



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Башкир-
ский государственный аграрный университет»

Б1.В.06 Детали машин и основы конструирования

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
ПО РЕЗЬБОВЫМ СОЕДИНЕНИЯМ

направления подготовки
23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических
машин и комплексов

профиль Автомобили и автомобильное хозяйство

квалификация (степень) выпускника
бакалавр

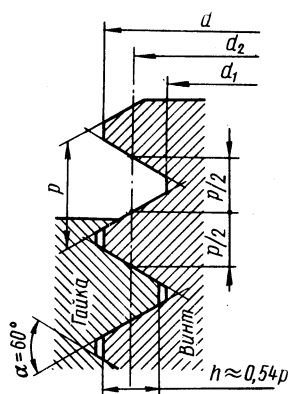
Рекомендовано к изданию методической комиссией механического факультета 25 марта 2021г. (протокол № 7/1).

Составители: старший преподаватель Валеев В.Ш.,
доцент Ахметьянов И.Р.

Рецензент: доцент кафедры автомобилей и машинно-тракторные комплексы Бакиев И.Т.

Соединения деталей с помощью резьбы являются одним из старейших и наиболее распространённых видов разъёмного соединения. К ним относятся соединения с помощью болтов, винтов, шпилек, винтовых стяжек и т. д.

Считаем необходимым дать краткие сведения о геометрических параметрах резьбы и некоторые положения теории винтовой пары и расчётах на прочность стержня винта (болта) при различных случаях нагружения.



На рисунке 1 дан разрез метрической резьбы.

Геометрические параметры резьбы: d – наружный диаметр резьбы (номинальный); d_1 – внутренний диаметр (d и d_1 одинаковы для винта и гайки, а зазоры во впадинах образуют за счёт предельных отклонений размеров этих диаметров); d_2 – средний диаметр (диаметр воображаемого цилиндра, образующая которого пересекает резьбу в таком месте, где ширина выступа равна ширине впадины); h – рабочая высота профиля, по которой соприкасаются боковые стороны резьб винта и гайки; p – шаг (расстояние между одноимёнными сторонами соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы); для метрической резьбы $h = 0,54p$. α – угол профиля;

Рисунок 1.

Ψ – угол подъёма витков резьбы (угол подъёма развёртки винтовой линии по среднему диаметру; рис. 2):

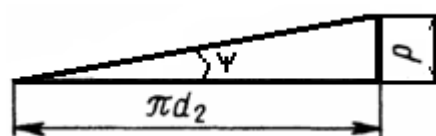


Рисунок 2.

$\Psi = \text{arc tg } (p/\pi d_2)$.

Понятие о приведённом коэффициенте трения в резьбе.

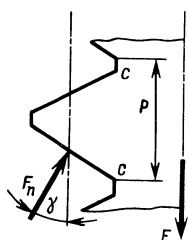


Рисунок 3.

Осевая сила F , действующая по стержню винта (рис. 3), уравновешивается реакцией гайки, распределённой по виткам резьбы. На рисунке эта реакция условно заменена сосредоточенной силой F_n , нормальной к линии профиля. При этом $F_n = F/\cos \gamma$ и сила трения $F_{np} = F_n f = Ff/\cos \gamma = Ff_{np}$,

где f - действительный коэффициент трения;

f_{np} – фиктивный, приведённый коэффициент трения в резьбе:

$$f_{np} = f / \cos \gamma.$$

Для метрической резьбы $\gamma = \alpha/2 = 60^\circ/2 = 30^\circ$ и $f_{np} = f / \cos 30^\circ = 1,15f$;

для трапецеидальной симметричной резьбы $\gamma = \alpha/2 = 30^\circ/2$ и $f_{np} = 1,04f$;

для упорной резьбы $\gamma = 3^\circ$ и $f_{np} \approx f$;

для прямоугольной резьбы $\gamma = 0^\circ$ и $f_{np} = f$. Таким образом, в

метрической резьбе наибольшая сила трения.

Прочность резьбы на срез рассчитывается по сечению $c - c$ (см. рис. 3).

Отношение $c - c$ к шагу резьбы p называют *коэффициентом полноты*

резьбы:
$$K = \frac{c - c}{p}.$$

Для метрической резьбы $K = 0,87$, трапецеидальной - $K = 0,65$, для прямоугольной $K = 0,5$.

Зависимость между моментом, приложенным к гайке, и осевой силой винта. Если винт нагружен осевой силой

F (рис. 4), то для завинчивания гайки к ключу необходимо приложить момент $T_{зав}$, а к стержню винта - реактивный момент T_p , который удерживает стержень от вращения. Можно

записать
$$T_{зав} = T_T + T_p,$$

где T_T – момент сил трения на опорном торце гайки;

T_p – момент сил трения в резьбе.

$$T_T = Ff(D_{cp}/2), \tag{2}$$

где $D_{cp} = (D_1 + d_{отв})/2$; D_1 – наружный диаметр опорного торца гайки (размер гайки под ключ); $d_{отв}$ – диаметр отверстия под винт; f – коэффициент трения на торце гайки.

Момент сил трения в резьбе (формулы приводим без вывода):

$$T_p = 0,5Fd_2 \operatorname{tg}(\Psi + \varphi), \tag{3}$$

где Ψ – угол подъёма резьбы; φ – угол трения в резьбе ($\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} f_{np}$).

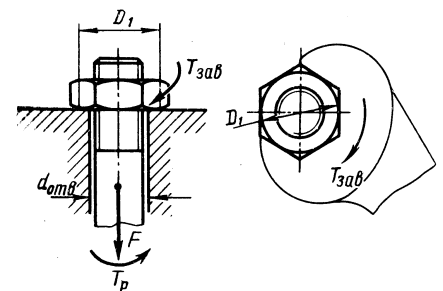


Рисунок 4.

подставляя (2) и (3) в (1) найдём:

$$T_{зав} = 0,5Fd_2[(D_{cp}/d_2)f + tg(\Psi + \varphi)]. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет подсчитать отношение осевой силы винта F к силе F_p , приложенной на ручке ключа, то-есть F/F_p , которое даёт выигрыш в силе. Для стандартных метрических резьб при стандартной длине ключа $l \approx 15d$ и $f \approx 0,15$ $F/F_p = 70 \dots 80$.

Распределение осевой нагрузки винта по виткам резьбы.

