стратонович, Е.А. Яшкова; Под ред. А.А. Землянского. – М.: КолосС, 2003. – 384 с.

8 Рудикова Л.В. Microsoft Excel для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 368 с.

9 Серова Г.А. Учимся работать с офисными программами. MS Office 2000. - М.: Финансы и статистика, 2005. – 320 с.

10 Фандрова Л.П., Шамсутдинова Т.М. Обработка табличных данных средствами электронных таблиц для анализа задач АПК: Учеб. пособие. - Уфа: БГАУ, 2002. - 90 с.

Приложение А

Задачи для самостоятельной работы по линейному программированию

1. Предприятие выпускает продукцию четырех видов $П_1$-$П_4$, для изготовления которой используются ресурсы трех видом трудовые, сырье и оборудование. Нормы расхода каждого вида ресурса на изготовление единицы каждого вида продукции приведены в таблице Б1.

Таблица Б1 Нормы расхода ресурсов на выпуск единицы продукции

Ресурс	Вид продукции				Объем ресурса
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	
Трудовой	1	1	1	1	16
Сырье	6	5	4	3	110
Оборудование	4	6	10	13	100

Прибыль, получаемая от реализации единицы продукции, равна: для продукции $П_1$ - 60 у.е., для $П_2$ - 70 у.е., для - $П_3$ - 120 у.е. и для $П_4$- 130 у.е. Определить оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль данного предприятия.

2. Магазин реализует три вида продукции $П_1$, $П_2$, $П_3$. Для этого используются два ограниченных ресурса - полезная площадь помещений, которая с учетом коэффициента оборачиваемости составляет 450 м^2, и рабочее время работников магазина - 600 человеко-часов. Товарооборот должен быть не менее 240 000 у.е. Необходимо разработать план товарооборота, доставляющего максимум прибыли. Затраты ресурсов на реализацию и полученная при этом прибыль представлены таблице Б2.

Таблица Б2 Затраты ресурсов на реализацию единицы продукции

Ресурсы	Затраты ресурсов на реализацию, тыс. у.е.			Объем ресурсов
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	
Полезная площадь, м^2	1,5	2	3	450
Рабочее время, человеко-час	3	2	1,5	600
Прибыль, тыс. у.е.	50	65	70	

3. Двум погрузчикам разной мощности не более чем за 24 часа нужно погрузить на первой площадке 230 тонн, на второй - 168 тонн. Первый погрузчик на первой площадке может погрузить 10 тонн в час, на второй - 12. Второй погрузчик на каждой площадке может погрузить по 13 тонн в час. Стоимость работ, связанных с погрузкой одной тонны первым погрузчиком на первой площадке - 8 у.е., на второй - 7 у.е., вторым погрузчиком на первой площадке -12 у.е., на второй - 13 у.е. Нужно составить план работы, т. е. найти, какой объем работ должен выполнить каждый погрузчик на каждой площадке, чтобы стоимость всех работ по погрузке была минимальной. Следует учесть, что по техническим причинам первый погрузчик на второй площадке должен работать не более 16 часов.

4. Цех выпускает два вида продукции, используя два вида полуфабрикатов. Продукция используется при комплектовании изделий, при этом на каждую единицу продукции первого вида требуется не более двух единиц продукции второго вида. Нормы расходов $A_{i,j}$ полуфабрикатов каждого вида на единицу выпускаемой продукции, общие объемы полуфабрикатов B_j, и прибыль C_j от единицы каждой продукции представлены в таблице Б3. Определить план производства, доставляющий максимум прибыли.

Таблица Б3 Затраты ресурсов реализацию единицы продукции

Полуфабрикаты	Затраты ресурсов на реализацию, тыс. у.е.		Объем полуфабриката
	$П_1$	$П_2$	
1	1	2	800
2	6	2	2400
Прибыль, у.е.	10	35	

5. Исходя из специализации и своих технологических возможностей, предприятие может выпускать четыре вида продукции. Для изготовления этой продукции используются трудовые ресурсы, полуфабрикаты и станочное оборудование. Общий объем ресурсов (в расчете на трудовую неделю), расход каждого ресурса на единицу выпускаемой продукции и цена, полученная за единицу продукции, приведены в таблице Б4. Требуется определить план выпуска, доставляющий предприятию максимум выручки.

