	Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный аграрный университет»	Приложение к ОПОП ВО
		Методические указания к выполнению практических заданий

Б1.О.24 ЭЛЕКТРОНИКА, ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И АВТОМАТИКА

Методические указания
к практическим занятиям по дисциплине

Направление подготовки
20.03.02 Природообустройство и водопользование

Профили подготовки
Природоохранное обустройство территорий

Квалификация выпускника
Бакалавр

УДК 621.3
ББК 31.2
М 54

Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета природопользования и строительства (протокол № 7 от 26 марта 2020 г.)

Составитель: ст. преподаватель кафедры электроснабжения и автоматизации технологических процессов Лукьянов В.В.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Анализ и расчет линейных электрических цепей постоянного тока	4
2	Анализ цепей синусоидального тока с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов	10
3	Расчет трансформатора	24
4	Элементы комбинационной логики	26
5	Составление и преобразование структурных схем САУ	28
	Библиографический список	32

1 АНАЛИЗ И РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Теоретические сведения

Электрическая цепь представляет собой совокупность электротехнических устройств, создающих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых описываются уравнениями с учетом понятий об электродвижущей силе, электрическом токе и электрическом напряжении.

Основными элементами электрической цепи (рисунок 1.1) являются источники и потребители электрической энергии.

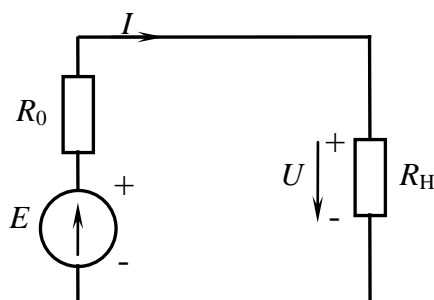


Рисунок 1.1 Основные элементы электрической цепи

В качестве источников электрической энергии постоянного тока широко распространены генераторы постоянного тока и гальванические элементы.

Источники электрической энергии характеризуются ЭДС E , которую они развивают, и внутренним сопротивлением R_0 .

Потребителями электрической энергии являются резисторы, электрические двигатели, электролизные ванны, электрические лампы и т. д. В них электрическая энергия преобразуется в механическую, тепловую, световую и др. В электрической цепи за положительное направление ЭДС E принимается направление, совпадающее с силой, действующей на положительный заряд, т.е. от « \rightarrow » источника к « $+$ » источника питания.

1.1.1 Метод эквивалентных преобразований

Электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений (рисунок 1.2, а) заменяется при этом цепью с одним эквивалентным сопротивлением $R_{\text{ЭКВ}}$ (рисунок 1.2, б), равным сумме всех сопротивлений цепи:

$$R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (1.1)$$

где $R_1, R_2 \dots R_n$ – сопротивления отдельных участков цепи.

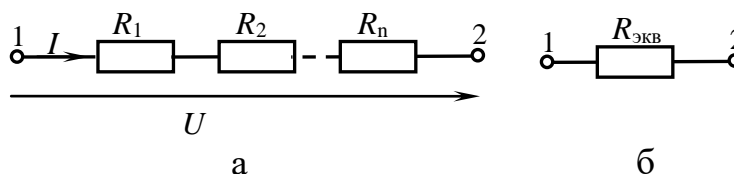


Рисунок 1.2 Электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений

При этом ток I в электрической цепи сохраняет неизменным свое значение, все сопротивления обтекаются одним и тем же током. Напряжения (падения напряжения) на сопротивлениях при их последовательном соединении распределяются пропорционально сопротивлениям отдельных участков: $U_1/R_1 = U_2/R_2 = \dots = U_n/R_n$.

При параллельном соединении сопротивлений все сопротивления находятся под одним и тем же напряжением U (рисунок 1.3). Электрическую цепь, состоящую из параллельно соединенных сопротивлений, целесообразно заменить цепью с эквивалентным сопротивлением $R_{\text{эк}}$, которое определяется из выражения

$$\frac{1}{R_{\text{эк}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}, \quad (1.2)$$

где $\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$ - сумма величин, обратных сопротивлениям участков параллельных

ветвей электрической цепи;

R_j - сопротивление параллельного участка цепи;

n - число параллельных ветвей цепи.

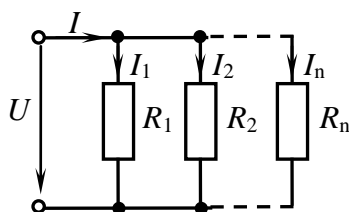


Рисунок 1.3 Электрическая цепь с параллельным соединением сопротивлений

Эквивалентное сопротивление участка цепи, состоящего из одинаковых параллельно соединенных сопротивлений, равно $R_{\text{экв}} = R/n$. При параллельном соединении двух сопротивлений R_1 и R_2 эквивалентное сопротивление определяется как $R_{\text{экв}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а токи распределяются обратно пропорционально этим сопротивлениям, при этом $U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots = R_n I_n$.

При смешанном соединении сопротивлений, т.е. при наличии участков электрической цепи с последовательным и параллельным соединением сопротивлений, эквивалентное сопротивление цепи определяется в соответствии с выражением

$$R_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^n R_i + \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}}.$$

Во многих случаях оказывается целесообразным также преобразование сопротивлений, соединенных треугольником (рисунок 1.4, а), эквивалентной звездой (рисунок 1.4, б).

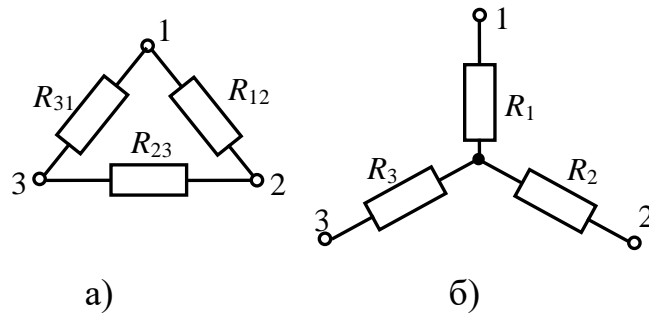


Рисунок 1.4 Электрическая цепь с соединением сопротивлений треугольником и звездой

При этом сопротивления лучей эквивалентной звезды определяют по формулам:

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

где R_1, R_2, R_3 – сопротивления лучей эквивалентной звезды сопротивлений;

R_{12}, R_{23}, R_{31} – сопротивления сторон эквивалентного треугольника сопротивлений. При замене звезды сопротивлений эквивалентным треугольником сопротивлений, сопротивления его рассчитывают по формулам:

$$R_{31} = R_3 + R_1 + R_3R_1/R_2; R_{12} = R_1 + R_2 + R_1R_2/R_3; R_{23} = R_2 + R_3 + R_2R_3/R_1.$$

1.1.2 Метод применения законов Кирхгофа

В любой электрической цепи в соответствии с первым законом Кирхгофа алгебраическая сумма токов, направленных к узлу, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1.3)$$

где I_k – ток в k -й ветви.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа алгебраическая сумма ЭДС

$\sum_{i=1}^n E_i$ источников питания в любом замкнутом контуре электрической цепи равна

алгебраической сумме падений напряжений $\sum_{k=1}^m I_k R_k$ на элементах этого контура:

$$\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{k=1}^m I_k R_k. \quad (1.4)$$

При расчете электрических цепей методом применения законов Кирхгофа выбирают условные положительные направления токов в ветвях, затем выбирают замкнутые контуры и задаются положительным направлением обхода контуров. При этом для удобства расчетов направление обхода для всех контуров рекомендуется выбирать одинаковым (например, по часовой стрелке).

Для получения независимых уравнений необходимо, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна новая ветвь (В), не вошедшая в предыдущие контуры.

Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, берется на

единицу меньше числа узлов N_y в цепи: $N_l = N_y - 1$. При этом токи, направленные к узлу, условно принимаются положительными, а направленные от узла – отрицательными.

Остальное число уравнений $N_{\Pi} = N_B - N_y + 1$ составляется по второму закону Кирхгофа, где N_B – число ветвей.

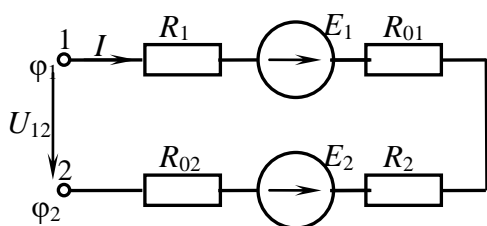
При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа ЭДС источников принимаются положительными, если направления их совпадают с выбранным направлением обхода контура, независимо от направления тока в них. При несовпадении их записывают со знаком «–». Падения напряжений в ветвях, в которых положительное направление тока совпадает с направлением обхода, независимо от направления ЭДС в этих ветвях – со знаком «+». При несовпадении с направлением обхода падения напряжений записываются со знаком «–».

В результате решения полученной системы из N уравнений находят действительные значения определяемых величин с учетом их знака. При этом величины, имеющие отрицательный знак, в действительности имеют направление, противоположное условно принятому. Направления величин, имеющих положительный знак, совпадают с условно принятым направлением.