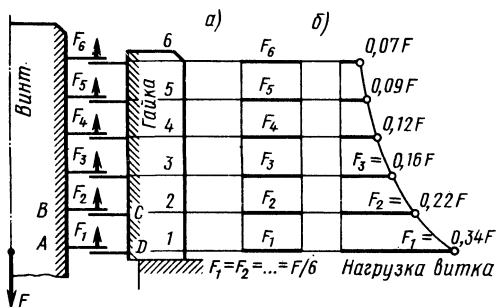


Рисунок 5.

На рис. 5 изображена схема винтовой пары. Осевая нагрузка винта передаётся через резьбу гайке и уравнивается реакцией её на опоры. Каждый виток резьбы нагружается соответственно силами F_1, F_2, \dots, F_z , где z – число витков резьбы гайки.

Сумма $\sum_{i=1}^z F_i = F$. В общем случае F_i не равны между собой. Задача о

распределении нагрузки по виткам статически неопределима. Впервые она была решена Н.Е. Жуковским в 1902 г. Решение, результаты которого приведены на рис. 5, справедливо в пределах упругих деформаций и при номинальных размерах. Вследствие большой жесткости резьбы на фактическое распределение нагрузки существенно влияют технологические отклонения размеров; небольшие пластические деформации перегруженных витков, допустимые для крепёжных резьб; приработка резьб. Поэтому при практических расчётах неравномерность распределения нагрузки по виткам резьбы учитывают опытным коэффициентом $K_m \approx 0,6 \dots 0,7$.

Расчёт резьбы на прочность.

Основные виды разрушения резьб: крепёжных – срез витков, винтовых механизмов – износ витков. В соответствии с этим основными критериями работоспособности и расчёта для крепёжных резьб являются прочность, связанная с напряжениями среза τ , а для резьб винтовых механизмов – износостойкость, связанная с напряжениями смятия $\sigma_{см}$

(рис. 6). Условия прочности резьбы по напряжениям среза

$$\begin{aligned} \tau &= F/(\pi d_1 H K K_m) \leq [\tau] - \text{для винта,} \\ \tau &= F/(\pi d H K K_m) \leq [\tau] - \text{для гайки,} \end{aligned} \quad (5)$$

где H – высота гайки или глубина завинчивания винта в деталь; K – коэффициент полноты резьбы; K_m – коэффициент неравномерности нагрузки по виткам резьбы.

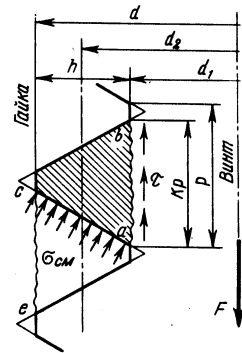


Рисунок 6.

Если материалы винта и гайки одинаковы, то по напряжениям среза рассчитывают только резьбу винта, так как $d_1 < d$.

Условие износостойкости резьбы винтового механизма по напряжениям смятия

$$\sigma_{см} = F/(\pi d_2 h z) \leq [\sigma_{см}], \quad (6)$$

где $z = H/p$ – число рабочих витков (например, число витков гайки).

Высота гайки и глубина завинчивания. Равнопрочность резьбы и стержня винта является одним из условий назначения высоты стандартных гаек. Запишем условия равнопрочности резьбы на срез и стержня винта на растяжение (учитывая, что $\tau_T \approx 0,6\sigma_T$) в виде

$$\tau_T = F/(\pi d_1 H K K_m) = 0,6\sigma_T = 0,6F/[(\pi/4)d_1^2],$$

откуда при $K = 0,87$ и $K_m \approx 0,6$ получаем

$$H \approx 0,8d_1.$$

Здесь $F/[(\pi/4)d_1^2]$ – напряжение растяжения в стержне винта, рассчитанное по внутреннему диаметру резьбы d_1 .

Высоту нормальных стандартных гаек принимают

$$H \approx 0,8d.$$

Кроме нормальных стандартных предусмотрены высокие $H \approx 1,2d$ и низкие $H \approx 0,5d$ гайки.

Так как $d > d_1$ (например, для крепёжной резьбы $d \approx 1,2d_1$), то прочность резьбы при нормальных и высоких гайках превышает прочность стержня винта.

Глубину завинчивания винтов и шпилек устанавливают в детали: в стальные детали $H_1 = d$, в чугунные и силуминовые $H_1 = 1,5d$.

Таким образом, **стандартные высоты гаек и глубины завинчивания исключают необходимость расчёта на прочность резьбы стандартных крепёжных деталей.** Следовательно, в резьбовых соединениях расчёты на прочность необходимы только для стержня винта (болта).

Расчёт на прочность стержня винта (болта) при различных случаях нагружения

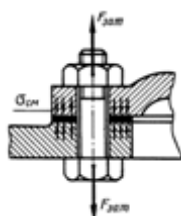
Первый случай. Стержень винта нагружен только внешней растягивающей силой.

Примером служит резьбовой участок крюка для подвешивания груза (рис. 7). Опасным является сечение, ослабленное резьбой. Площадь этого сечения определяется по внутреннему диаметру резьбы $A = \pi d_1^2/4$.

Условие прочности по напряжениям растяжения в стержне

$$\sigma = F/[(\pi/4)d_1^2] \leq [\sigma]. \quad (7)$$

Второй случай. Болт затянут, внешняя нагрузка отсутствует.



Примером служат болты для крепления ненагруженных герметичных крышек и люков корпусов машин (рис. 8). В этом случае стержень болта растягивается осевой силой $F_{зат}$, возникающей от затяжки болта, и закручивается моментом от сил трения в резьбе T_p (см. формулу (3), где F равна $F_{зат}$).

Напряжения растяжения от силы $F_{зат}$

$$\sigma = F_{зат}/[(\pi/4)d_1^2].$$

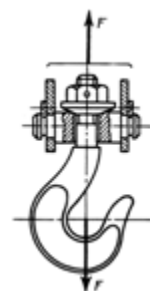


Рисунок 7.