Таблица Б4 Параметры выпускаемой продукции

Ресурсы		Выпускаемая продукция				Объем ресурсов
		$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	
P_1	Трудовые ресурсы, человеко-час	4	2	2	8	4800
P_2	Полуфабрикаты, кг	2	10	6	0	2400
P_3	Станочное оборудование, станкочас	1	0	2	1	1500
Прибыль, у.е.		65	70	60	120	

6. На основании информации, приведенной в таблице Б5, составить план производства, максимизирующий объем прибыли.

Таблица Б5 Количество ресурсов и их затраты на единицу продукции

Ресурсы	Затраты ресурсов на единицу продукции		Наличие ресурсов
	А	Б	
Труд	2	4	2000
Сырье	4	1	1400
Оборудование	2	1	800
Прибыль на единицу продукции	40	60	

7. Необходимо составить диету, состоящую из двух продуктов: А и Б. Дневное питание этими продуктами должно давать не более 14 единиц жира, но и не менее 300 калорий. В одном килограмме продукта А содержится 15 единиц жира и 150 калорий, а в одном килограмме продукта Б - 4 единицы жира и 200 калорий. При этом цена одного килограмма продукта А равна 15 у.е., а цена одного килограмма продукта Б - 25 у.е. Какое количество продуктов в день необходимо употреблять для соблюдения диеты, чтобы вложенные средства были минимальны?

8. Предприятию предложен на выбор выпуск три новых изделия, за счет которых можно было бы расширить номенклатуру продукции предприятия при тех же запасах ресурсов. Нормы затрат ресурсов и прибыль от реализации единицы продукции для этих изделий представлены в таблице Б6. Определить из предложенных видов изделия, выгодные для выпуска предприятием.

Таблица Б6 Нормы затрат ресурсов и прибыль от реализации единицы продукции

Ресурсы	Объективно обусловленные оценки ресурсов	Затраты ресурсов на одно изделие		
		А	Б	В
Труд	40/3	6	4	2
Сырье	0	2	1	3
Оборудование	20/3	3	1	2
Прибыль на одно изделие		80	70	45

9. Для выпуска четырех видов продукции P_1, P_2, P_3, P_4 на предприятии используют три вида сырья C_1, C_2, C_3. Объемы выделенного сырья, нормы расходы сырья и прибыль на единицу продукции при изготовлении каждого вида продукции приведены в таблице Б7. Требуется определить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль предприятия.

Таблица Б7 Нормы расхода сырья и прибыль от реализации единицы продукции

Вид сырья	Запасы сырья	Вид продукции			
		P_1	P_2	P_3	P_4
C_1	35	4	2	2	3
C_2	30	1	1	2	3
C_3	40	3	1	2	1
Прибыль		14	10	14	11

Приложение Б

Задачи для самостоятельной работы

Имеются n пунктов производства и m пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции из i-го пункта производства в j-й центр потребления c_{ij} приведена в таблицах, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом - пункт потребления. Кроме того, в таблицах в i-й строке указан объем производства в i-м пункте, а в j-м столбце указан спрос в j-м центре потребления. Хранение продукции на предприятии обходится в 1,6 у.е. в день, а штраф за просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в пункте потребления, но там не находящейся, равен 3,4 у.е. в сутки. Составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты потребления, минимизирующий суммарные транспортные расходы. Необходимые данные для решения задач взять из таблиц, приведенных ниже.