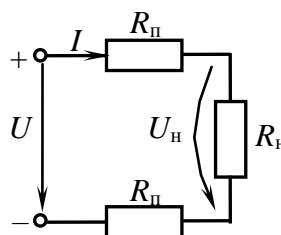
1.2 Задачи для решения на практическом занятии

1.2.1 Определить ток в электрической цепи постоянного тока (рисунок 1.5, а). ЭДС источника питания: $E_1 = 40$ В, $E_2 = 20$ В, внутренние сопротивления: $R_{01} = 3$ Ом, $R_{02} = 2$ Ом, потенциалы точек 1 и 2 цепей: $\varphi_1 = 80$ В, $\varphi_2 = 60$ В, сопротивления резисторов $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 10$ Ом.

Ответ: $I = 1,6$ А.



а



б

Рисунок 1.5 Электрическая цепь постоянного тока

1.2.2 Определить напряжение питания U электрической цепи постоянного тока (рисунок 1.5, б), а также сопротивление нагрузки R_H , если напряжение на зажимах нагрузки $U_H = 100$ В, ток в цепи $I = 10$ А, сопротивление каждого из проводов цепи $R_{\Pi} = 0,6$ Ом.

Ответ: $U = 112$ В; $R_H = 10$ Ом.

1.2.3 Для электрической цепи (рисунок 1.1) определить ток I , напряжение на зажимах потребителя U , мощность источника питания P_1 , мощность P_2 внешней цепи, КПД η установки, если ЭДС источника питания $E = 10$ В, его внутреннее

сопротивление $R_0 = 1 \text{ Ом}$, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 4 \text{ Ом}$. Сопротивлением питающих проводов пренебречь.

Ответ: $I = 2 \text{ А}$; $U = 8 \text{ В}$; $P_1 = 20 \text{ Вт}$; $P_2 = 16 \text{ Вт}$; $\eta = 80 \%$.

1.2.4 Определить общее сопротивление R_0 и распределение токов в электрической цепи постоянного тока (рисунок 1.6). Сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$, $R_3 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}$, $R_6 = R_7 = 6 \text{ Ом}$, $R_8 = 10 \text{ Ом}$, $R_9 = 5 \text{ Ом}$, $R_{10} = 10 \text{ Ом}$. Напряжение источника питания $U = 120 \text{ В}$.

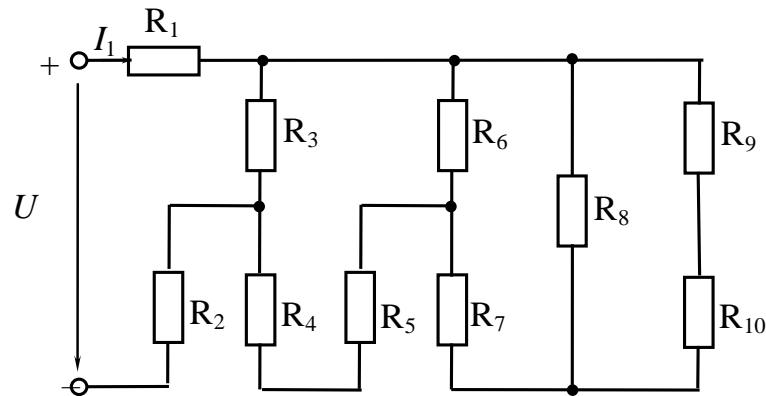


Рисунок 1.6 Схема электрической цепи к задаче 1.2.4

1.2.5 Для электрической цепи постоянного тока (рисунок 1.7) определить эквивалентное сопротивление $R_{\text{эк}}$ и общий ток I в цепи, а также падения напряжения ΔU на резисторах R_1 , R_2 , R_8 . Сопротивления резисторов: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 50 \text{ Ом}$, $R_6 = 10 \text{ Ом}$, $R_7 = 5 \text{ Ом}$, $R_8 = 1,8 \text{ Ом}$. ЭДС источника питания $E = 50 \text{ В}$, внутренним сопротивлением источника пренебречь.

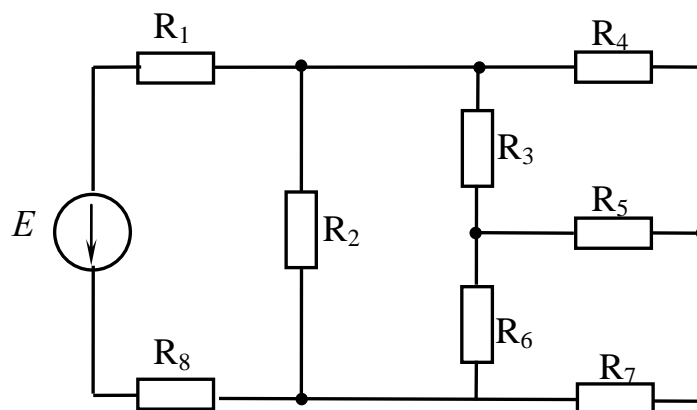


Рисунок 1.7 Схема электрической цепи к задаче 1.2.5

1.2.6 Для условий задачи 1.2.5 преобразовать соединение звезда R_3 , R_5 , R_6 в эквивалентный треугольник и вычислить сопротивления его сторон.

1.2.7 На рисунке 1.8 приведена мостовая схема соединения резисторов в цепи постоянного тока с напряжением источника питания $U = 120 \text{ В}$. Определить

величину и направление тока I_5 в диагонали моста, если сопротивления резисторов: $R_1 = 25 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$.

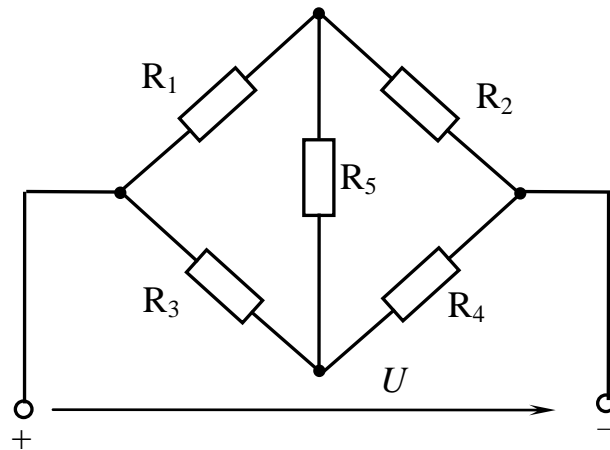


Рисунок 1.8 Мостовая схема соединения резисторов

1.2.8 Для электрической цепи постоянного тока (рисунок 1.9) определить токи $I_1 - I_3$ в ветвях с помощью законов Кирхгофа. ЭДС $E_1 = 1,8 \text{ В}$, $E_2 = 1,2 \text{ В}$; сопротивления резисторов: $R_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$, $R_3 = 0,8 \text{ Ом}$, $R_{01} = 0,6 \text{ Ом}$, $R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$.

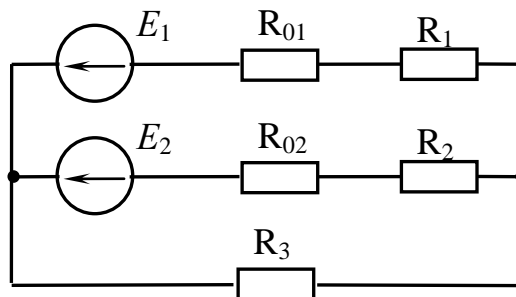


Рисунок 1.9 Схема электрической цепи к задаче 1.2.8

2 АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ И СМЕШАННЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

2.1 Теоретические сведения

В электрической цепи синусоидального тока с активным сопротивлением R (таблица 2.1) под действием синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, совпадающий по фазе с напряжением, так как начальные фазы напряжения U и тока I равны нулю ($\psi_u = 0, \psi_i = 0$). При этом угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$, что свидетельствует о том, что для этой цепи зависимости изменения напряжения и тока совпадают между собой на линейной диаграмме во времени.

Полное сопротивление цепи вычисляется по закону Ома:

$$Z = \frac{U}{I} = R. \quad (2.1)$$

В электрической цепи синусоидального тока, содержащей катушку с индуктивностью L (таблица 2.1), под действием изменяющегося по синусоидальному закону напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \pi/2)$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, отстающий по фазе от напряжения на угол $\pi/2$.

При этом начальная фаза напряжения $\psi_u = \pi/2$, а начальная фаза тока $\psi_i = 0$. Угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = (\psi_u - \psi_i) = \pi/2$.

В электрической цепи синусоидального тока с конденсатором, обладающим емкостью C (таблица 2.1), под действием напряжения $u = U_m \sin(\omega t - \pi/2)$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, опережающий напряжение на конденсаторе на угол $\pi/2$.

Начальный фазовый угол тока $\psi_i = 0$, а напряжения $\psi_u = -\pi/2$. Угол сдвига фаз между напряжением U и током I $\varphi = (\psi_u - \psi_i) = -\pi/2$.