Напряжения кручения от момента T_p

$$\tau = T_p/W_p = 0,5F_{зат}d_2tg(\Psi + \varphi)/0,2d_1^3.$$

Прочность болта определяют по эквивалентному напряжению

$$\sigma_{эк} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma].$$

Вычисления показывают, что для стандартных метрических резьб

$$\sigma_{эк} \approx 1,3\sigma.$$

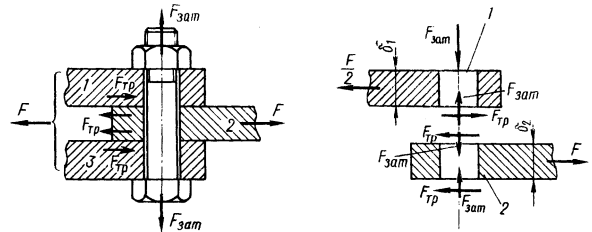
Это позволяет рассчитывать прочность болтов по упрощённой формуле

$$\sigma_{эк} = 1,3F_{зат}/[(\pi/4)d_1^2] \leq [\sigma]. \quad (8)$$

Третий случай. Болтовое соединение нагружено силами, сдвигающими детали в стыке.

Условием надёжности соединения является отсутствие сдвига деталей в стыке. Конструкция может быть выполнена в двух вариантах.

Болт поставлен с зазором (рис. 9). При этом внешнюю нагрузку F уравновешивают силами трения в стыке, которые образуются от затяжки болта. Без затяжки болтов детали могут сдвигаться в пределах зазора, что недопустимо.



Отсутствие сдвига деталей

$$F_{тр}i \geq F; \quad F_{тр} = F_{зат}f; \quad \text{или} \quad F_{зат} = kF/(fi), \quad (9)$$

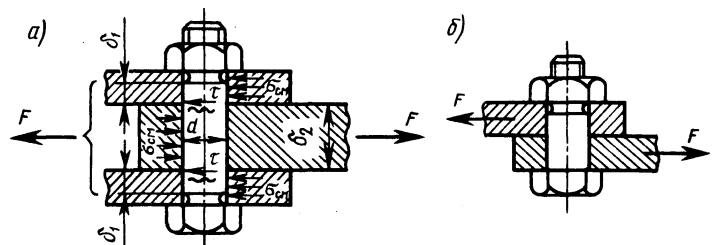
Рисунок 9.

где k – коэффициент запаса ($k = 1,3 \dots 1,5$ при статической нагрузке; $k = 1,8 \dots 2$ при переменной нагрузке); f – коэффициент трения в стыке ($f = 0,15 \dots 0,2$ для сухих чугунных и стальных поверхностей); i – число плоскостей стыка деталей (на рис. 9 $i = 2$; при соединении только двух деталей $i = 1$).

Прочность болта оценивают по эквивалентному напряжению [формула (8)].

Болт поставлен без зазора (рис. 10). В этом случае отверстие калибруют развёрткой, а диаметр стержня болта выполняют с допуском, обеспечивающим беззазорную посадку.

Рисунок 10.



Такая установка болта обеспечивает восприятие внешней нагрузки стержнем болта. Стержень болта рассчитывают по напряжениям среза и смятия. Условие прочности по напряжениям среза

$$\tau = F/[(\pi/4)d^2i] \leq [\tau], \quad (9)$$

где i – число плоскостей среза (на рис.9, *a* $i = 2$; при соединении только двух деталей на рис. 9, *б* $i = 1$).

$[\tau] = 0,4\sigma_T$, где σ_T – предел текучести материала болта.

Расчёт на смятие производят по условным напряжениям

$$\sigma_{см} = F/(d\delta_{min}) \leq [\sigma_{см}]. \quad (10)$$

$$[\sigma_{см}] = 0,8\sigma_T.$$

Формула (10) справедлива для болта и деталей. Допускаемое напряжение определяют по более слабому материалу. Толщину δ_{min} берут меньшую (к примеру, $\delta_{min} = 2\delta_1$, если $2\delta_1 < \delta_2$ и $\delta_{min} = \delta_2$, если $\delta_2 < 2\delta_1$, рис. 9).

Сравнивая варианты установки болтов с зазором и без зазора, следует отметить, что первый вариант дешевле, второго, так как не требует точных размеров болта и отверстия. Однако условия работы болта, поставленного с зазором, хуже, чем без зазора. Так, например, приняв коэффициент трения в стыке деталей $f = 0,2$, $k = 1,5$ и $i = 1$ из формулы (9) получим $F_{зат} = 7,5F$. Следовательно, расчётная нагрузка болта с зазором в 7,5 раза превышает внешнюю нагрузку.

Четвёртый случай. Болт затянут, внешняя нагрузка раскрывает стык деталей. Примером служат болты для крепления крышек резервуаров, нагруженных давлением p жидкости или газа (рис. 11). Затяжка болтов

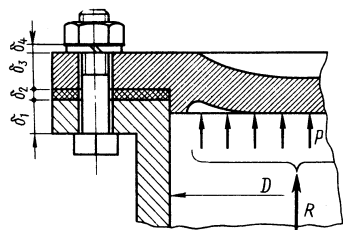


Рисунок 11.

должна обеспечить герметичность соединения или нераскрытие стыка под нагрузкой. Обозначим: $F_{зат}$ – сила затяжки болта; $F_{вн} = R/z$ – внешняя нагрузка соединения, приходящаяся на один болт (z – число болтов).

Если обозначим χ коэффициент внешней нагрузки (учитывает приращение нагрузки болта от силы $F_{вн}$), то дополнительная нагрузка равна $\chi F_{вн}$. Учитывая кручение стержня болта в процессе затяжки от момента трения в резьбе, расчётная нагрузка болта

$$F_p = 1,3F_{зат} + \chi F_{вн}. \quad (11)$$

Значение $\chi = 0,2 \dots 0,3$ для соединений без мягких прокладок.

При известном значении $F_{вн}$ силу затяжки принимают

$$F_{зат} = K_{зат} F_{вн}, \quad (12)$$

где $K_{зат}$ – коэффициент затяжки.

Значения коэффициента затяжки принимают:

- по условию нераскрытия стыка: при постоянной нагрузке $K_{зат} = 1,25 \dots 2$, при переменной нагрузке $K_{зат} = 2,5 \dots 4$;
- по условию герметичности: при мягкой прокладке $K_{зат} = 1,3 \dots 2,5$, при металлической фасонной прокладке $K_{зат} = 2 \dots 3,5$, при металлической плоской прокладке $K_{зат} = 3 \dots 5$.

Условие прочности болта

$$\sigma = F_p / [(\pi/4)d_1^2] \leq [\sigma]. \quad (13)$$

Эффект эксцентричного нагружения болта.