1.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	5	1,8	6	6	30
B	1	5,1	8	2	42
C	3,5	6	3	3,1	10
D	2,2	4,9	1,3	4	16
Объемы потребления	20	38	30	22	

2.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	2,3	7	6	8	15
B	2	1,3	1	2,5	55
C	4,9	4	4	1	12
Объемы потребления	35	35	15	25	

3.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	2	4,1	6	17
B	5	2,5	2	3	73
C	3	4	3	4,2	52
D	5,1	3	2	7	38
Объемы потребления	20	25	80	20	

4.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции	Объем произ-
	Пункты потребления	

	1	2	3	4	водства
A	1,7	3	4	6	23
B	5,2	2,6	9,8	3	27
C	3	2	1	4	52
D	6	5	2,5	7	18
Объемы потребления	32	18	60	15	

5.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	2,3	7	6	8	15
B	2	1,3	1	2,5	55
C	4,9	4	4	1	12
D	2	8	1	4	18
E	3	2,1	1,2	5	17
Объемы потребления	35	35	15	25	

6.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	9	1	3	38
B	2	5	5	6	20
C	2	5	10	4	30
Объемы потребления	18	50	22	35	

7.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	6,2	1	4,2	5	17
B	2	4	5,1	8	30
C	5	8	3	4	17
D	2	4	9	2	20
Объемы потребления	45	30	25	20	

8.

Предприятия	Стоимость перевозки единицы продукции				Объем произ-водства
	Пункты потребления				
	1	2	3	4	
A	4	9	4	7,4	20
B	2	8	5	1	10
C	7	2,2	1	4	30
Объемы потребления	48	10	35	12	

Приложение В

Задачи для самостоятельной работы по дискретному программированию

1) Несколько (***m***) предприятий одного города изготавливают ***n*** видов продукции. Количество видов продукции c_{ij} ***i***-ого предприятия ***j***-го вида продукции приведено в таблицах, где предприятиям соответствуют строки, а видам продукции – столбцы. Необходимо вычислить какое количество продукции каждого вида должно производить предприятие, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

Вариант 1

Предприятия	Количество видов продукции, шт.				
	Виды продукции				
	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$
«Дельф»	640	400	120	100	1000
«Оникс»	600	540	340	800	400
«Эльф»	310	750	690	100	480
«Турбо»	560	120	350	320	325

где $П_1$, $П_2$,…, $П_5$ – виды продукции.

Вариант 2

Предприятия	Количество производимой продукции, л				
	Виды продукции				
	Молоко	Кефир	Сметана	Творог	Сливки
«Молочко»	50	56	75	21	12
«Коровка»	68	23	85	32	13
«Milk Way»	95	42	46	23	15
«Белая страна»	67	21	69	26	19
«Молочный»	99	53	59	39	20

Вариант 3

Предприятия	Количество видов продукции, шт.				
	Виды продукции				
	Стол	Стул	Шкаф	Тумба	Полка
«Строй мастер»	123	56	12	8	3
«Мебель»	89	45	16	14	6
«Корунд»	145	89	14	7	4
«Квартирный вопрос»	100	78	15	9	9

2) Из ***m*** веществ составляют смесь (раствор). В состав смеси должно входить ***n*** видов веществ определенной стоимости. Необходимо составить наиболее дешевую смесь.

Вариант 1

Смесь	Стоимость 1 единиц, руб
	Виды веществ

	Жидкость	Песок	Камни	Ароматизатор	Разрыхлитель
Смесь 1	50	12	98	45	2
Смесь 2	56	10	110	56	3
Смесь 3	23	6	195	78	1
Смесь 4	45	8	120	65	2
Смесь 5	25	6	89	45	3

Вариант 2

Смесь	Стоимость 1 единиц, руб				
	Виды продукции				
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
Раствор$_1$	50	12	98	45	2
Раствор$_2$	56	10	110	56	3
Раствор$_3$	23	6	195	78	1
Раствор$_4$	22	16	150	78	3
Раствор$_4$	23	10	98	45	3

Вариант 3

Продукт	Стоимость 1 единиц продукции, руб				
	Виды продукции				
	Сахар	Мука	Вода	Молоко	Сода
1	50	12	98	45	2
2	56	10	110	56	3
3	23	6	195	78	1
4	46	5	120	49	5
5	56	12	110	78	3