В электрической цепи с последовательным соединением активного сопротивления R и катушки индуктивности L ток отстает от напряжения на угол $\varphi > 0$. При этом полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \quad (2.2)$$

Проводимость цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b_L^2}, \quad (2.3)$$

где $g = R/Z^2$ – активная проводимость цепи;

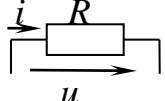
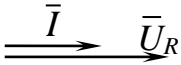
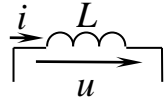
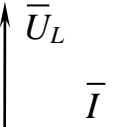
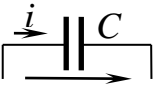
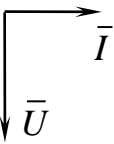
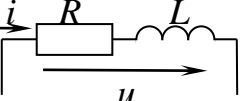
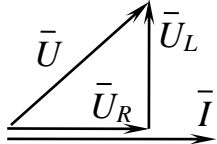
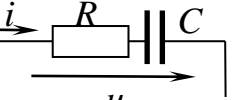
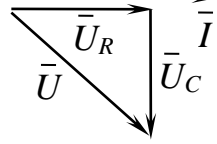
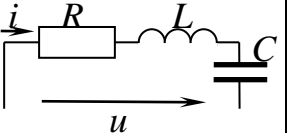
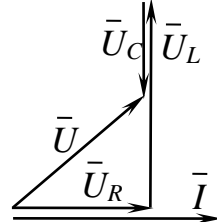
$b_L = X_L/Z^2$ – реактивная индуктивная проводимость цепи.

Угол сдвига фаз между напряжением и током:

$$\varphi = \arctg X_L/R = \arctg b_L/g. \quad (2.4)$$

Аналогично можно получить соответствующие расчетные формулы для электрических цепей синусоидального тока с различным сочетанием элементов R, L и C , которые даны в таблице 2.1.

Таблица 2.1 Расчетные формулы для электрических цепей с различным сочетанием элементов R , L и C

Элементы цепи	Условное изображение на схемах	Сопротивление, Ом	Проводимость, См	Угол сдвига фаз между напряжением и током, рад	Мощность	Векторная диаграмма
Резистор R		R	$g=1/R$	$\varphi = 0$	$S = P = I^2 R$	
Катушка индуктивности L ($R_k = 0$)		$X_L = \omega L$	$b_L = 1/\omega L$	$\varphi = \pi/2$	$S = Q_L = I^2 X_L$ $P = 0,$ $Q_C = 0$	
Конденсатор C		$X_C = 1/\omega C$	$b_C = \omega C$	$\varphi = -\pi/2$	$S = Q_C = I^2 X_C$ $P = 0,$ $Q_L = 0$	
Резистор и катушка индуктивности RL		$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$y = R/(R^2 + X_L^2)$	$\varphi = \arctg(X_L/R)$	$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$ $S = UI$	
Резистор и конденсатор RC		$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$	$y = R/(R^2 + X_C^2)$	$\varphi = \arctg(X_C/R)$	$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$ $S = UI$	
Резистор, катушка индуктивности и конденсатор RLC		$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$Y = R/(R^2 + (X_L - X_C)^2)$	$\varphi = \arctg(X_L - X_C)/R$	$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$ $S = UI$	

Мощность цепи с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями (R, L и C):

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}, \quad (2.5)$$

где $P = I^2 R$ – активная мощность,

$Q_L = I^2 X_L$ – индуктивная составляющая реактивной мощности,

$Q_C = I^2 X_C$ – емкостная составляющая реактивной мощности.

В неразветвленной электрической цепи синусоидального тока с индуктивностью L , емкостью C и активным сопротивлением при определенных условиях может возникнуть резонанс напряжений (особое состояние электрической цепи, при которой ее реактивное индуктивное сопротивление X_L оказывается равным реактивному емкостному X_C сопротивлению цепи). Таким образом, резонанс напряжений наступает при равенстве реактивных сопротивлений цепи, т.е. при $X_L = X_C$.

Сопротивление цепи при резонансе $Z = R$, т.е. полное сопротивление цепи при резонансе напряжений имеет минимальное значение, равное активному сопротивлению цепи.

Угол сдвига фаз между напряжением и током при резонансе напряжений

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{\omega L - \omega C}{R} = 0,$$

при этом ток и напряжение совпадают по фазе. Коэффициент мощности цепи имеет максимальное значение: $\cos \varphi = R/Z = 1$ и ток в цепи также приобретает максимальное значение $I = U/Z = U/R$.

Реактивная мощность цепи при резонансе напряжений:

$$Q = Q_L - Q_C = I^2 X_L - I^2 X_C = 0.$$

Активная мощность цепи при резонансе приобретает наибольшее значение, равное полной мощности: $P = UI \cdot \cos \varphi = S$.

При построении векторной диаграммы для электрической цепи с последовательным включением сопротивлений исходным является ток \bar{I} , так как в этом случае значение тока на всех участках цепи одинаково.

Ток \bar{I} откладывается в соответствующем масштабе ($m_i = n$ А/см), затем относительно тока в принятом масштабе ($m_u = n$ В/см) откладывают падения напряжения ΔU на соответствующих сопротивлениях в последовательности их расположения в цепи и напряжение \bar{U} (рисунок 2.1).

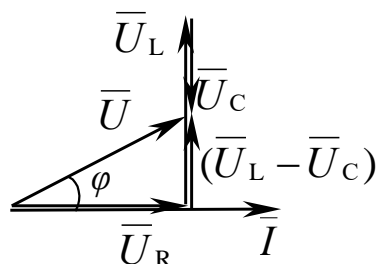


Рисунок 2.1 Построение векторной диаграммы

Во многих случаях приходится встречаться с расчетом сложных электрических цепей синусоидального тока, которые в общем случае являются цепями со смешанным соединением сопротивлений (рисунок 2.2). Эти электрические цепи могут быть разделены на участки с последовательным и участки с параллельным соединением сопротивлений.

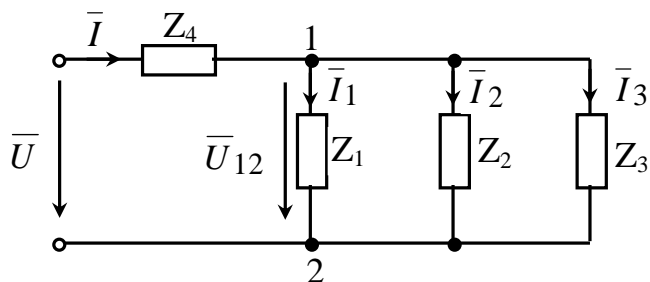


Рисунок 2.2 Смешанное соединение сопротивлений электрической цепи

При параллельном соединении сопротивлений параллельные ветви электрической цепи находятся под одним и тем же напряжением $U = U_{12}$, поэтому для каждой из этих ветвей определение всех расчетных величин производится по формулам, справедливым для отдельных сопротивлений электрических цепей с последовательным соединением сопротивлений. Для участка цепи с параллельным соединением сопротивлений ток на разветвленном участке определяется в соответствии с первым законом Кирхгофа, записанным для узла разветвления в векторной форме:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3. \quad (2.6)$$

Этот ток можно определить графически с помощью векторной диаграммы, как сумму составляющих векторов токов.

Токи в отдельных ветвях электрической цепи могут быть определены через проводимости (y) соответствующих ветвей:

$$I_1 = U_{12} \cdot y_1; \quad I_2 = U_{12} \cdot y_2; \quad I_3 = U_{12} \cdot y_3.$$

При этом ток в неразветвленной части цепи равен произведению напряжения U_{12} на параллельном участке цепи на сумму проводимостей параллельно включенных сопротивлений

$$I = U_{12} \cdot (y_1 + y_2 + y_3). \quad (2.7)$$

Сопротивления отдельных ветвей могут носить активно-реактивный характер при наличии индуктивных X_L и емкостных X_C сопротивлений, поэтому в общем случае сопротивления могут быть определены через активные g и реактивные b проводимости:

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}; \quad y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}; \quad y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}. \quad (2.8)$$

При этом активные и реактивные проводимости:

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}; \quad b_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2}. \quad (2.9)$$

При параллельном соединении индуктивного и емкостного сопротивлений (рисунок 2.3, а) в электрической цепи возможен резонанс токов (особое состояние электрической цепи при параллельном соединении катушки индуктивности L и конденсатора C , при которых реактивная индуктивная проводимость равна реактивной емкостной проводимости, т.е. $b_L = b_C$).

Полная проводимость электрической цепи при резонансе токов $y = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2}$ оказывается минимальной, равной активной проводимости цепи.

Векторная диаграмма токов и напряжений при резонансе токов приведена на рисунке 2.3 б. Коэффициент мощности в электрической цепи $\cos \varphi = g/y = 1$ принимает максимальное значение, а угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi = 0$, поэтому при резонансе токов напряжение U и общий ток I совпадают по фазе.