Эксцентричное нагружение болта возникает из-за непараллельности опорных поверхностей детали и гайки или головки болта, например вследствие уклона полки швеллера (рис. 12), погрешностей изготовления деталей, болтов, гаек и т.д. Во всех этих случаях кроме напряжений растяжения в стержне болта появляются

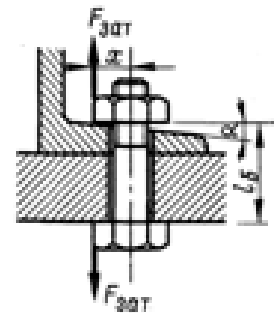


Рисунок 12.

напряжения изгиба. Например, для болта на рис. 12 напряжение растяжения в

стержне $\sigma_p = F_{зат} / [(\pi/4)d_1^2]$,

а напряжения изгиба $\sigma_{и} = F_{зат} x / (0,1d_1^3)$.

Условие прочности стержня болта

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_{и} \leq [\sigma].$$

Расчёт соединений, включающих группу болтов.

Расчёт сводится к определению расчётной нагрузки для наиболее нагруженного болта. Затем рассчитывают прочность этого болта по формулам одного из случаев, рассмотренных ранее. При расчёте групповых болтовых соединений принимаются следующие допущения: поверхности стыка плоские (недеформируемые); поверхности стыка имеют минимум две оси симметрии, а болты расположены симметрично относительно этих осей; все болты одинаковы и равно затянуты.

При решении задач с групповыми болтовыми соединениями необходимо обеспечить:

- нераскрытие стыка;
- неподвижность стыка;
- прочность фундамента на смятие (при мягких фундаментах: дерево, бетон и т. д.); при стальной плите или раме, естественно, этого условия нет;
- прочность болтов.

Допускаемые напряжения растяжения при расчёте резьбовых соединений определяются по формуле

$$[\sigma] = \sigma_T / s, \quad \text{где } s \text{ – запас прочности.}$$

Значения s приведены в приложениях к данным методическим указаниям.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

ПРИМЕР 1. При затяжке болта М12 ($d_2 = 10,863$ мм; $d_1 = 10,106$ мм, $p = 1,75$ мм) из стали Ст3 напряжения растяжения в стержне болта достигли предела текучести $\sigma_T = 220$ МПа. Определить напряжения среза τ в резьбе. Высота стандартной гайки $H = 9,6$ мм.

РЕШЕНИЕ

Осевая сила с учётом касательных напряжений, возникающих вследствие кручения стержня из-за момента трения в резьбе, равна:

$$F = \frac{\pi d_1^2 \sigma}{1,3 \cdot 4} = \frac{\pi \cdot 10,106^2 \cdot 220}{1,3 \cdot 4} = 13575 \text{ Н.}$$

Напряжения среза в резьбе для стержня

$$\tau = F/(\pi d_1 H K K_m),$$

где $K = 0,87$ – коэффициент полноты резьбы;

$K_m = 0,6$ – коэффициент неравномерности нагрузки.

$$\tau = 13575/(\pi \cdot 10,106 \cdot 9,6 \cdot 0,87 \cdot 0,6) = 85,3 \text{ МПа.}$$

Допускаемое напряжение на срез при этом

$$[\tau] = 0,4\sigma_T = 0,4 \cdot 220 = 88 \text{ МПа.}$$

$$\tau = 85,3 \text{ МПа} < 88 \text{ МПа} = [\tau].$$

Как видим, в тот момент, когда напряжения в стержне болта достигли предела текучести и вывели болт из строя, напряжения среза в резьбе в пределах допускаемых. Следовательно, прочность резьбы больше прочности стержня, что подтверждает вывод о том, что при стандартных высотах гайки нет необходимости расчёта резьбы на прочность.

ПРИМЕР 2. Рабочий затягивает гайку болта М16 ($d_2 = 14,701$ мм, $d_1 = 13,835$ мм, $p = 2$ мм) ключом с длиной рукоятки $L = 15d$ до появления в стержне болта напряжений, равных $\sigma = 180$ МПа. Размер гайки под ключ $D_1 = 24$ мм, коэффициент трения в резьбе и на торце гайки $f = 0,15$. Определить рабочее усилие F_p , приложенное к ключу.

Р Е Ш Е Н И Е

Воспользуемся формулой (4) момента затяжки болта:

$$T_{зам} = 0,5Fd_2[D_{cp}f/d_2 + tg(\psi + \varphi)],$$

где F – осевая сила в стержне болта;

$d_2 = 14,701$ мм – средний диаметр резьбы;

$d_1 = 13,835$ мм – внутренний диаметр резьбы;

D_{cp} – средний диаметр трения торца гайки;

$f = 0,15$ – коэффициент трения на торце гайки;

ψ - угол подъёма витков резьбы;

φ - угол трения в резьбе.

Осевая сила с учётом касательных напряжений, возникающих вследствие кручения стержня из-за момента трения в резьбе, равна:

$$F = \frac{\pi d_1^2 \sigma}{1,3 \cdot 4} = \frac{\pi \cdot 13,835^2 \cdot 180}{1,3 \cdot 4} = 20815 \text{ Н.}$$

$D_{cp} = 0,5(D_1 + d_o)$, где d_o – диаметр отверстия под болт. Примем $d_o = 17$ мм.

$$D_{cp} = 0,5 \cdot (24 + 17) = 20,5 \text{ мм.}$$

Вычисляем угол подъёма витков резьбы.

$$\psi = \arctg \frac{p}{\pi d_2} = \arctg \frac{2}{\pi \cdot 14,701} = 2,48^\circ.$$

Вычисляем угол трения в резьбе: $\varphi = \arctg f''$,

где f'' – приведённый коэффициент трения в резьбе.

$$f'' = f / \cos(\alpha/2),$$

где $\alpha = 60^\circ$ – угол профиля метрической резьбы.

$$f'' = 0,15 / \cos(60^\circ/2) = 0,173.$$

$$\varphi = \arctg 0,173 = 9,826^\circ.$$

Вычисляем момент затяжки болта:

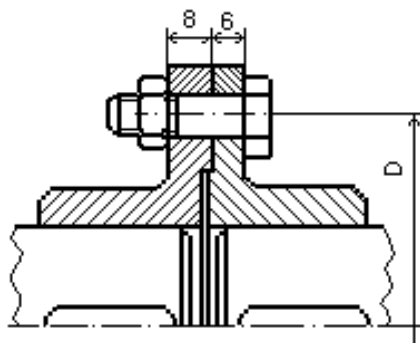
$$T_{зам} = 0,5 \cdot 20815 \cdot 14,701 / [20,5 \cdot 0,15 / 14,701 + \operatorname{tg}(2,48^\circ + 9,826^\circ)] = 65380 \text{ Н}\cdot\text{мм.}$$

С другой стороны $T_{зам} = F_p L$, где $L = 15d = 15 \cdot 16 = 240$ мм.

$$F_p = T_{зам} / L = 65380 / 240 = 272 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_p = 272$ Н.