3) При откорме каждое животное должно получать несколько ед. белков, углеводов, протеина. Для составления рациона используют ***n*** видов кормов. Необходимо составить дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

Вариант 1

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг, шт.				
	Виды кормов				
	Корм$_1$	Корм$_2$	Корм$_3$	Корм$_4$	Корм$_5$
Белки	20	3	7	18	19
Углеводы	25	62	23	56	45
Протеин	12	3	9	8	7

Вариант 2

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг, шт.
	Виды кормов

	Корм$_1$	Корм$_2$	Корм$_3$
Белки	35	69	58
Углеводы	12	65	49
Протеин	12	5	6

Вариант 3

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг, шт.			
	Виды кормов			
	Корм$_1$	Корм$_2$	Корм$_3$	Корм$_4$
Белки	12	45	58	47
Углеводы	45	56	76	68
Протеин	10	12	11	9

4) Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются ***n*** видов транспортных средств с ***m*** видами посадочных мест (видами пассажирских вагонов). Необходимо рассчитать вариант перевозки с наибольшим количеством пассажиров.

Вариант 1

Поезда	Количество вагонов в поезде				
	Плацкарт	Купейный	Мягкий	Люкс	Общий
Скорый	10	7	5	1	2
Пассажирский	15	9	8	2	2
Экспресс	7	5	2	1	1

Вариант 2

Транспортное средство	Количество мест в автобусе			
	Люкс	Спальное	Мягкое	Жесткое
«Нефаз»	2	2	40	12
«Газель»	2	4	6	3
«Соболь»	3	5	7	4
«Мерседес»	4	4	17	10

Вариант 3

Самолеты	Количество мест в самолете	
	Эконом – класс	Бизнес – класс
Боинг – 737-300	102	16
Боинг – 737-400	126	16
Боинг – 737-700	99	16
Боинг – 767-200	195	22
Боинг – 767-300	204	26

5) Имеется ***n*** преподавателей и ***m*** видов занятий. Стоимость c_{ij} выполнения ***i***-м преподавателем ***j***-го вида занятий приведена в таблицах, где преподавателям соответствуют строки, а видам занятий – столбцы. Составить план выполнения видов занятий так, чтобы все виды занятий были проведены, каждый преподаватель был занят только в одном виде занятий, а суммарная стоимость проведения всех видов занятий была минимальной.

Вариант 1

Преподаватели	Стоимость выполнения, руб				
	Виды занятий				
	Курс I	Курс II	Курс III	Курс IV	Курс V
Исламов Л.С.	32	36	21	65	110
Петров И.И.	10	20	80	40	30
Печкин О.И.	51	55	59	20	20
Кононова Л.В.	27	24	98	80	53

Вариант 2

Преподаватели	Стоимость выполнения, руб				
	Виды занятий				
	Лекции	Лабораторные	Практические	Семинары	Прочие
Мухин З.А.	31	30	60	52	70
Лобастов Д.О.	50	20	72	80	35
Сакаева И.В.	32	55	10	59	20
Гареева Т.В.	60	24	20	98	45

Вариант 3

Преподаватели	Стоимость выполнения, руб				
	Виды занятий				
	Урок 1	Урок 2	Урок 3	Урок 4	Урок 5
Кононова Л.В.	90	40	78	50	70
Чернышев П.Х.	12	20	90	88	30
Иванова Г.Р.	30	80	10	90	20
Жучков Р.А.	33	44	24	46	53

Лицензия РБ на издательскую деятельность №0261 от 10 апреля 1998г.
Подписано в печать ___________________ 2022 г. Формат 60x84. Бумага типографская.
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. ________________. Усл. изд. л. __________________.
Тираж ___________________ экз. Заказ № _____________.
Издательство Башкирского государственного аграрного университета.
Типография Башкирского государственного аграрного университета.
Адрес издательства и типографии: 450001, г. Уфа, ул. 50 лет Октября, 34