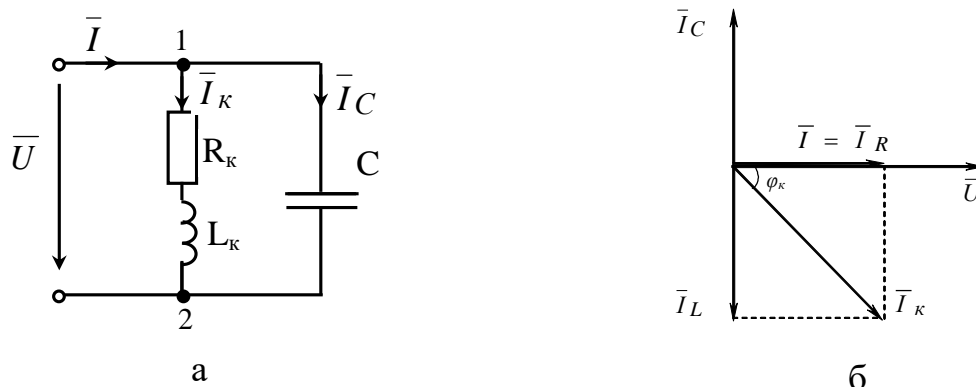


Рисунок 2.3 Электрическая цепь с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора: а – электрическая схема; б – векторная диаграмма

При смешанном соединении сопротивлений (рисунок 2.2) электрическая цепь при расчете приводится к виду (рисунок 2.4). Полное сопротивление Z_{12} участка цепи 1-2 может быть определено через ее проводимость $Z_{12} = 1/y_{12}$. При этом расчет электрической цепи со смешанным соединением сопротивлений сводится к расчету простейшей электрической цепи с последовательным соединением сопротивлений.

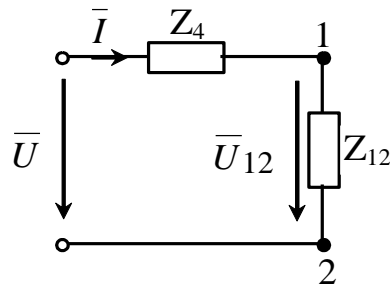


Рисунок 2.4 Электрическая цепь после преобразования

При параллельном и смешанном соединении сопротивлений векторную диаграмму строят, начиная с вектора напряжения U_{12} на параллельном участке цепи.

Применение комплексных чисел и векторных диаграмм к расчету электрических цепей переменного тока.

Синусоидальные функции времени могут быть представлены тригонометрической формой записи, линейными диаграммами изменения синусоидальной величины во времени, вращающимися векторами и комплексными числами.

При представлении синусоидальной функции времени в виде вращающегося вектора достаточно изобразить его в плоскости x, y только в начальный момент времени. В этом случае вращающийся вектор представляет или отображает синусоиду, т.е. дает информацию об ее двух параметрах: амплитуде I_m и начальной фазе ψ .

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные ЭДС, напряжения и токи одной частоты и построенных на плоскости с соблюдением их ориентации друг относительно друга, называют **векторной диаграммой**. Векторная диаграмма позволяет наглядно показать количественные и фазовые соотношения в цепи синусоидального тока.

Векторное представление гармонических функций облегчает операции сложения и вычитания этих функций. Для сложения двух синусоидальных токов одинаковой частоты $i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + \psi_{i1})$ и $i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \psi_{i2})$ достаточно геометрически сложить изображающие их векторы I_{m1} и I_{m2} (рисунок 2.5). Проекция полученного при этом вектора I_m на ось ординат равна сумме мгновенных значений токов, т.е.

$$i = i_1 + i_2 = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

так как сумма проекций векторов равна проекции суммарного вектора.

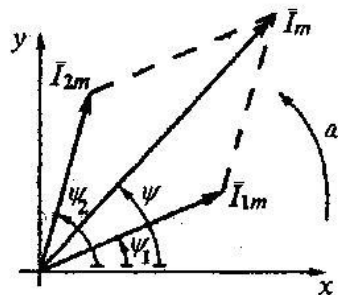


Рисунок 2.5 Векторная диаграмма токов

Вычитание синусоидальных токов можно заменить сложением; при этом изображающий вычитаемый ток надо направить в противоположную сторону, что эквивалентно изменению начальной фазы этого тока на $\pm\pi$.

Для анализа цепей синусоидального тока во многих случаях достаточно знать лишь амплитуды синусоидальных величин и сдвиг фазы между ними. При этом один из векторов на векторной диаграмме можно расположить произвольно, а все остальные должны быть расположены с соответствующей ориентацией относительно исходного вектора.

При решении задач, как правило, необходимо знать не мгновенные, а действующие значения токов и ЭДС. Поэтому складывают не векторы амплитуд, а векторы действующих значений.

Расчеты электрических цепей гармонического тока в тригонометрической форме или графически с помощью векторных диаграмм применяются на практике только в случае простых схем.

С усложнением электрических цепей, с увеличением числа контуров, источников энергии, добавлением взаимных индуктивностей и т.д. широкое распространение на практике получил метод расчета цепей синусоидального тока, который принято называть **комплексным**. Сущность метода состоит в том, что синусоидальные токи, напряжения и ЭДС изображаются комплексными числами, а геометрические операции над векторами заменяются алгебраическими операциями над комплексными числами. Такая замена синусоид комплексными числами позволяет рассчитывать цепи синусоидального тока аналогично цепям постоянного тока с применением рассмотренных ранее методов расчета (контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного генератора, преобразования и др.).

При этом на плоскости комплексных чисел (рисунок 2.6) из начала координат под углом ψ к оси действительных чисел (вещественной оси) проводят вектор A_m , концу которого соответствует определенное комплексное число. Комплексная амплитуда синусоидальных величин определяется показательной формой записи

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi} \quad (2.10)$$

где A_m – модуль;

ψ – аргумент или фаза;

e – основание натурального логарифма.

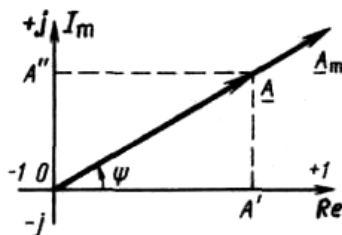


Рисунок 2.6 Плоскость комплексного числа

Применив формулу Эйлера, можно получить тригонометрическую и соответственно алгебраическую форму записи комплексного числа:

$$\dot{A}_m = A_m (\cos \psi + j \sin \psi) = A' + jA'',$$

где $A' = A \cos \psi$; $A'' = A \sin \psi$.

Модуль комплексного числа A_m равен корню квадратному из суммы квадратов действительной и мнимой части $A_m = \sqrt{A'^2 + A''^2}$, а аргумент $\psi = \arctg \frac{A''}{A'}$.

Заменим в уравнении 2.10 A_m на I_m , ψ на $(\omega t + \psi)$ и получим комплекс тока

$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)}, \quad (2.11)$$

который является символическим (комплексным) изображением функции i и называется **комплексом мгновенного значения** тока.

Комплексы обозначаются теми же буквами, что и их действительные оригиналы, только с точкой наверху. Запишем выражение 2.11 в тригонометрической форме

$$\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\omega t} e^{j\psi} = I_m \cos(\omega t + \psi) + jI_m \sin(\omega t + \psi).$$

где $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ - называется **комплексом амплитудного значения** тока.

Комплексом действующего значения тока является

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} = I e^{j\psi}.$$

Аналогично определяются комплексы мгновенных значений напряжений и ЭДС.

Комплексные напряжения реактивных элементов. При расчете цепей переменного тока также возникает необходимость описывать комплексы падения напряжения на элементах L и C .

Для катушки индуктивности имеем $U_L = L \frac{di}{dt}$, а для конденсатора $U_C = \frac{1}{C} \int i dt$.

Для соответствующих комплексов U_L и U_C получаем:

$$\dot{U}_L = Lj\omega \dot{i} = jX_L \dot{I} \quad (2.12)$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{i} = \frac{1}{j} X_C \dot{I} = -jX_C \dot{I}, \quad (2.13)$$

где $jX_L = j\omega L$ и $jX_C = -j(1/\omega C)$ – реактансы индуктивности и емкости соответственно.

Закон Ома и правила Кирхгофа в комплексной форме

Закон Ома в комплексной форме для комплексов амплитудных значений можно представить в следующем виде:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \dot{U}_m \dot{Y}.$$

Аналогично записывают закон Ома для комплексов действующих значений:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U} \dot{Y}. \quad (2.14)$$

Комплексный метод позволяет использовать все средства анализа и расчета синусоидальных цепей. Особая роль отводится правилам Кирхгофа из-за их универсальности.

Первое правило Кирхгофа: в любом узле k электрической цепи алгебраическая сумма n комплексных токов равна нулю:

$$\sum_n \dot{I}_k = 0.$$

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма m комплексных ЭДС равна алгебраической сумме n комплексных падений напряжений на всех пассивных элементах этого контура

$$\sum_m \dot{E}_k = \sum_n \dot{I}_k \cdot \dot{Z}_k.$$

Комплексное сопротивление электрической цепи:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Ze^{j\varphi} = Z \cos \varphi + jZ \sin \varphi = R + jx, \quad (2.15)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_C)^2}$ - полное сопротивление;

$\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{x}{R}$ - сдвиг фаз между напряжением и током;

$R = Z \cos \varphi$ - активное (вещественное) сопротивление;

$x = Z \sin \varphi$ - реактивное (мнимое) сопротивление.