ПРИМЕР 3.



Фланцевая муфта передаёт крутящий момент $T = 1000$ Н·м, имеющей диаметр по осям болтов $D = 160$ мм, число болтов $z = 6$. Материал болтов и дисков муфты – сталь Ст3. Определить размер болтов, поставленных в отверстия:

- без зазора;
- с зазором.

Принять $f = 0,15$ – коэффициент трения в стыке (сталь по стали).

Р Е Ш Е Н И Е

Вычисляем окружную силу, приходящуюся на один болт:

$$F_t = \frac{2T}{Dz} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 10^3}{160 \cdot 6} = 2083 \text{ Н.}$$

а) болты поставлены без зазора.

В этом случае болты работают на срез и смятие. Запишем условия прочности:

$$\text{- на срез} \quad \tau = \frac{4F_t}{\pi d^2} \leq [\tau];$$

$$\text{- на смятие} \quad \sigma_{\text{см}} = \frac{F_t}{d \delta_{\text{min}}} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где d – наружный диаметр резьбы искомого болта.

Найдём допустимые значения напряжений на срез и смятие [2]:

$$[\tau] = 0,4\sigma_T, \quad [\sigma_{\text{см}}] = 0,8\sigma_T,$$

где $\sigma_T = 220$ МПа – предел текучести стали Ст3.

$$[\tau] = 0,4 \cdot 220 = 88 \text{ МПа}; \quad [\sigma_{\text{см}}] = 0,8 \cdot 220 = 176 \text{ МПа.}$$

Диаметр болта находим по условию прочности на срез:

$$d \geq \sqrt{\frac{4F_t}{\pi[\tau]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2083}{\pi \cdot 88}} = 5,49 \text{ мм.}$$

Принимаем болты М6.

Производим проверку прочности болтов на смятие, где $\delta_{\text{min}} = 6$ мм.

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2083}{6 \cdot 6} = 57,9 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{\text{см}} = 57,9 \text{ МПа} < 176 \text{ МПа} = [\sigma_{\text{см}}].$$

б) болты поставлены с зазором.

В этом случае предполагается обеспечение неподвижности стыка в соединении. При действии окружной силы F_t диски полумуфта должны быть неподвижны. Следовательно, необходимо путём затяжки болтов создать силу трения, большую, чем сдвигающая (окружная) сила, $F_{\text{тр}} > F_t$ или $F_{\text{тр}} = kF_t$,

где k – коэффициент надёжности. При статических нагрузках он принимается $k = 1,3 \dots 1,8$. Принимаем $k = 1,5$.

$$F_{mp} = F_{зам} f,$$

где $F_{зам}$ – сила затяжки одного болта;

$$F_{зам} f = k F_t,$$

откуда находим:
$$F_{зам} = \frac{k F_t}{f} = \frac{1,5 \cdot 2083}{0,15} = 20830 \text{ Н.}$$

При постановке с зазором стержень болта работает на растяжение. С учётом касательных напряжений, возникающих вследствие кручения стержня из-за момента трения в резьбе, условие прочности болта запишется в виде:

$$\sigma = \frac{1,3 \cdot 4 F_{зам}}{\pi d_1^2} \leq [\sigma].$$

Допускаемое напряжение определяется $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s}$,

где $\sigma_T = 220$ МПа – предел текучести стали Ст3;

s – запас прочности.

Запас прочности, в свою очередь, зависит от размера болта: чем меньше размер болта, тем больший запас необходимо принимать. Сила затяжки $F_{зам} = 20830$ Н при неконтролируемой затяжке требует постановки болта размером примерно М24, М27 (см. приложение П2), следовательно, можно принять $s = 3$ (см. приложение П3).

$$[\sigma] = \frac{220}{3} = 73 \text{ МПа.}$$

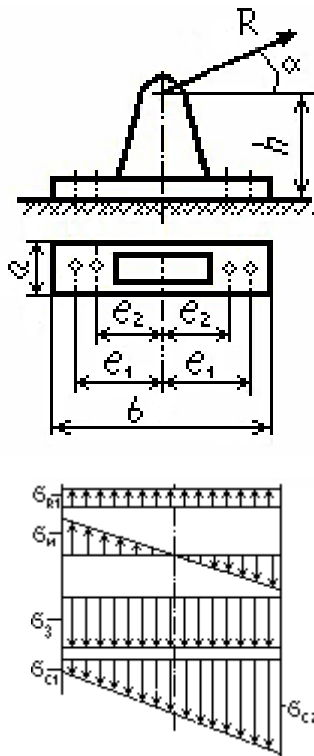
Из условия прочности находим:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 F_{зам}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 \cdot 20830}{\pi \cdot 73}} = 21,73 \text{ мм.}$$

По таблице (см. приложение П4) находим болт М27, $d_1 = 23,752$ мм.

Как видим, при постановке болтов без зазора их размеры значительно меньше (М6), чем при постановке с зазором (М27). Следовательно, на практике необходимо стремиться к беззазорной постановке болтов, что потребует более тщательной и качественной подготовки отверстий и болтов.

ПРИМЕР 4.



Кронштейн прикреплен к бетонному фундаменту 4-мя анкерными болтами (заделанными в бетон) из стали Ст3. Коэффициент трения в стыке $f = 0,35$. Произвести расчёт болтов, соблюдая условия нераскрытия и неподвижности стыка, а также прочности бетона на смятие при его допускаемом напряжении на смятие $[\sigma_{см}] = 1,8$ МПа.