Комплексная проводимость

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = Ye^{-j\varphi} = Y \cos \varphi - jY \sin \varphi = g - jb, \quad (2.16)$$

где $Y = \sqrt{g^2 + b^2}$ - полная проводимость;

$g = Y \cos \varphi$ - активная (вещественная) проводимость;

$b = Y \sin \varphi$ - реактивная (мнимая) проводимость.

Комплексную проводимость можно представить через параметры сопротивления:

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R - jx}{(R + jx)(R - jx)} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2} = g - jb,$$

где $g = \frac{R}{Z^2}$, $b = \frac{x}{Z^2}$.

Рассматривая активную мощность как вещественную часть, а реактивную мощность как мнимую часть, запишем **комплексную мощность**:

$$\dot{S} = \dot{U}\dot{I} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} = Se^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ,$$

где $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$, $\cos \varphi = \frac{P}{S}$.

Баланс мощностей применяется для проверки правильности решения задачи. Сущность баланса мощностей сводится к тому, что мощность, отдаваемая в цепь источниками энергии переменного тока, полностью расходуется ее элементами.

$$\sum_{i=1}^m (\dot{S}_n)_i = \sum_{k=1}^n (\dot{S}_n)_k.$$

Это равенство справедливо при условии, что равны друг другу суммы вещественных и мнимых частей комплексных мощностей источников и потребителей, т.е.:

$$\sum_{i=1}^m (P_n)_i = \sum_{k=1}^n (P_n)_k \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^m (Q_n)_i = \sum_{k=1}^n (Q_n)_k .$$

2.2 Примеры решения задач

2.2.1 Рассмотрим цепь из трех последовательно соединенных приемников (рисунок 2.7 а). Проведем анализ цепи, используя векторную диаграмму.

Решение. Произвольно строим вектор тока, который является базовым для всех векторов диаграммы.

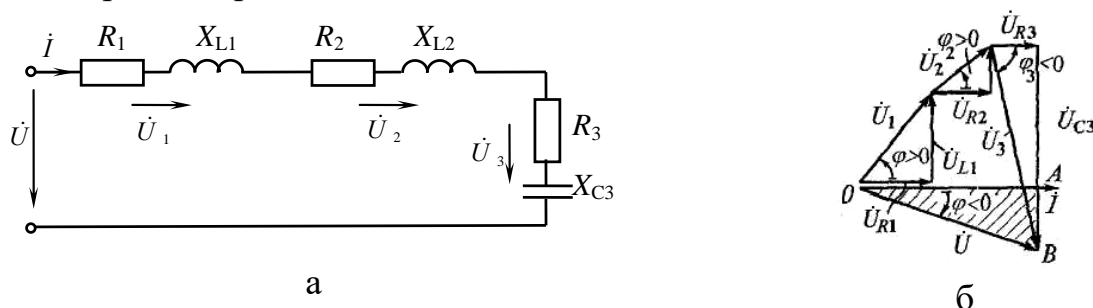


Рисунок 2.7 Электрическая цепь схема (а) и векторная диаграмма (б)

Затем в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 ,$$

где $\bar{U}_1 = \bar{U}_{R1} + \bar{U}_{L1}$; $\bar{U}_2 = \bar{U}_{R2} + \bar{U}_{L2}$; $\bar{U}_3 = \bar{U}_{R3} + \bar{U}_{C3}$,

строим составляющие векторы, модули которых определяются по закону Ома.

Суммарный вектор строим по правилу многоугольника. Векторы напряжений на резисторах совпадают по фазе с вектором тока, векторы \bar{U}_L опережают вектор тока на 90° , а вектор \bar{U}_C отстает от него на угол 90° (рисунок 2.7 б). Действующее значение напряжения источника по диаграмме находится из треугольника напряжений OAB:

$$U = \sqrt{I^2 (R_1 + R_2 + R_3)^2 + I^2 (X_{L1} + X_{L2} - X_{C3})^2} = I \sqrt{R^2 + X^2} = I_Z .$$

2.2.2 Определить действующее значение общего тока I по известным токам в параллельных ветвях (рисунок 2.8 а) $I_1 = 3$ А; $I_2 = 1$ А; $I_3 = 5$ А.

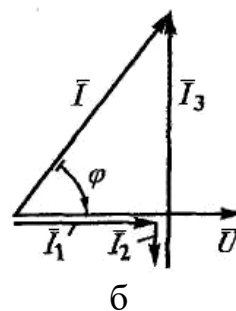
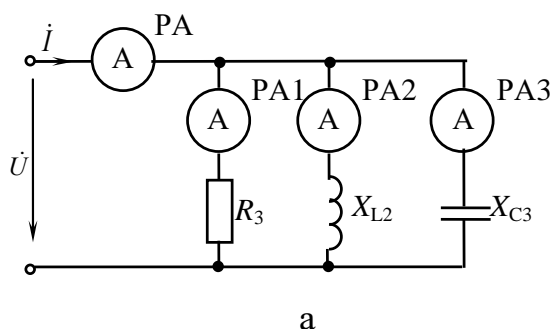


Рисунок 2.8 Электрическая схема (а) и векторная диаграмма (б) для задачи 2.2.2

Решение находим по первому закону Кирхгофа $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$, который иллюстрируем векторной диаграммой (рисунок 2.8, б). Из диаграммы определяем общий ток $I = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = \sqrt{3^2 + (1 - 5)^2} = 5 \text{ А}$.

2.2.3 Записать комплексы действующих значений тока и напряжения, если их мгновенные значения представлены уравнениями:

$$u = 282\sin(314t - 120^\circ), \text{ В}; i = 20\sin(314t - 60^\circ), \text{ А}.$$

Решение. Действующее значение напряжения $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 200 \text{ В}$, начальная фаза $\psi_u = -120^\circ$. В соответствии с определением комплекс действующего значения напряжения

$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u} = 200e^{-j120^\circ}.$$

Аналогично для тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 14,1 \text{ А}$, начальная фаза $\psi_i = -60^\circ$, а комплекс тока

$$\dot{I} = Ie^{j\psi_i} = 14,1e^{-j60^\circ}.$$

2.2.4 Для комплекса действующего значения напряжения $\dot{U} = -120 + j160 \text{ В}$ записать мгновенное значение.

Решение. От алгебраической формы переходим к показательной:

$$\dot{U} = Ue^{j\psi} = 200e^{j127^\circ}, \text{ В}.$$

$$\text{Где } U = \sqrt{120^2 + 160^2} = 200 \text{ В}; \psi = 180^\circ - \arctg \frac{160}{120} = 127^\circ.$$

Комплекс находится во второй четверти комплексной плоскости.

Тогда мгновенное значение напряжения

$$u = 200\sin(\omega t + 127^\circ), \text{ В}.$$

2.2.5 Произвести вычисления.

$$\text{а) } 10 \cdot e^{j30^\circ} + 5 \cdot e^{j60^\circ}$$

Решение:

$$10 \cdot e^{j30^\circ} + 5 \cdot e^{j60^\circ} = 5(2e^{j30^\circ} + e^{j60^\circ}) = 5r \cdot e^{j\varphi},$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль комплексной функции;

$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ – аргумент комплексной функции;

x – действительная часть,

y – мнимая часть.

Представим комплексные функции в тригонометрическом виде:

$$10e^{j30^\circ} + 5e^{j60^\circ} = 5[(2 \cdot \cos 30^\circ + 2j \sin 30^\circ) + (\cos 60^\circ + j \sin 60^\circ)] = \\ = 5[(2 \cos 30^\circ + \cos 60^\circ) + j(2 \sin 30^\circ + \sin 60^\circ)]$$

$$\begin{cases} x = 2 \cos 30^\circ + \cos 60^\circ = 1,732 + 0,5 = 2,232; \\ y = 2 \sin 30^\circ + \sin 60^\circ = 1 + 0,866 = 1,866. \end{cases}$$

$$5r = 5\sqrt{x^2 + y^2} = 5\sqrt{4,982 + 3,482} = 14,55; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 39,9^\circ \approx 40^\circ.$$

Ответ: $14,55e^{j40^\circ}$.

б) $(8,66 + j5)(3,53 + j3,53)$

Решение:

$$(8,66 + j5)(3,53 + j3,53) = 8,66 \cdot 3,53 + j5 \cdot 3,53 + j8,66 \cdot 3,53 - 5 \cdot 3,53 = \\ = 30,57 + j17,65 + j30,57 - 17,65 = 12,92 + j48,22 = x + jy.$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{166,93 + 2325,17} = 49,92;$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 75^\circ.$$

Ответ: $50 \cdot e^{j75^\circ}$.

в) $\frac{(8,66 + j5)}{(2,5 + j4,33)}$.

Решение:

$$\frac{(8,66 + j5)}{(2,5 + j4,33)} = \frac{(8,66 + j5) \cdot (2,5 - j4,33)}{(2,5 + j4,33) \cdot (2,5 - j4,33)} = \frac{21,65 + 12,5j - 37,5j + 21,65}{2,5^2 + 4,33^2} = \frac{43,3 - 25j}{6,25 + 18,75} = \\ = \frac{43,3 - 25j}{25} = 1,732 - j.$$

$$r = \sqrt{3 + 1} = 2; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{1,732} \right) = 30^\circ.$$

Ответ: $2e^{-j \cdot 30^\circ}$.

г) $(5 + j5)^3$

Решение:

$$(5 + j5)^3 = 5^3 + 3 \cdot 5^2 j5 + 3 \cdot 5(j5)^2 + (j5)^3 = 125 + 375j - 375 - 125j = -250 + j250.$$

Ответ: $-250 + 250j$.

2.3 Задачи для решения на практическом занятии

2.3.1 Для электрической цепи переменного тока (рисунок 2.9), определить показания амперметров PA1, PA2, PA3, углы сдвига фаз φ , φ_1 , φ_2 , между соответствующими токами I , I_1 и I_2 и напряжением U , построить векторную диаграмму токов и напряжения, если питающее напряжение $U = 120$ В, а активное и реактивное сопротивления цепи: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $X_L = 6$ Ом, $X_C = 10$ Ом.

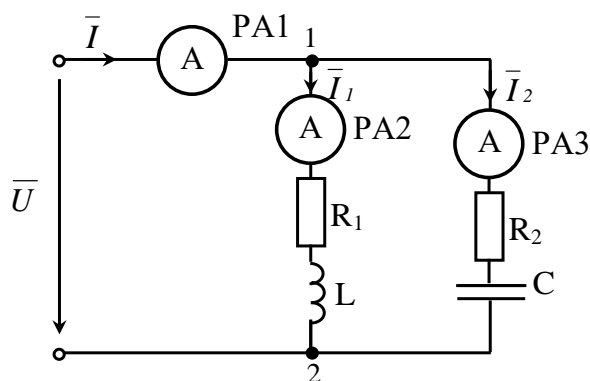


Рисунок 2.9 Электрическая цепь переменного тока

2.3.2 Мгновенное значение напряжения $u = 14,1 \sin(100t - 30^\circ)$, В. Записать комплексное мгновенное значение напряжения. Чему равна комплексная амплитуда и комплексное действующее значение этого напряжения?

2.3.3 Комплексное действующее значение тока $\dot{I} = -3 + j4$, А. Записать мгновенное значение тока $i(t)$.

2.3.4 Мгновенные значения напряжения и тока на входе пассивного двухполюсника соответственно равны:

$$u = 100 \sin 314t, \text{ В}; i = 0,2 \sin(314t + 53^\circ), \text{ А}.$$

Определить комплексное сопротивление и комплексную проводимость двухполюсника.

2.3.5 Действующее значение напряжения на входе цепи со схемой (рисунок 2.10, а) $U = 100$ В. Найти действующие значения токов ветвей, если $X_C = 20$ Ом, $R = 80$ Ом, $X_L = 60$ Ом. Проверить выполнение баланса мощностей. Построить векторные диаграммы токов и напряжений.

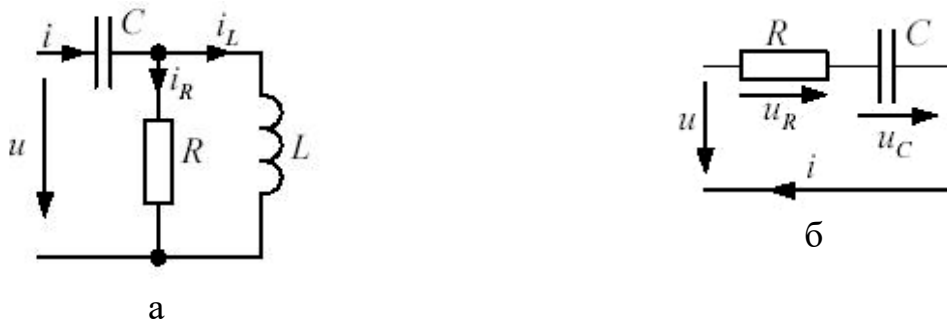


Рисунок 2.10 Электрические схемы: а - для задач 2.3.5 и 2.3.7, б – для задачи 2.3.6

2.3.6 К цепи со схемой (рисунок 2.10, б) приложено синусоидальное напряжение $u(t) = 141 \sin 314t$, В. Найти мгновенные и действующие значения тока и напряжений на всех участках цепи, если $R = 30$ Ом, $C = 79,62$ мкФ.

2.3.7 Определить активную, реактивную и полную мощности, если мгновенные значения тока и напряжения заданы уравнениями

$$u = 141 \sin(314t + 60^\circ), \text{ В}; i = 7,07 \sin(314t + 30^\circ), \text{ А}.$$

3

2.3.8 Определить показания приборов в электрической цепи переменного тока (рисунок 2.11). Напряжение источника питания $U = 100$ В, активное и реактивные сопротивления равны $R = 3$ Ом, $X_L = 4$ Ом, $X_C = 8$ Ом. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

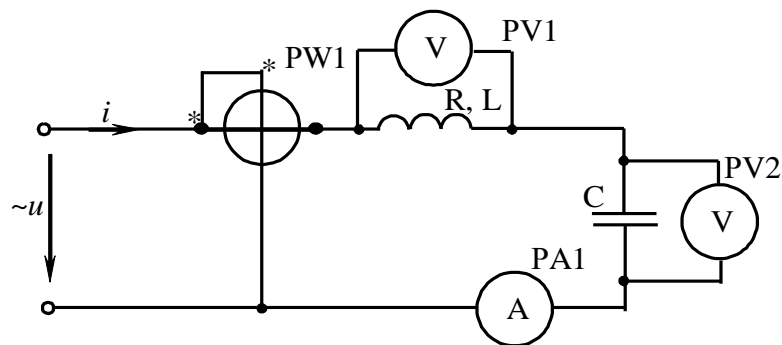


Рисунок 2.11 Электрическая цепь переменного тока

2.3.9 Для однофазной неразветвленной электрической цепи переменного тока определить падение напряжения ΔU_L на индуктивном сопротивлении X_L , напряжение U , приложенное в цепи, активную P , реактивную Q и полную S мощности и коэффициент мощности $\cos \varphi$ цепи, если активное и реактивное сопротивления $R = X_L = 3$ Ом, а падение напряжения на активном элементе $\Delta U_R = 60$ В.

Ответ: $\Delta U_L = 60$ В; $U = 84,8$ В; $P = 1,2$ кВт;
 $Q = 1,2$ кВар; $S = 1,697$ кВА; $\cos \varphi = 0,71$.

2.3.10 В сеть переменного тока включены последовательно катушка с активным сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 133$ мГн и конденсатор с емкостью $C = 159$ мкФ. Определить ток I в цепи и напряжения на катушке U_K и конденсаторе U_C при напряжении питающей сети $U = 120$ В, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Ответ: $I = 5$ А; $U_K = 215$ В; $U_C = 100$ В..

3 РАСЧЕТ ТРАНСФОРМАТОРА

3.1 Теоретические сведения

Трансформатор представляет собой статический электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения при той же частоте.

Трансформатор состоит из стального сердечника, собранного из тонких листов электротехнической стали, изолированных друг от друга с целью снижения потерь мощности на гистерезис P_r и вихревые токи $P_{вх}$. На сердечнике трансформатора расположены первичная и одна или несколько вторичных обмоток. К первичной обмотке подводится питающее напряжение U_1 , а с вторичной снимается напряжение U_2 , которое подводится к потребителю электрической энергии.

Отношение ЭДС E_1 первичной обмотки трансформатора к ЭДС E_2 вторичной его обмотки, равное отношению соответствующих чисел витков обмоток, является коэффициентом трансформации трансформатора: $E_1/E_2 = w_1/w_2 = n$.

К нагрузочным характеристикам трансформатора относятся зависимости его вторичного напряжения U_2 , коэффициент мощности $\cos\varphi_1$ и КПД η от тока нагрузки I_2 потребителя электроэнергии при $\cos\varphi_2 = \text{const}$.

Зависимость $U_2(I_2)$ напряжения на зажимах вторичной обмотки от тока нагрузки является внешней характеристикой трансформатора.

3.2. Пример решения задачи

Определить коэффициент трансформации n трансформатора, число витков w_1 первичной обмотки при числе витков вторичной обмотки $w_2 = 40$, а также номинальные токи $I_{1\text{ном}}$ $I_{2\text{ном}}$ в обмотках однофазного трансформатора с номинальной мощностью $S_{\text{ном}} = 3\text{кВА}$, подключенного к питающей сети с напряжением $U_{1\text{ном}} = 127\text{ В}$, напряжение на зажимах вторичной обмотки при холостом ходе $U_{20} = 60\text{ В}$.

Решение. Коэффициент трансформации трансформатора:

$n = w_1/w_2 = E_1/E_2 = U_1/U_2 = 127/60 = 2,11$, так как $U_{20} = E_2$, при холостом ходе трансформатора падение напряжения на первичной обмотке весьма незначительно, поэтому приближенного $U_1 \sim E_1$. Число витков первичной обмотки: $w_1 = n \cdot w_2 = 2,11 \cdot 40 = 84,4$.