Исходные данные к задаче:

$$R = 6 \text{ кН}, \alpha = 35^\circ, h = 500 \text{ мм}, a = 100 \text{ мм}, \\ b = 500 \text{ мм}, e_1 = 200 \text{ мм}, e_2 = 175 \text{ мм}.$$

РЕШЕНИЕ

Раскладываем силу R на две составляющие: вертикальную R_1 и горизонтальную R_2 .

$$R_1 = R \sin \alpha = 6 \cdot \sin 35^\circ = 3,44 \text{ кН};$$

$$R_2 = R \cos \alpha = 6 \cdot \cos 35^\circ = 4,91 \text{ кН}.$$

Горизонтальная сила вызывает для кронштейна опрокидывающий момент, а для фундамента - это изгибающий момент:

$$M = R_2 h = 4,91 \cdot 10^3 \cdot 500 = 2455000 \text{ Н}\cdot\text{мм}.$$

Вертикальная сила создаёт в стыке напряжения растяжения, равные:

$$\sigma_{R1} = R_1 / (ab) = 3,44 \cdot 10^3 / (100 \cdot 500) = 0,07 \text{ МПа (см. эпюру)}.$$

Напряжения изгиба распределяются по треугольному закону. Максимальные значения равны:

$$\sigma_M = M/W = 6M/(ab^2) = 6 \cdot 2455000 / (100 \cdot 500^2) = 0,59 \text{ МПа (см. эпюру)}.$$

Напряжения σ_{RI} и $\sigma_{и}$ раскрывают стык. Для обеспечения нераскрытия стыка необходимо создать напряжения сжатия от затяжки болтов, которые должны быть больше напряжений раскрытия:

$$\sigma_{зам} > \sigma_{RI} + \sigma_{и}, \text{ или } \sigma_{зам} = k (\sigma_{RI} + \sigma_{и}),$$

где k – коэффициент надёжности; при статических нагрузках $k = 1,3 \dots 1,8$.

Принимаем $k = 1,5$.

$$\sigma_{зам} = 1,5 \cdot (0,07 + 0,59) = 0,99 \text{ МПа (также строим эпюру, см. рисунок).}$$

Строим суммарную эпюру напряжений сжатия. Слева минимальные значения – обозначим σ_{c1} , справа максимальные – обозначим σ_{c2} .

$$\sigma_{c1} = \sigma_{зам} - \sigma_{RI} - \sigma_{и} = 0,99 - 0,07 - 0,59 = 0,33 \text{ МПа;}$$

$$\sigma_{c2} = \sigma_{зам} - \sigma_{RI} + \sigma_{и} = 0,99 - 0,07 + 0,59 = 1,51 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{c1} = 0,33 \text{ МПа} > 0, \text{ следовательно, стык не раскрывается.}$$

$\sigma_{c2} = 1,51 \text{ МПа} < 1,8 \text{ МПа} = [\sigma_{см}]$, следовательно, обеспечена прочность бетона на смятие.

Проверяем условие неподвижности стыка. Это означает, силы трения должны быть больше сдвигающей силы. Сдвигающая сила – это горизонтальная сила R_2 .

$$\text{Сила трения } F_{mp} = (\sigma_{зам} \cdot a \cdot b - R_I) f = (0,99 \cdot 100 \cdot 500 - 3440) \cdot 0,35 = 16121 \text{ Н.}$$

$F_{mp} = 16121 \text{ Н} > 4910 \text{ Н} = R_2$, следовательно, неподвижность стыка обеспечена с большим запасом ($s = F_{mp} / R_2 = 16121 / 4910 = 3,3$ раза).

Вычисляем предварительную силу затяжки каждого болта.

$$F_{зам} = \sigma_{зам} \cdot a \cdot b / z = 0,99 \cdot 100 \cdot 500 / 4 = 12375 \text{ Н.}$$

(Здесь $z = 4$ – число болтов).

После предварительной затяжки болтов при последующем нагружении кронштейна силой R , болты получают дополнительную нагрузку, причём, в зависимости от расположения в соединении, различную. Дополнительную нагрузку называют внешней силой.

От силы R_I на каждый болт приходится:

$$F_{RI} = R_I / z = 3440 / 4 = 860 \text{ Н.}$$

От изгибающего момента M наибольшая нагрузка приходится на левый крайний болт. Обозначим эту силу F_{MI} . Она равна:

$$F_{MI} = \frac{Me_1}{2e_1^2 + 2e_2^2} = \frac{2455000 \cdot 200}{2 \cdot 200^2 + 2 \cdot 175^2} = 3476 \text{ Н.}$$

Таким образом, внешняя нагрузка на наиболее нагруженный болт составит:

$$F_{вн} = F_{RI} + F_{MI} = 860 + 3476 = 4336 \text{ Н.}$$

Расчётная нагрузка принимается [2]:

$$F_p = 1,3 F_{зам} + \chi F_{вн}, \text{ где } \chi = 0,25 \text{ – коэффициент внешней нагрузки.}$$

$$F_p = 1,3 \cdot 12375 + 0,25 \cdot 3476 = 16960 \text{ Н.}$$

Условие прочности болтов: $\sigma = \frac{4F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma].$

Допускаемое напряжение: $[\sigma] = \frac{\sigma_r}{s}.$

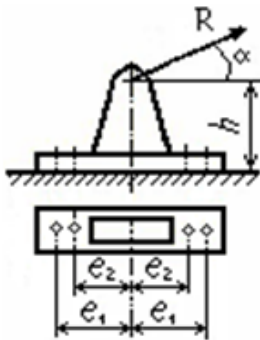
При расчётной нагрузке $F_p = 16960 \text{ Н}$ и неконтролируемой затяжке это болт примерно М20 (см. приложение П2), следовательно, можно принять $s = 3$ (см. приложение П3).

$$[\sigma] = \frac{220}{3} = 73 \text{ МПа.}$$

Из условия прочности находим:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F_p}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 16960}{\pi \cdot 73}} = 17,197 \text{ мм.}$$

По таблице находим болт (см. приложение П4) М20, $d_1 = 17,294 \text{ мм}$.



ПРИМЕР 5

Кронштейн прикреплен к стальной плите 4-мя болтами из стали Ст3. Коэффициент трения в стыке $f = 0,15$. Произвести расчёт болтов, соблюдая условия нераскрытия и неподвижности стыка.