Номинальный ток первичной обмотки (считая полные мощности обмоток $S_1 \sim S_2$): $I_{1\text{ном}} = S_{\text{ном}}/U_{1\text{ном}} = 3 \cdot 1000/127 = 23,6\text{ А}$.

Номинальный ток вторичной обмотки трансформатора (при $U_{2\text{ном}} = U_{20}$): $I_{2\text{ном}} = S_{\text{ном}}/U_{20} = 3000/60 = 50\text{ А}$.

3.3. Задачи для решения на практическом занятии

4.3.1. Обмотки трехфазного трансформатора типа ТМ-100/6 с номинальной мощностью $S_{\text{ном}} = 100\text{ кВА}$ включены по схеме «звезда». Определить коэффициент трансформации n и КПД $\eta_{\text{ном}}$ при номинальной нагрузке ($\cos\varphi_2 = 0,8$). Номинальные линейные напряжения $U_{1\text{ном}} = 6\text{ кВ}$, $U_{2\text{ном}} = 525\text{ В}$. потери холостого хода при номинальном напряжении $P_0 = 600\text{ Вт}$, потери короткого замыкания при номинальном токе $P_k = 2400\text{ Вт}$.

Ответ. $n = 11,4$; $\eta_{\text{ном}}\% = 96,3\%$

4.3.2. Определить среднегодовой КПД $\eta_{\text{г}}$ трехфазного трансформатора с оптимальной мощностью $S_{\text{ном}} = 50\text{ кВА}$, если он в течение времени $T_1 = 3000\text{ ч}$ в год работает при $\cos\varphi_2 = 1$ с полной нагрузкой ($\beta = 1$), $T_2 = 1500\text{ ч}$ – с нагрузкой $\beta = 0,5$ и $T_0 = 1000\text{ ч}$ – в режиме холостого хода. Потери холостого хода при нормальном напряжении составляют $P_0 = 350\text{ Вт}$, потери короткого замыкания $P_k = 1325\text{ Вт}$.

Ответ: $\eta_{\text{ном}}\% = 96,3\%$

4.3.3. Обмотка автотрансформатора с числом витков $w_1 = 800$ включена в питающую сеть с напряжением $U_1 = 2000\text{ В}$, активная нагрузка $R_H = 300\text{ Ом}$ подключена к обмотке с числом витков $w_2 = 600$. Определить токи: I_1 , I_2 , I и мощности P_1 , и P_2 в цепях автотрансформатора, если его КПД $\eta = 0,97$, а $\cos\varphi_2 = 0,9$.

Ответ: $I_1 = 4,29\text{ А}$; $I_2 = 5\text{ А}$; $I = 0,71\text{ А}$; $P_1 = 7,73\text{ кВт}$; $P_2 = 7,5\text{ кВт}$

4 ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАЦИОННОЙ ЛОГИКИ

4.1 Теоретические сведения

Анализ и синтез логических цепей производится на основе математического аппарата алгебры логики, или булевой алгебры. Переменные здесь могут принимать только одно из двух значений: 0 или 1. Над переменными могут производиться три основных действия: логическое сложение, логическое умножение и логическое отрицание, что соответствует логическим функциям **ИЛИ**, **И**, **НЕ**.

Логическое сложение (дизъюнкция) обозначается символом «+» или \vee . Логическая сумма равна единице тогда, когда равно единице одно или несколько слагаемых:

$$0 + 0 = 0 \quad 0 + 1 = 1 \quad 1 + 1 + \dots + 1 = 1.$$

Логическое умножение (конъюнкция) обозначается точкой или символом \wedge . Функцию произведение равно единице тогда, когда равны единице все множители:

$$0 \cdot 0 = 0 \quad 0 \cdot 1 = 0 \quad 1 \cdot 1 = 1 \quad 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 = 1.$$

Логическое отрицание (инверсия) обозначается чертой над обозначением аргумента. Инверсия единицы равна нулю, инверсия нуля – единице, а двойная инверсия не изменяет значения переменной:

$$\bar{0} = 1 \quad \bar{1} = 0 \quad \bar{\bar{0}} = 0 \quad \bar{\bar{1}} = 1.$$

Таблица состояний (истинности) показывает, чему равен выходной сигнал цепи, при различных сочетаниях входных сигналов. По таблице состояний можно записать логическую функцию.

4.2 Задачи для решения

4.2.1 Составить таблицы состояний всех элементов И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ (DD1...DD5).

Таблица 4.1 Таблицы истинности для элементов DD1...DD5

X5	X8
0	
1	

X6	X7	X9
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

X10	X11	X14
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

X12	X13	X15
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

X16	X17	X18
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

- По полученным данным для каждого элемента записать его логическую функцию.

4.2.2 Для логических функций **F1** и **F2** заполнить таблицу 10.2:

- $F1 = \overline{(X1 \cdot X2)} + (X3 \cdot X4)$;

- $F2 = (X1 + X2 + X3) \cdot X4$.

Таблица 4.2 Таблица истинности для логических функций F1 и F2

X1	X2	X3	X4	F1	F2
0	0	0	0		
0	0	0	1		
0	0	1	0		
0	0	1	1		

0	1	0	0		
0	1	0	1		
0	1	1	0		
0	1	1	1		

4.2.3 Исследовать приведенную на рисунке 5.1 комбинационную схему. Составить таблицу состояний и записать логическую функцию $F(X1, X2)$.

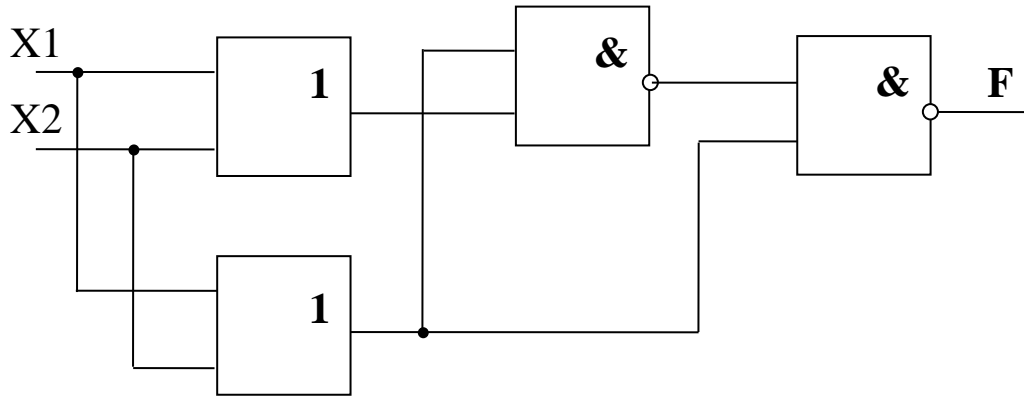


Рисунок 4.1 Комбинационная схема

5 СОСТАВЛЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ САУ

Структурной схемой системы управления называют графическое представление ее математической модели в виде соединения звеньев, изображаемых в виде прямоугольников с указанием входных и выходных переменных. Внутри прямоугольника указывается математическая модель звена, например, в виде передаточной функции. Целью преобразования структурной схемы является получение уравнения системы, связывающего выходную и входные величины. При этом структурная схема постепенно упрощается путем замены соединений звеньев эквивалентными звеньями, передаточные функции которых находятся по определенным правилам.

5.1 Типы соединений звеньев

В структурных схемах обычно встречаются три вида соединений: последовательное, параллельное и встречно-параллельное (соединение с обратной связью).

Последовательное соединение. Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций отдельных звеньев. Это значит, что их можно заменить одним эквивалентным звеном с передаточной функцией

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) \quad (5.1)$$

Параллельное соединение. Передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев. В структурной схеме их можно заменить одним эквивалентным звеном с передаточной функцией

$$W(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

Встречно – параллельное соединение. Эквивалентная передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{W_{np}}{1 \pm W_{раз}} \quad (5.2)$$

Знак «+» в знаменателе формулы соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» - положительной.

5.2 Правила преобразования структурных схем

При наличии в структурной схеме перекрестных связей (нет чисто последовательного или параллельного соединения) применяют правила преобразования структурных схем, позволяющие свести систему с перекрестными связями к системе без перекрестных связей, к которой применимы формулы (5.1-5.2). Критерием правильности преобразования каждого участка схемы

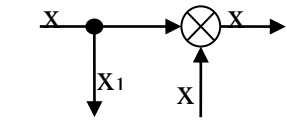
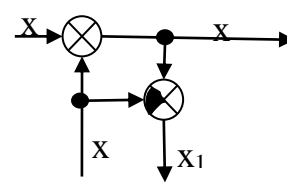
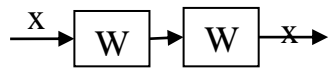
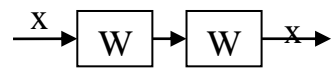
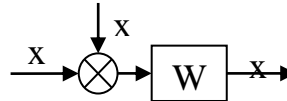
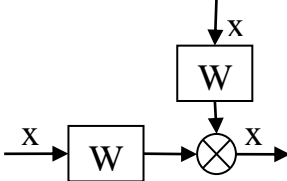
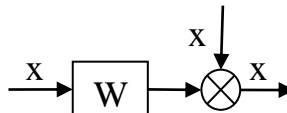
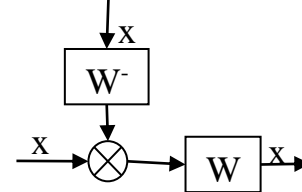
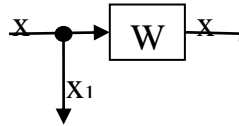
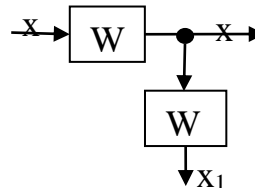
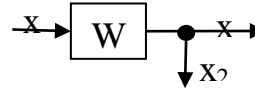
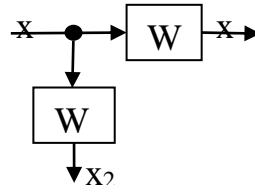
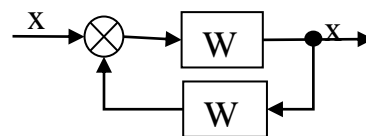
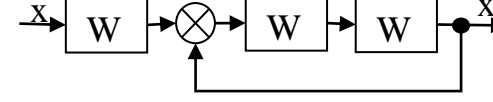
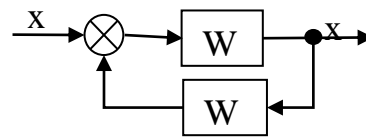
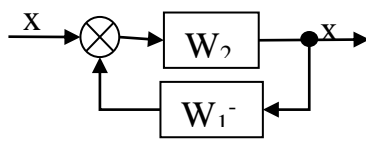
является условие, чтобы входные и выходные сигналы преобразуемого участка до и после преобразования были одинаковы.

Правила преобразования структурных схем сведены в таблице 6.1. Эти правила достаточно очевидны и вытекают, как было отмечено, из условий сохранения неизменными сигналов на выходе схемы при выполнении соответствующих преобразований. Например, при переносе сумматора по ходу сигнала в боковую ветвь добавляется звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор (таблица 5.1, п.6). При переносе сумматора против хода сигнала в боковую ветвь добавляется звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится сумматор (таблица 5.1, п. 7).

При переносе узла по ходу сигнала в боковую ветвь добавляется звено с передаточной функцией, равной обратной передаточной функции звена, через которое переносится узел (таблица 5.1, п. 8.). При переносе узла против хода сигнала в боковую ветвь добавляется звено с передаточной функцией, равной передаточной функции звена, через которое переносится узел (таблица 5.1, п. 9.). Правила п. 1 и п. 2 таблица 5.1 гласят о том, что рядом расположенные узлы разветвления (или сумматоры) можно менять местами между собой (или объединять в один).

Таблица 5.1 Правила преобразования структурных схем

Операция	Исходная схема	Эквивалентная схема
1	2	3
1. Перестановка узла разветвления		
2. Перестановка сумматора		
3. Перенос узла с выхода на вход сумматора		

1	2	3
4. Перенос узла с входа на выход сумматора		
5. Перестановка звеньев		
6. Перенос сумматора с входа звена на выход		
7. Перенос сумматора с выхода звена на вход		
8. Перенос узла с входа звена на выход		
9. Перенос узла с выхода звена на вход		
10. Переход к единичной обратной связи		
11. Замена звеньев прямой и обратной цепи		

5.3 Пример решения задачи

Пользуясь правилами структурных преобразований, привести представленную на рисунке 5.1 структурную схему замкнутой многоконтурной системы к одноконтурной и найти передаточные функции:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} \quad W(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} \quad W(p) = \frac{E(p)}{G(p)} \quad W(p) = \frac{E(p)}{F(p)}$$

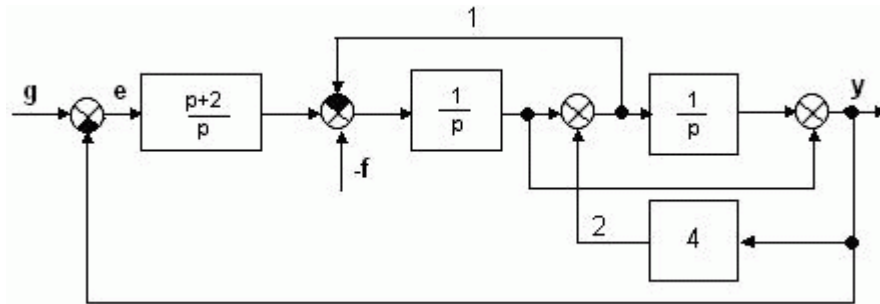


Рисунок 5.1 Структурная схема многоконтурной САУ

Решение: перед тем, как находить передаточные функции необходимо освободиться от перекрестных связей 1 и 2 на рисунке 5.1, для чего необходимо перенести или узел, или сумматор с добавлением соответствующих звеньев. Кроме того, целесообразно привести возмущающее воздействие $f(t)$ ко входу САУ. Тогда получим схему на рисунке 5.2.

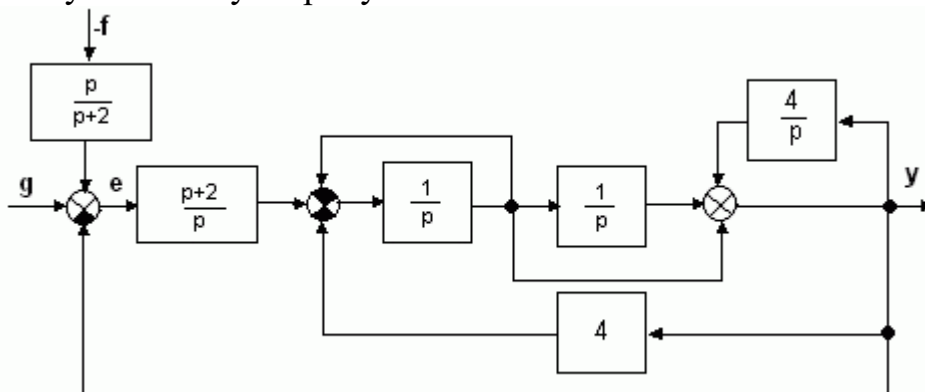


Рисунок 5.2 Преобразованная структурная схема без перекрестных связей

Пользуясь правилами структурных преобразований свернем внутренние контура и получим одноконтурную замкнутую САУ на рисунке 5.2.

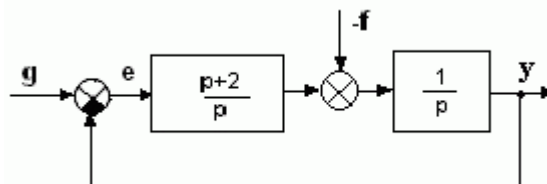


Рисунок 5.2 Одноконтурная структурная схема САУ

Тогда требуемые передаточные функции замкнутой САУ запишем в виде:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{G(p)} = \frac{p+2}{p^2+p+2} \quad W(p) = \frac{E(p)}{G(p)} = \frac{p^2}{p^2+p+2}$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{E(p)}{F(p)} = \frac{p}{p^2+p+2}$$

Найденные с помощью правил структурных преобразований передаточные функции позволяют достаточно просто определить временные и частотные характеристики, а так же получить качественные и количественные оценки динамики и статики САУ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Березкина, Т. Ф. Задачник по общей электротехнике с основами электроники [Текст]: учеб. пособие для студ. неэлектротехнических спец. средних спец. учеб. заведений / Т. Ф. Березкина, Н. Г. Гусев, В. В. Масленников. - 3М. : Высш. шк., 1998. - 380 с.

2. Жаворонков, М.А. Электротехника и электроника [Текст]: Учеб. пособие для студ.социальных вузов, техн.отделений гуманитарных вузов и вузов неэлектротехнического профиля / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – М.: Академия, 2008. – 394 с.: ил.

3. Рекус, Г.Г. Основы электротехники и промышленной электроники в примерах и задачах с решениями / Учебн. пособие для студентов вузов, обучающихся по неэлектротехническим спец. напр. подготовки дипл. спец. в области техники и технологии: доп. М-вом образ.и науки РФ / Г.Г. Рекус. – М.: Высш.шк., 2008. – 343 с.: ил.

4. Касаткин, А. С. Электротехника [Электронный ресурс] : учебник для студ. неэлектротехнических спец. вузов : рек. М-вом образования РФ / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. - М. : Издательский центр "Академия", 2008. - 540 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/18254.djvu>

5. Ямпурин, Н. П. Электроника [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студ. вузов : рек. гос. образоват. учрежд. высш. проф. образования / Н. П. Ямпурин, А. В. Баранова, В. И. Обухов. - М. : Издательский центр "Академия", 2011. - 238 с. – Режим доступа: <http://biblio.bsau.ru/metodic/18212.djvu>