Исходные данные к задаче:

$$R = 6 \text{ кН}, \alpha = 30^\circ, h = 500 \text{ мм}, e_1 = 250 \text{ мм}, e_2 = 220 \text{ мм}.$$

Р Е Ш Е Н И Е

Раскладываем силу R на две составляющие: вертикальную R_1 и горизонтальную R_2 .

$$R_1 = R \sin \alpha = 6 \cdot \sin 30^\circ = 3 \text{ кН};$$

$$R_2 = R \cos \alpha = 6 \cdot \cos 30^\circ = 5,2 \text{ кН}.$$

Горизонтальная сила вызывает для кронштейна опрокидывающий момент: $M = R_2 h = 5,2 \cdot 10^3 \cdot 500 = 2600000 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

После предварительной затяжки болтов при последующем нагружении кронштейна силой R , болты получают дополнительную нагрузку, причём, в зависимости от расположения в соединении, различную. Дополнительную нагрузку называют внешней силой.

От силы R_1 на каждый болт приходится:

$$F_{R1} = R_1 / z = 3000 / 4 = 750 \text{ Н}.$$

От изгибающего момента M наибольшая нагрузка приходится на левый крайний болт. Обозначим эту силу F_{M1} . Она равна:

$$F_{M1} = \frac{M e_1}{2 e_1^2 + 2 e_2^2} = \frac{2600000 \cdot 250}{2 \cdot 250^2 + 2 \cdot 220^2} = 2930 \text{ Н}.$$

Таким образом, внешняя нагрузка на наиболее нагруженный болт составит:

$$F_{вн} = F_{R1} + F_{M1} = 750 + 2930 = 3680 \text{ Н}.$$

При нераскрытии стыка необходимо соблюдение условия

$$F_{зам} > F_{вн}, \text{ или } F_{зам} = k_{зам} F_{вн}. \quad \text{Принимаем: } k_{зам} = 2.$$

$$\text{Находим: } F_{зам} = 2 \cdot 3680 = 7360 \text{ Н}.$$

Для обеспечения неподвижности стыка необходимо, чтобы сила трения в стыке была больше сдвигающей силы $F_{мп} > R_2$, или $F_{мп} = k R_2$, где k – коэффициент надёжности. Принимаем $k = 1,5$.

Сила трения равна $F_{mp} = (F_{зам}z - R_1)f$,

где $f = 0,15$ – коэффициент трения в стыке; $z = 4$ – число болтов.

$$(F_{зам}z - R_1)f = k R_2, \text{ откуда:}$$

Находим стыка $F_{зам}$ по условию неподвижности стыка:

$$F_{зам} = \frac{\frac{kR_2}{z} + R_1}{f} = \frac{\frac{1,5 \cdot 5200}{4} + 3000}{0,15} = 13750 \text{ Н.}$$

Как видим, по условию неподвижности стыка требуется сила затяжки больше, чем по условию нераскрытия. Поэтому принимаем:

$$F_{зам} = 13750 \text{ Н.}$$

Расчётная нагрузка принимается:

$$F_p = 1,3 F_{зам} + \chi F_{вн}, \text{ где } \chi = 0,25 \text{ – коэффициент внешней нагрузки.}$$

$$F_p = 1,3 \cdot 13750 + 0,25 \cdot 3680 = 18800 \text{ Н.}$$

$$\text{Условие прочности болтов: } \sigma = \frac{4 F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma].$$

$$\text{Допускаемое напряжение: } [\sigma] = \frac{\sigma_r}{s},$$

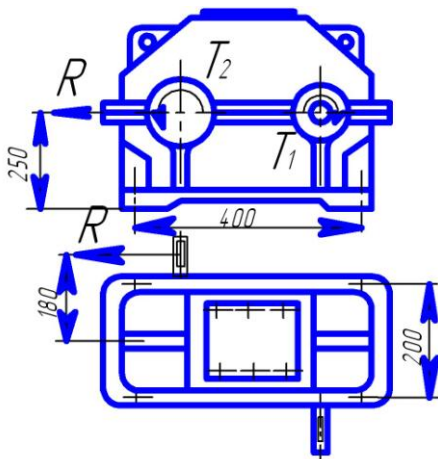
При $F_p = 18800$ Н и неконтролируемой затяжке это болты М20, М22 (см. приложение П2), следовательно, можно принять (см. приложение П3) $s = 3$.

$$[\sigma] = \frac{220}{3} = 73 \text{ МПа.}$$

Из условия прочности находим:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 F_p}{\pi [\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 18800}{\pi \cdot 73}} = 18,11 \text{ мм.}$$

По таблице находим (см. приложение П4) болт М22, $d_1 = 19,294$ мм.

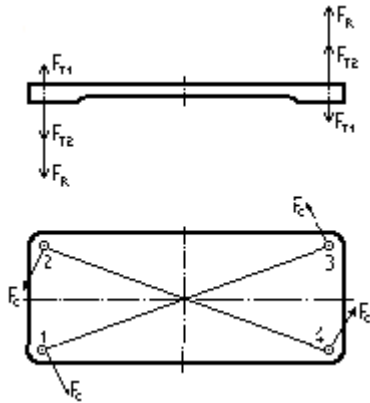


ПРИМЕР 6.

Рассчитать болты крепления редуктора к стальной раме. Коэффициент трения $f = 0,15$, материал болтов – сталь Ст3.

Нагрузки: на входном валу $T_1 = 75$ Н·м, на выходном валу $T_2 = 1050$ Н·м, давление на выходной вал $R = 700$ Н.

РЕШЕНИЕ



Изобразим схему расположения болтов и пронумеруем их. Наиболее нагруженными оказались болты 3 и 4. От момента T_1 стык прижимается к раме с силой F_{T1} :

$$F_{T1} = T_1 / (4 \cdot 200) = 75 \cdot 10^3 / (4 \cdot 200) = 93,75 \text{ Н.}$$

От момента T_2 стык отрывается с силой F_{T2} :

$$F_{T2} = T_2 / (4 \cdot 200) = 1050 \cdot 10^3 / (4 \cdot 200) = 1312,5 \text{ Н.}$$

Давление на выходной вал R создаёт опрокидывающий момент $R \cdot 250$, от которого болты 3 и 4 отрываются с силой F_R :

$$F_R = R \cdot 250 / (4 \cdot 200) = 700 \cdot 250 / (4 \cdot 200) = 218,75 \text{ Н.}$$

В результате на болтах 3 и 4 действуют внешние силы $F_{вн}$:

$$F_{вн} = F_{T2} + F_R - F_{T1} = 1312,5 + 218,75 - 93,75 = 1437,5 \text{ Н.}$$

Давление на выходной вал R создаёт также сдвигающую силу на всех болтах стыка F_c , равную:

$$F_c = R \cdot 180 / (4 \cdot r), \text{ где } r = \sqrt{200^2 + 100^2} = 223,6 \text{ мм.}$$

$$F_c = 700 \cdot 180 / (4 \cdot 223,6) = 141 \text{ Н.}$$

По условию нераскрытия стыка предварительная сила затяжки болта должна быть $F_{зам} = k_{зам} F_{вн}$. Принимаем $k_{зам} = 2$.

$$F_{зам} = 2 \cdot 1437,5 = 2875 \text{ Н.}$$

По условию неподвижности стыка сила трения от предварительной затяжки болта должна быть больше сдвигающей силы: $F_{мп} > F_c$ или

$$F_{мп} = k F_c, \text{ где } k - \text{коэффициент надёжности. Принимаем } k = 1,5.$$

$$F_{мп} = F_{зам} f,$$

где $F_{зам}$ – сила затяжки болта; $f = 0,15$ – коэффициент трения в стыке.

$$F_{зам} f = k F_c,$$

откуда находим: $F_{зам} = \frac{kF_c}{f} = \frac{1,5 \cdot 141}{0,15} = 1410 \text{ Н.}$

Как видим, предварительная сила затяжки по условию нераскрытия больше, чем по условию неподвижности, поэтому принимаем:

$$F_{зам} = 2875 \text{ Н.}$$

Расчётная нагрузка:

$$F_p = 1,3 F_{зам} + \chi F_{вн}, \text{ где } \chi = 0,25 - \text{коэффициент внешней нагрузки.}$$

$$F_p = 1,3 \cdot 2875 + 0,25 \cdot 1437,5 = 4097 \text{ Н.}$$

Условие прочности болтов: $\sigma = \frac{4 F_p}{\pi d_1^2} \leq [\sigma].$

$$\text{Допускаемое напряжение } [\sigma] = \frac{\sigma_r}{s},$$

При расчётной нагрузке $F_p = 4097 \text{ Н}$ и неконтролируемой затяжке это болт примерно М12 (см. приложение П2), следовательно, можно принять (см. приложение П3) $s = 3$.

$$[\sigma] = \frac{220}{3} = 73 \text{ МПа.}$$

Из условия прочности находим:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 F_p}{\pi [\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4097}{\pi \cdot 73}} = 8,453 \text{ мм.}$$

По таблице находим (см. приложение П4) болт М12, $d_1 = 10,106 \text{ мм}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин [Текст]: - М.: 2013. - 408 с.
- 2 Детали машин и основы конструирования [Текст]: /Под ред. М.Н. Ерохина. - М.: 2004. - 462 с.
- 3 Валеев В.Ш. Практикум по деталям машин и основам конструирования [Текст]: учебное пособие. - Уфа: ИП Галиуллин Д.А., 2016. - 79 с.
- 4 Колпаков А.П., Карнаухов И.Е. Проектирование и расчет механических передач [Текст]: - М.: 2000. - 328 с.
- 5 Стандарт организации [Текст]: Самостоятельная работа студента. СТО 0493582-003-2006. - Уфа: БГАУ, 2006.- 31 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ (справочные)

Приложение П1 - Механические характеристики некоторых углеродистых сталей в состоянии поставки

Марка стали	σ_B , МПа	σ_T , МПа	σ_{-1} , МПа	τ_{-1} , Мпа	δ , %
08(Ст1)	340...420	210	-	-	34
10(Ст2)	360...450	220	-	-	32
15(Ст3)	400...490	220	170...220	100...130	29
20(Ст4)	440...540	260	-	-	26
30(Ст5)	520...620	300	220...300	130...180	22
12А	450...600	240	180	-	-
35	560...620	320	230...320	140...190	21
40	600...720	340	250...310	150...200	19
45	640...760	360	270...350	160...210	17
50	680...800	380	290...360	170...220	15
20Г	480...580	280	-	-	25
40Г	640...760	360	-	-	18
50Г	730...850	400	290...360	-	14
40Г2	750...870	460	310...400	180...220	13

Приложение П2 - Допускаемые осевые силы для затянутых болтов при неконтролируемой затяжке, кН

Резьба	Материал			Резьба	Материал		
	Ст3	Сталь 35	Сталь 45		Ст3	Сталь 35	Сталь 45
М6	0,8	1,2	1,35	М22	20	31	35
М8	1,45	2,2	2,5	М24	23,5	36	40
М10	2,55	3,9	4,4	М27	37	56	63
М12	3,7	5,7	6,4	М30	45	69	77
М14	5,75	8,8	9,9	М36	73	110	125
М16	7,9	12	13,5	М42	100	150	170
М18	9,6	14,5	16,5	М48	130	235	255
М20	14	21,5	24,0				

Приложение П3 - Запасы прочности для резьбовых соединений при неконтролируемой затяжке и постоянной нагрузке.

Материал болта	Размер болта		
	М6...М16	М16...М30	М30 и более
Углеродистая сталь	5...4	4...2,5	2,5...1,5
Легированная сталь	6,5...5	5...3,3	3,3

Приложение П4 - Основные параметры метрической резьбы с крупным (нормальным) шагом (СТ СЭВ 182-75)

Диаметр, мм			Шаг p , мм	Диаметр, мм			Шаг p , мм
d	d_2	d_1		d	d_2	d_1	
4	3.546	3.242	0.7	24	22.051	20.752	3
5	4.48	4.134	0.8	27	25.051	23.752	3
6	5.35	4.918	1	30	27.727	26.211	3.5
7	6.35	5.918	1	33	30.727	29.211	3.5
8	7.188	6.647	1.25	36	33.727	31.67	4
9	8.188	7.647	1.25	39	36.727	34.67	4
10	9.026	8.376	1.5	42	39.077	37.129	4.5
11	10.026	9.376	1.5	45	42.077	40.129	4.5
12	10.863	10.106	1.75	48	44.752	42.587	5
14	12.701	11.835	2	52	48.752	46.587	5
16	14.701	13.835	2	56	52.428	50.046	5.5
18	16.376	15.294	2.5	60	56.428	54.046	5.5
20	18.376	17.294	2.5	64	60.103	57.505	6
22	20.376	19.294	2.5	68	64.103	61.505	6